

# المقادير الجبرية Algebraic Expressions

## الوحدة التاسعة

بيئتي

My Environment



مشروع الوحدة :  
( مرافق ترفيهية )

الترفيه هو نشاط نقوم به في أوقات الفراغ ، وتعتبر الحاجة للقيام بأنشطة ترويحية عنصراً أساسياً في علم النفس وعلم الأحياء البشري ، لذا ظهرت أهمية المرافق الترفيهية ليقوم الإنسان بالأنشطة المتنوعة .

### خطة العمل :

- تحدد المجموعة بعض الأماكن الترفيهية في بيئتها وتذكر عمر المكان وتحدد العلاقة بين عمر المرفق وعمر الأشخاص في بيئتهم ( معلم - مدير - إخصائي ) .

الصيغ اللفظية	الصيغة بالرموز
ضعف عدد	
نصف عدد	
يزيد بمقدار ٢	
ينقص بمقدار ١	

### خطوات تنفيذ المشروع :

- تكون المجموعة جدولاً بأسماء بعض المرافق الترفيهية من بيئتهم وتحدد عمر المرفق .

- تحدد المجموعة أشخاصاً من بيئتهم ويرمز إليهم بالرموز ( س ، ص ..... ) .

- تحدد المجموعة العلاقة المسجلة في الجدول سواء بالزيادة عن العمر أو بالنقصان أو الضعف ..... أكمل الجدول لبدء المشروع .

- توجد المجموعة عمر الشخص المطلوب بالسنين .

### علاقات وتواصل :

- يناقش أفراد المجموعة الجداول ويتحققون من صحة عمر الأشخاص المعروضين .

### عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة الجدول الصحيح وتشرحه للمتعلمين في الفصل .

المرفق	تاريخ المرفق بالسنوات	اسم الشخص من بيئتك وعمره بالرموز	العمر بالسنين للشخص	العلاقة اللفظية للشخص مع المرفق
محمية صباح الأحمد	٣٠	معلم الصف س	٣٠	س = ٣٠
حديقة الحيوانات	٤٠	مدير المدرسة ص	٥٠	المرفق يقل ١٠ سنوات عن ص
أبراج الكويت				
منتزه الخيران				
.....				

## الوحدة التاسعة : المقادير الجبرية

### الموضوع : بيئتي

١٠٠	..... مشروع الوحدة التاسعة	
١٠١	..... مخطط تنظيمي للوحدة التاسعة	
١٠٢	..... قوانين الأسس	١-٩
١٠٨	..... كثيرات الحدود (متعددة الحدود - الحدوديات)	٢-٩
١١٦	..... جمع كثيرات الحدود وطرحها	٣-٩
١٢٢	..... ضرب كثيرات الحدود	٤-٩
١٢٨	..... قسمة كثيرة حدود على حد جبري	٥-٩
١٣٠	..... مراجعة الوحدة التاسعة	٦-٩
١٣٢	..... اختبار الوحدة التاسعة	
١٣٣	..... أسئلة تحدي: فكر معنا في الأنماط	



# قوانين الأسس Laws of Exponents

١-٩

سوف تتعلم : قوانين الأسس

نشاط (١)



قررت إحدى الشركات الكبرى للبناء وضع مخطط على عدة مراحل لبناء إحدى الضواحي السكنية . لاحظ الصور للمراحل الثلاث الأولى ، ثم أكمل :  
المرحلة الأولى :  $2^1 = 2$

المرحلة الثانية :  $2^2 = 4$

المرحلة الثالثة :  $2^3 = 8$

١ مكررة ن ...  
حيث ١ عدد نسبي غير صفري ، ن  $\in \mathbb{N}$   
ويقرأ « ١ أس ن » أو القوة النونية لعدد ١ .

تدرب (١)

أكمل الجدول التالي :

الناتج	صورة الضرب المتكرر	الأس	الأساس	الصورة الأسية
١٦	$4 \times 4$	٢	٤	$4^2$
٢٤٣	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	٥		$3^5$
١٦	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	٤	٢	$2^4$
١٢٥-	$5 \times 5 \times 5$	٣	٥-	$5^3$
٣	$3$	١	٣	$3^1$
٤س	$س \times س \times س \times س$	٤	س	$س^4$
٩ ٢٥	$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$	٢	$\frac{3}{5}$	$(\frac{3}{5})^2$
١ ١٦	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	٤	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2})^4$

المعاني والمفردات

أس  
Exponent  
أساس  
Base  
قوى  
Power

معلومات مفيدة :

- تقاس الأبعاد بين الكواكب باستخدام الأسس لبعدها المسافات حيث المسافة بين الأرض وكوكب الزهرة  $10 \times 275$  كيلومتر.

تذكر أن :

- نسمي الصورة  $2^2$  بالصورة الأسية حيث ٢ يسمى الأساس و٣ الأس ، وتقرأ ٢ أس ٣ أو ٢ للقوة ٣ أو ٢ تكعيب .



أكمل ما يلي:

$$(2+2)_2 = \boxed{5} \quad 2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$(3+2)_3 = \boxed{6} \quad 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

ماذا تلاحظ؟ الأساسات صحيحة إذا عند ضرب الأساسات المتتالية نجمع الأسس

لكل عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عدنان صحيحان يكون  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

تدرب (٢)

اختصر كلما يلي:

١  $6^7 \times 6^4 = 6^{7+4} = 6^{11}$

ب  $3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

ج  $3 \times 3^2 \times 3^1 = 3^{1+2+1} = 3^4$

د  $(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3 = (\frac{2}{3})^{2+3} = (\frac{2}{3})^5$

تذكر أن:  
ص = ص

فكر وناقش

هل العبارة  $6^2 \times 3^2 = 6^4$  صحيحة؟ فسر إجابتك.

أكمل ما يلي:

١  $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3^3}{2^2}$

ب  $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 7 \times 7}{5 \times 5} = \frac{7^3}{5^2}$

ماذا تلاحظ؟ عند قسمة الأساسات المتتالية نطرح الأسس

لكل عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عدنان صحيحان يكون  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$



### تدرب (٣)

اختصر كلاً مما يلي :

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad 8 &= \frac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{8 \times 8 \times 8 \times 8} = \frac{8^8}{8^4} = 8^4 \\ \text{ب} \quad \frac{5^5 - 5^0}{1} &= \frac{5^5 - 1}{1} = 5^5 - 1 \\ \text{ج} \quad \frac{7^3 - 3^7}{1} &= \frac{7^3 - 3^7}{1} = 7^3 - 3^7 \\ \text{د} \quad \frac{7^4 - 4^7}{1} &= \frac{7^4 - 4^7}{1} = 7^4 - 4^7 \end{aligned}$$

تذكر أن :

س - س =  
س + (- س) =

### فكر وناقش

ما إذا كان على ب ، د في تدرب (٣) فسر إجابتك .

لكل عدد نسبي غير صفري م عدد صحيح يكون :  
(١) م = ١  
(٢) م = ١

### تدرب (٤)

اختصر ما يلي :

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad \frac{9^2 - 3^2}{9} &= \frac{9^2 - 3^2}{9} = 9 - 3 = 6 \\ \text{ب} \quad \frac{9^2 - 9}{9} &= \frac{9^2 - 9}{9} = 9 - 1 = 8 \\ \text{ج} \quad \frac{8^4 - 4^8}{8} &= \frac{8^4 - 4^8}{8} = 8^3 - 4^7 = 512 - 16384 = -15872 \\ \text{د} \quad \frac{8^4 - 4^8}{8} &= \frac{8^4 - 4^8}{8} = 8^3 - 4^7 = 512 - 16384 = -15872 \end{aligned}$$

### نشاط (٤)

أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad 36 &= 2^2 (3 \times 3) \\ \text{ب} \quad 8000 &= 2^4 (5 \times 5 \times 5) \\ \text{ج} \quad 36 &= 9 \times 4 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^2 \\ \text{د} \quad 8000 &= 4 \times 4 \times 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 4^3 \times 5^3 \end{aligned}$$

ماذا تستنتج بالنسبة لـ أ ، ب ، ج ، د معاً ؟

$$3^2 \times 2^2 = 36 \quad 4^3 \times 5^3 = 8000$$

حدث الأعداد الأولية ١٠٤



لكل  $a$ ،  $b$  عددان نسبيان غير صفريين،  $m$  عدد صحيح يكون  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ .

### فكر وناقش

يقول عبد الله إن  $(3 \times 2)^2 = 3 \times 2 = 6$ . هل توافقه الرأي؟

مثال (١): اختصر كلاً مما يلي:

أ  $1024^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{10}{4}} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$

ب  $(2 \text{ ص ص})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^1 = 2$

ج  $\text{ص ص}^{\frac{1}{2}} \times \text{ص ص}^{\frac{1}{2}} = \text{ص ص}^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \text{ص ص}^1 = \text{ص ص}$

### نشاط (٥)

أوجد ناتج ما يلي معتمداً على قوانين الأسس:

أ  $\frac{4}{9} = \frac{2^2}{3^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

ب  $\frac{27}{125} = \frac{3^3}{5^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$

ج  $\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$

ماذا تستنتج؟ نوع الأسس على كل من المقسوم والمقسوم عليه "البسط والمقام"

لكل  $a$ ،  $b$  عددان نسبيان غير صفريين،  $m$  عدد صحيح يكون  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ .

ملاحظة:  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

### تدرب (٥)

أوجد ناتج ما يلي معتمداً على قوانين الأسس.

أ  $\frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

ب  $\frac{24}{8} = \frac{2^3 \times 3}{2^3} = 3$

ج  $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

د  $\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$





أكمل ما يلي:

$${}^2P \times {}^2P = {}^2(2P) \quad \text{ب} \quad {}^2P \times {}^2P = {}^2(2P)$$

$${}^4P \times {}^4P = {}^4(4P) \quad \text{ا} \quad {}^4P \times {}^4P = {}^4(4P)$$

$${}^3P \times {}^3P = {}^3(3P) \quad \text{ج} \quad {}^3P \times {}^3P = {}^3(3P)$$

ماذا تلاحظ؟ ضربنا الأس خارج القوس الأس داخل القوس

لكل عدد نسبي غير صفري، م، ن عددان صحيحان يكون:  ${}^mP = {}^n(2P)$

### تدرب (٦)

اختصر ما يلي:

$$150 = 3 \times 50 = 3 \times 2 \times 25 = 3 \times 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$150 = 3 \times 50 = 3 \times 2 \times 25 = 3 \times 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$150 = 3 \times 50 = 3 \times 2 \times 25 = 3 \times 2 \times 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 5^2$$



مثال (٢) يبلغ طول قطر الشمس نحو  $1.5 \times 10^6$  كم، ويبلغ طول قطر الأرض نحو  $1.27 \times 10^4$  كم. أوجد نسبة طول قطر الشمس إلى طول قطر الأرض.

الحل:

$$\frac{1.5 \times 10^6}{1.27 \times 10^4} = \frac{1.5 \times 10^2}{1.27} = \frac{150}{1.27}$$

### تمرّن:

أوجد ناتج ما يلي:

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

$$11 = 3 = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

حل آخر  $\frac{9}{3} = 3 = 3^1$

$$\left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{3}{3}\right)$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 2^{-4}$$

$$14 = 7 \times 2 = 7 \times 2^1 = 7 \times 2^1$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$



اختصر لأبسط صورة:

١ س × س<sup>٦</sup> = س<sup>٧</sup>

ب (٢٥)<sup>٤</sup> × ٥ = ٥ × ٨٥ = ٩٥

ج (٢-)<sup>٢</sup> × (٢-)<sup>٢</sup> = (٢-)<sup>٤</sup>

د س<sup>١١</sup> × س<sup>٨</sup> = س<sup>١٩</sup>

هـ س<sup>٢</sup> × س × س<sup>٢</sup> = س<sup>٦</sup>

و (س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>) × (س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>) = س<sup>٤</sup> ص<sup>٤</sup> =  $\frac{١}{س^٥ ص^٥}$

ز (أ<sup>٢</sup> ب) × (أ<sup>٢</sup> ب) × (أ<sup>٢</sup> ب) = أ<sup>٦</sup> ب<sup>٣</sup>

ح (س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>) × (س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>) = س<sup>٤</sup> ص<sup>٤</sup> = س<sup>٦</sup> × س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> = س<sup>٨</sup> ص<sup>٤</sup>

ط أ<sup>١٠</sup> ب = أ<sup>١٠</sup> × (أ<sup>١٠</sup> ب) = أ<sup>٢٠</sup> ب

ي (٢- ص<sup>٢</sup>) = (٢- ص<sup>٢</sup>)<sup>٣</sup> = (٢- ص<sup>٢</sup>)<sup>٣</sup>



٣ يقدر حجم الأرض بنحو ١٠ كم<sup>٣</sup> ،  
ويقدر حجم كوكب المشتري بنحو ١٨ × ٣ ، ١٠  
مرة من حجم الأرض ، ما حجم المشتري ؟  
حجم المشتري

$\frac{١٨}{٣} \times ١٠ = ٦ \times ١٠ = ٦٠$   
 $\frac{١٨}{٣} \times ١٠ = ٦ \times ١٠ = ٦٠$



## كثيرات الحدود (متعددة الحدود - الحدوديات) Polynomials

٢-٩

سوف تتعلم : ما هي كثيرات الحدود - إيجاد قيمة كثيرات الحدود  
وكتابتها بالصورة القياسية .

### البطاقات الجبرية



### نشاط

قسّم المعلم متعلمي الصف إلى مجموعات ،  
ثم وزّع المعلم على كل مجموعة بعض البطاقات  
الجبرية رطله ، منهم نمذجة ما تعبر عنه البطاقات الجبرية .  
١ مجسوة ، له معلم فيصل كان نصيبها من البطاقات هو :



التعبير الجبري للنموذج هو :  $x^2 + 2x + 1$

٢ مجموعة المتعلم بدر كان نصيبها من البطاقات هو :



كما تمت نمذجة بطاقات فيصل ، استخدم بطاقات بدر لكتابة التعبير الجبري للنموذج المعطى :

التعبير الجبري للنموذج هو :  $x^2 + 3x + 2$

\* التعبيرات الجبرية السابقة مثل :  $x^2 + 2x + 3$  تُسمى **كثيرة حدود** .

كثيرة الحدود (مقدار جبري) هي تعبير جبري يتكون من واحد أو أكثر من الحدود  
الجبرية يتم بناؤها باستخدام عمليات الجمع والطرح .

أمثلة :

$$(1) \quad 2x^2 - 4x + 3$$

$$(2) \quad 2x^2 - 4x + 3$$

$$(3) \quad x^3 - 7x^2 + 5x + 6$$

حدود جبرية

كثيرة حدود

ليست كثيرات حدود

(مقدار جبري)

العبارات والمفردات :

كثيرة الحدود

Polynomial

حد

Term

وحيدة الحد

Monomial

ثنائية الحد

( ذات الحدين )

Binomial

ثلاثية الحد

Trinomial

درجة

Degree

حدود متشابهة

Like Terms

حدود غير متشابهة

None Like

Terms

الصورة القياسية

Standard Form

تذكر أن :

٣ س يسمى حدًا

جبريًا حيث :

٣ هو المعامل ،

س هو المتغير .



كما في مثال فيصل ، اتبع الخطوات لكتابة الحدوديات باستخدام البطاقات الموضحة :

**تدريب (١)**

اكتب تعبيراً جبرياً لكل من النموذجين أدناه :

**أ**

١

س

س

س

س

التعبير الجبري :  $١ - ٢س + ٣س - ٤س + ٥س$

**ب**

١

س

س

التعبير الجبري :  $١ - ٢س + ٣س - ٤س + ٥س$

**تدريب (٢)**

حدد من التعابير الجبرية التالية ما يمثل حدودية وما لا يمثل ذلك .

١  $٤س + ٢س - ٦س$

٢  $٣س - ٧س$

٣  $٥س - ٢س + ٣س + ٤س - ٧س$

٤  $٣س - ٢س + ٣س$

٥  $\frac{٣}{س}$

٦  $٥ + ٣س$

ليست حدودية

حدودية

حدودية

ليست حدودية

ليست حدودية

أنواع كثيرات الحدود

تسميات عامة	كثيرة الحدود (الحدوديات)
وحيدة الحد	س ، ٣س ، ٥
ثنائية الحد (حدانية)	١ + ٢س ، ٢س - ٢س ، ٢س + ١
ثلاثية الحد (حدودية ثلاثية)	٣ + ٢س + ٧س ، ٥س - ٢س + ٢س

جميع الحدوديات في الجدول السابق تسمى **حدوديات في متغير واحد (مقدار جبري)** ،  
بينما الحدوديات  $٥س - ٢س + ٣س + ٤س - ٧س$  تسمى **حدوديات في متغيرين** .



### تدرب (3)

حدد ما إذا كانت كل عبارة في الجدول كثيرة حدود أم لا ، وإذا كانت كذلك صنفها إلى (وحيدة حد - ثنائية حد - ثلاثية حد) ، ثم اذكر المتغيرات في الحدودية :

العبارة	هل هي كثيرة حدود ؟ ولماذا ؟	تصنيف الحدودية : وحيدة - ثنائية - ثلاثية	المتغير في الحدودية
$7x^2$	نعم كثيرة حدود لأنها تتكون من حد واحد	وحيدة الحد	متغير واحد هو $x$
$9x^2 + 4x^2$	نعم كثيرة حدود لأنها تتكون من حد واحد	وحيدة الحد	متغيران وهما : $x$ ، $x^2$
$6x^2 - 9x$	ليست كثيرة حدود	ليست حدودية لأن أس للمتغيرين $x$ و $x^2$ مختلف	ليست كثيرة حدود
$6x^2 + 4x^3 - 3$	ليست كثيرة حدود	ليست كثيرة حدود لأن أس للمتغيرين $x$ و $x^3$ مختلف	ليست كثيرة حدود
$7$	نعم كثيرة حدود لأنها تتكون من حد واحد	وحيدة الحد	لا يوجد متغير لذلك يسمى (حد مطلق)

ملاحظة :  
 $5x^2 + 3x^2 = 8x^2$   
 مجموع أسس المتغيرات  
 $5 = 3 + 2 =$

### درجة الحدودية وترتيبها

- درجة كثيرة الحدود ذات متغير واحد هي قيمة أعلى (أس للمتغير) يظهر في أي حد
- درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغير هي قيمة أعلى مجموع (لأسس المتغيرات) التي تظهر في أي حد .



اكتب الحدود الجبرية لكثيرات الحدود التالية ، ثم اذكر أكبر أس لكل حدودية وحدد درجة الحدودية لكل منها :

كثيرة الحدود	الحدود الجبرية	الحد	الأس	أكبر أس	درجة الحدودية
$2x^2 + 3$	$2x^2, 3$	$2x^2$	2	2	الدرجة الثانية
$5x^4 - 7x + 5$	$5x^4, 5, -7x$	$5x^4$	4	4	الدرجة الرابعة
$x^2 + 2x + 1$	$x^2, 2x, 1$	$x^2$	2	2	الدرجة الثانية
$5x^5 - 3x^3 + 1$	$5x^5, -3x^3, 1$	$5x^5$	5	5	الدرجة الخامسة
$5x^5 - 2x^3 + 5x + 5$	$5x^5, -2x^3, 5x, 5$	$5x^5$	5	5	الدرجة الخامسة

من الجدول نجد أن الحدودية :  $5x^5 - 2x^3 + 5x + 5$  هي - لودية في متغير واحد ، من الدرجة الرابعة ومرتبة تنازليًا بحسب أكبر أس .

### الحدود المتشابهة والحدود المتساوية

التعريف	الحدود المتشابهة	الحدود المتساوية
هي الحدود التي لها نفس المتغير مرفوعة لنفس الأس .	هي حدود متشابهة بمعاملات متساوية .	
أمثلة	<p>(1) <math>4x^2, -\frac{1}{4}x^2, \pi x^2</math></p> <p>(2) <math>3x, -5x</math></p> <p>(3) <math>3x^2, -3x^2</math></p>	<p>(1) <math>3x^2, 3x^2</math></p> <p>(2) <math>\frac{1}{4}x, \frac{1}{4}x</math></p> <p>(3) <math>4x^2, 4x^2</math></p>



## تدرب (٥)

حدد الحدود المتشابهة والمتساوية في ما يلي :

١  $\frac{1}{3}ع^٢ص$  ،  $-صع^٢$  متشابهات

٢  $٤ك^٢$  ،  $-٣ك$  ،  $\frac{1}{٢}ك^٢$  غير متشابهة

٣  $٧س^٢$  ،  $٢س^٢$  ،  $-س^٢$  متشابهات

٤  $س^٢ل$  ،  $س^٢ل$  غير متشابهات

٥  $-٥س^٢ص^٢$  ،  $-٥ص^٢س^٢$  متساويات

٦  $٥$  ،  $٥س^٢ص$  ،  $\frac{1}{٢}صس^٢$  متساويات

### ملاحظة :

يمكن كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب ( تصاعدي - تنازلي ) حسب درجتها ، ولكن عند ترتيب كثير الحدود بمتغير واحد تنازليًا حسب درجتها يسمى هذا بالصورة القياسية .

مثل :  $٧ + ٤ع^٢ - ٥ع^٢ + ٢ع + ٧$

## تدرب (٦)

اكتب كثيرات الحدود التالية بالصورة القياسية ، وحدد درجتها :

الحدودية	الصورة القياسية	درجة الحدودية
$ص^٢ - ٢ص + ص^٢$	$ص^٢ + ص^٢ - ٢ص$	الدرجة الثالثة
$س^٢ + ٥س - ٧ - س^٢$	$س^٢ - س^٢ + ٥س - ٧$	الدرجة الرابعة
$٢ع^٢ - ٣ع + ٤ع^٣ + ٨$	$٤ع^٣ - ٣ع + ٢ع^٢ + ٨$	الدرجة الرابعة
$٥ - ٣ص + ٤ - ٥ - ٤ص^٣ - ٤ص$	$٥ - ٣ص + ٤ - ٥ - ٤ص^٣ - ٤ص$	الدرجة الخامسة



١ أوجد قيمة كل من كثيرات الحدود التالية عندما  $s = 3$  ،  $v = 2$  :

١  $\frac{1}{3}s^3 + 2v^2 + 25$

$$= \frac{1}{3}(3)^3 + 2(2)^2 + 25 = 9 + 8 + 25 = 42$$

$$= \frac{1}{3} \times 27 + 2 \times 4 + 25 = 9 + 8 + 25 = 42$$

$$= 9 + 8 + 25 = 42$$

ب  $3v^2 - 2s^3 - 50$

$$= 3(2)^2 - 2(3)^3 - 50 = 12 - 54 - 50 = -92$$

$$= 12 - 54 - 50 = -92$$

$$= 12 - 54 - 50 = -92$$

٢ إذا كانت  $s = 7$  ،  $v = 7$  ،  $n = 3$  أي المقادير الآتية صحيحة بحيث يكون الناتج ١٤ ؟

أ  $s \times (v + n)$  ب  $s \times v \times n$

ج  $n \times v - s$  د  $(v + n) \div s$

### تمرّن :

١ ظلّل أ إذا كانت العبارة صحيحة وظلّل ب إذا كانت العبارة غير صحيحة .

أ	ب	كثيرة حدود	$3s^3 - \frac{1}{s} + 4$
أ	ب	ليست كثيرة حدود	$\sqrt{s} - v^3 + \frac{2}{s}$
أ	ب	حدان جبريان متساويان	$-\frac{3}{5}s^3 - 6, v^3 s$



٢ صل من القائمة (أ) ما يناسبها من القائمة (ب) :

(أ) الحدودية	(ب) الدرجة
$\frac{1}{4}ص - ع$	الثالثة
$ص^2ع - \frac{1}{3}صع + ١$	الرابعة
$س^2 - س^2ع - \frac{2}{5}صس + سس$	الأولى
$٥ل^0 + ل + ل^1 + ل^2 - ل^3$	السادسة
	الثانية

٣ صنف الحدود الجبرية التالية حسب ما هو موضح في الجدول التالي :

٦س<sup>٢</sup>ص ،  $\frac{1}{4}ص^2$  ، - صس<sup>٢</sup> ، ٤سس<sup>٢</sup> ،  $\frac{2}{5}صس$  ، - ٧

حدود متشابهة	حدود غير متشابهة
٦س <sup>٢</sup> ص ، - صس <sup>٢</sup> ، $\frac{2}{5}صس$ ، ٤سس <sup>٢</sup> ، - ٧	$\frac{1}{4}ص^2$ ، ٤سس <sup>٢</sup> ، - ٧

٤ ضع الحدوديات التالية في المائدة التيانية ، ثم حدد درجة الحدودية :

١  $٥ - ٦س + ٤س^2 + ٥س^3$

$٥ - ٦س + ٤س^3 + ٥س^5$

الدرجة الخامسة

ب  $٧ - ٤ص + ٥ص^2 - ٥ص^3 + ص^4$

$٧ - ٤ص + ٥ص^2 - ٥ص^3 + ص^4$

الدرجة الرابعة

ج  $٤ع^2 - ٦ + ٤ع - ٤ع^3$

$٦ + ٤ع - ٤ع^3 - ٤ع^2$

الدرجة الثالثة

د  $٢س - ٥س^2 + \frac{1}{4} + ٥س^3$

$\frac{1}{4} + ٥س^3 + ٢س - ٥س^2$

الدرجة الثانية



إذا كانت  $2 + 1 = 3$  ،  $5 = 0$  ،  $4 = 3$  ، فما قيمة  $2 + 3 + 4$  ؟  
 $5 + (3 + 4) = 5 + 7 = 12$   
 $17 = 12 + 5 = 4 \times 3 + 5 =$

أوجد قيمة كثيرات الحدود التالية :

١ -  $4 - 2 + 1 + 5 + 2$  ، عندما  $2 = 3$   
 $4 - 2 + 1 + 5 + 2 = 10$

ب -  $3 - 2 + 1 + 4 - 5$  ، عندما  $4 = 3$  ،  $1 = 3$   
 $3 - 2 + 1 + 4 - 5 = 1$

٢ -  $4 - 2 + 1 + 5 + 2$  ، عندما  $2 = 3$  ،  $1 = 3$   
 $4 - 2 + 1 + 5 + 2 = 10$



كتبت أمينة لغزًا هو عبارة عن أرقام خزنة بها ، وأرادت من ابنتها رغد معرفة رقم الخزانة وهو عبارة عن  $3 - 2 + 1 + 5 + 2$  ، عندما  $2 = 3$  ،  $1 = 3$  .  
 ساعد رغد على فتح الخزانة .

$3 - 2 + 1 + 5 + 2 = 10$   
 $10 - 3 = 7$

٨ - إذا كانت  $3 - 2 + 1 + 5 + 2 = 10$  ، احسب قيمة  $2 - 3 + 4$  (س - ص)  
 $2 - 3 + 4 = 3$

٩ - لدى سامي ضعف عدد الكتب التي مع جاسم ، ومع حسن ستة كتب زيادة عن التي مع جاسم ، فإذا كان مع جاسم ٨ كتب ، فأى العبارات الرياضية الآتية تمثل عدد جميع الكتب التي مع الأولاد الثلاثة ؟

- ☒ ٤ س + ٦   
 ☐ ٣ س + ٨   
 ☐ ٨ س + ٢   
 ☐ ٣ س + ٦



# جمع كثيرات الحدود وطرحها Adding and Subtracting Polynomials

٣-٩



سوف تتعلم : جمع كثيرات الحدود وطرحها .

نشاط (١) :

سوف نستخدم البطاقات الجبرية لنمذجة كثيرات الحدود ، بفرض أن :



بطاقات لمربعات المتغيرات



بطاقات للمتغيرات



بطاقات للأعداد

سنستخدم هذه البطاقات لنمذجة الحدوديات كما في المثال التالي :



$$-s^2 + 3s - 4$$

$$2s^2 - s + 3$$

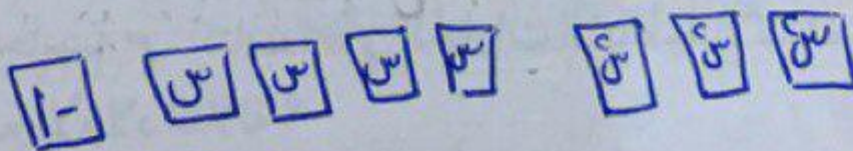
تدرب (١) :

أ اكتب كثيرة الحدود التي تمثل النموذج التالي :



$$-2s^2 - 2s + 4$$

ب نمذج كثيرة الحدود  $3s^2 + 4s - 1$  مستخدمًا البطاقات .

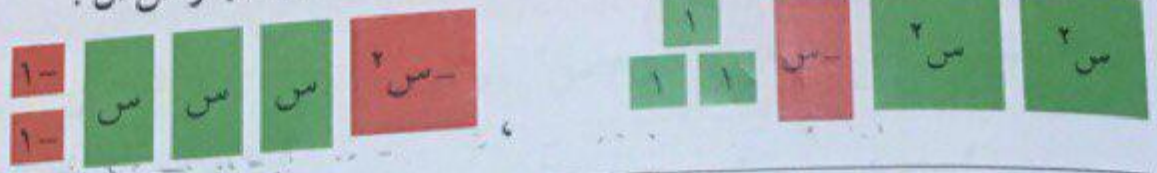




## جمع كثيرات الحدود

### نشاط (٢)

سوف نستخدم البطاقات الجبرية لنمذجة كثيرات الحدود، بفرض أن:



$$2s^2 + (-s) + 3 + (-s^2 + 3s - 2)$$

١ بالضم احذف الأزواج الصفريّة:



٢ اكتب النمذجة التي حصلت عليها:



٣ رتب النمذجة التي حصلت عليها في الصورة القياسية:



٤ عبّر عن النمذجة بحدودية:

٥ لجمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود المتشابهة:

$$[2s^2 + (-s) + 3] + [-s^2 + 3s - 2]$$

$$= (2s^2 - s^2) + (-s + 3s) + (3 - 2) = s^2 + 2s + 1$$

لجمع كثيرات الحدود نقوم بجمع الحدود المتشابهة معًا.

تذكّر أن:

أزواج صفريّة:





### مثال (١) :

أوجد ناتج جمع كثيرات الحدود التالية :

$$2س^2 + 4س - 6 \text{ مع } 5س^2 + 2س - 2$$

الحل :

الطريقة الرأسية :

اجمع الحدود  
المتشابهة

$$2س^2 + 4س - 6$$

$$+ 5س^2 + 2س - 2$$

$$= 7س^2 + 6س - 8$$

الطريقة الأفقية :

$$(2س^2 + 4س - 6) + (5س^2 + 2س - 2)$$

$$= (2 + 5)س^2 + (4 + 2)س + (-6 - 2) = 7س^2 + 6س - 8$$

$$= 7س^2 + 6س - 8$$

### تدرب (٢) :



١ اجمع الحدوديات التالية :

$$3س^3 + 2س^2 - 7س + 10س^4 - 5س^3 + 2س^2 - 8س + 7س^4 - 10س^3$$

( أكتب الحدودية بالصورة القياسية ، ثم أجمعها بالطريقة الرأسية )

$$3س^3 + 2س^2 - 7س + 10س^4 - 5س^3 + 2س^2 - 8س + 7س^4 - 10س^3$$

$$= 17س^4 - 2س^3 - 6س^2 - 15س$$

$$= 17س^4 - 2س^3 - 6س^2 - 15س$$

$$= 17س^4 - 2س^3 - 6س^2 - 15س$$

$$6س^2 - 1 - 2س^2 - 4س + 5 - 7س^2 - 1$$

$$= -3س^2 - 4س + 4$$

$$= -3س^2 - 4س + 4$$

$$= -3س^2 - 4س + 4$$

٢ ناتج :  $3س^3 + 2س^2 + 2س + 3س$

$$8س \quad | \quad 8س^3 \quad | \quad 5س^2 + 3س \quad | \quad 7س^2 + 3س$$



## طرح كثيرات الحدود

تدرب (٣) : 

أكمل ما يلي لتصبح العبارة صحيحة :

م	كثيرة الحدود	المعكوس الجمعي
١	$٣س - ٢س - ٥س - ٢س$	$-(٣س - ٢س - ٥س - ٢س) = ٣س + ٢س + ٥س + ٢س$
٢	$٤س - ٢س - ٩س + ٥س$	$-(٤س - ٢س - ٩س + ٥س) = -٤س + ٢س + ٩س - ٥س$
٣	$١٠س - ٦س - ٧س + ١٠س$	$-(١٠س - ٦س - ٧س + ١٠س) = -١٠س + ٦س + ٧س - ١٠س$

تذكر أن :

• المعكوس الجمعي  
للعدد ٣ هو -٣

• المعكوس الجمعي  
لـ ٥س هو -٥س

• المعكوس الجمعي  
لـ ٣س هو -٣س

• -١٠ = ب - ١٠  
ب = ١٠ - (-١٠)

لطح كثيرات الحدود، المعكوس الجمعي للمطروح .

مثال (٢) :

أوجد ناتج ما يلي :  $(٦س - ٢س + ٤س) - (٣س - ٥س - ١س)$

الحل :

الطريقة الأفقية :

• نكتب المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية (المطروح) :

$$-(٣س - ٥س - ١س) = -٣س + ٥س + ١س$$

• نجمع الحدودية الأولى ومعكوس الحدودية الثانية (المطروح) :

$$(٦س - ٢س + ٤س) + (-٣س + ٥س + ١س)$$

$$= (٦س - ٢س + ٤س) + (-٣س + ٥س + ١س)$$

$$= ٦س - ٢س + ٤س - ٣س + ٥س + ١س = ٦س + ٣س + ٥س = ١٤س$$

الطريقة الرأسية :

• نكتب المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود الثانية (المطروح) :

$$-(٣س - ٥س - ١س) = -٣س + ٥س + ١س$$

• نجمع الحدودية الأولى ومعكوس الحدودية الثانية (المطروح) :

$$٦س - ٢س + ٤س$$

$$-٣س + ٥س + ١س$$

$$= ٦س - ٢س + ٤س - ٣س + ٥س + ١س = ١٤س$$

نرتب الحدود المتشابهة  
ثم نجمعها .

ثم نجمع الحدود  
المتشابهة .

نرتب الحدود تنازلياً  
(أو تصاعدياً) نضع  
الحدود المتشابهة أسفل  
بعض رأسيًا .



تدرّب (٤)

أ ا طرح (٣ ص - ٢ ص - ٥ ص) من (١٢ ص - ٣ ص - ٢ ص + ٢ ص)

الحل: المعكوس الجمعي للمطروح (-٣ ص + ٢ ص + ٥ ص)

$$-٣ ص + ٢ ص + ٥ ص$$

$$+ ٣ ص - ٢ ص + ٥ ص$$

$$-٣ ص + ٢ ص + ٥ ص$$

ب من (-٢ ص - ١ ص) ا طرح (-٣ ص + ٢ ص - ٢ ص)

الحل: المعكوس الجمعي للمطروح (-٣ ص + ٢ ص - ٢ ص)

$$(-٢ ص - ١ ص) - (-٣ ص + ٢ ص - ٢ ص) =$$

$$(-٢ ص - ١ ص) + (٣ ص - ٢ ص + ٢ ص) =$$

$$(-٢ ص - ١ ص) + (٣ ص - ٢ ص + ٢ ص) =$$

$$٣ ص - ١ ص - ٢ ص =$$

تمرّن:

أ اجمع كثيرات الحدود التالية:

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص$$

$$٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص$$

$$(٢ ص + ٥ ص - ٢ ص) + (٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص) =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$

$$٢ ص + ٥ ص - ٢ ص + ٣ ص - ٢ ص + ١٠ ص =$$



٢ اكتب المعكوس الجمعي لكثيرات الحدود التالية :

المعكوس الجمعي	كثيرة الحدود
$2 - \frac{1}{x} - 3x^2 - \frac{1}{x^3} = (\frac{1}{x} - 3x^2 - \frac{1}{x^3}) - 2$	$\frac{1}{x} - 3x^2 - \frac{1}{x^3} - 2$
$\frac{2}{3} - \frac{1}{x} + 3x^0 = (\frac{2}{3} - \frac{1}{x} + 3) - \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} - \frac{1}{x} + 3$
$1 - 5x + 3x^2 = (1 - 5x + 3x^2) - 1$	$1 - 5x + 3x^2$
$7 + 4x^2 - 6x + x^3 = (7 + 4x^2 - 6x + x^3) - 7$	$7 + 4x^2 - 6x + x^3$

٣ أوجد ناتج ما يلي :

أ  $3x^3 - 2x^2 + 7x - (2x^3 - x^2 + 5x) = (3x^3 - 2x^2 + 7x - 2x^3 + x^2 - 5x) = (x^3 - x^2 + 2x)$

ب  $6x^3 - 5x^2 + 10x - (10x^3 - 5x^2 + 15x) = (6x^3 - 5x^2 + 10x - 10x^3 + 5x^2 - 15x) = (-4x^3 - 5x^2 - 5x)$

٤ أ اطرح  $(5x^3 + 6x^2 - 1)$  من  $(4x^3 - 14x^2 + 1)$  معكوس  $5x^3 + 6x^2 - 1$  هو  $1 - 6x^2 - 5x^3$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 14x^2 + 1 \\ + 1 - 6x^2 - 5x^3 \\ \hline -5x^3 - 20x^2 + 2 \end{array}$$

ب من  $(3x^3 - 9x^2 + 9)$  اطرح  $(2x^3 + 9x^2 - 9)$  معكوس  $(2x^3 + 9x^2 - 9)$  هو  $9 - 9x^2 - 2x^3$

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 9x^2 + 9 \\ + 9 - 9x^2 - 2x^3 \\ \hline -x^3 - 18x^2 + 18 \end{array}$$



## ضرب كثيرات الحدود Multiplying Polynomials

٩-٤



سوف تتعلم: ضرب كثيرات الحدود.

### نشاط (١)

أراد أحمد أن يشتري سجادة ليضعها في صالة المنزل ،  
ففكر بعدة أبعاد للسجادة وإيجاد مساحتها كما في الجدول .  
أكمل الجدول التالي :

مساحة الشكل	الطول × العرض	العرض	الطول
٢ س	٢ × س	٢	س
٢ س <sup>٢</sup>	٢ س × س	س	٢ س
١٢ س <sup>٢</sup>	٦ س × ٢ س	٢ س	٦ س

ملاحظة :

ضرب قوى لأساسات

متشابهة :

عند ضرب قوى

لأساسات متشابهة

نجمع الأسس .

$$٥ + ٢ = ٧ \quad ٢ \times ٢ = ٤$$

حيث  $٢ \neq ٠$  ،

م ، ن و ص

ب باب على شكل مستطيل طوله س قدم ، وعرضه  
ص قدم ، وفي منتصفه نافذة زجاجية مستطيلة الشكل ،  
طولها ٣ أقدام وعرضها ٢ أقدام ، أي العبارات التالية  
يبين المساحة المدهونة من الباب بوحدة  
القدم المربعة ؟

أ)  $س + ص - ٦$       ب)  $س ص + ٦$

ج)  $س ص - ٦$       د)  $س + ص + ٦$

### تدرب (١)

أوجد ناتج ما يلي :

١)  $٥ س^٢ \times ٧ س^٣ = (٧ \times ٥) \times (س^٢ \times س^٣) = ٣٥ س^٥$

٢)  $٣ س^٤ \times (٥ - ٧ س^٣) = (٣ س^٤ \times ٥) - (٣ س^٤ \times ٧ س^٣) = ١٥ س^٤ - ٢١ س^٧$

يمكنك أن تضرب وحيدة حدّ في وحيدة حدّ ، قد تساعد خاصية التوزيع في أن  
تضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود .



## تدرب (٢)

أكمل:

$$(2 \text{ س}^2) \times (8 \text{ س}^4 + 3 \text{ س})$$

$$= (2 \text{ س}^2 \times 8 \text{ س}^4) + (2 \text{ س}^2 \times 3 \text{ س}) = 16 \text{ س}^6 + 6 \text{ س}^3$$

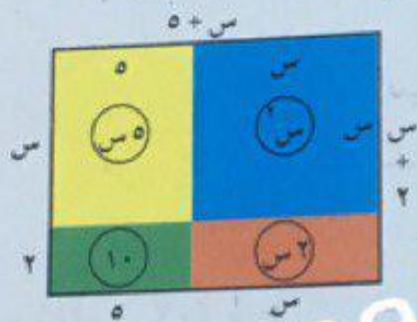
والآن، يمكنك أيضًا إيجاد ناتج ضرب كثيرة حدود في أخرى حيث توجد طريقتان لإجراء عملية الضرب: الطريقة الرأسية والطريقة الأفقية. يمكنك استخدام أي منهما في الحل.

## تدرب (٣)

بسط المقدار التالي:  $4(2 + \text{س}) - (3 + 5(\text{س} - 1))$

$$8 + 4\text{س} - (3 + 5\text{س} - 5) = 8 + 4\text{س} - 3 - 5\text{س} + 5 = 10 - \text{س}$$

## مثال (١)



في الشكل المقابل مستطيل بعده (5 + س)، (2 + س) أوجد مساحة المستطيل:

الحل:

نقسم المستطيل إلى أربعة أجزاء كما في الشكل المقابل  
مساحة الشكل = الطول × العرض = مجموع مساحات الأجزاء الأربعة

• الطريقة الأولى: الأفقية

$$(5 + \text{س})(2 + \text{س})$$

$$= (5 + \text{س})2 + (5 + \text{س})\text{س} =$$

$$= (5 \times 2) + (5 \times \text{س}) + (2 \times \text{س}) + (\text{س} \times \text{س}) =$$

$$= 10 + 5\text{س} + 2\text{س} + \text{س}^2 =$$

$$= 10 + 7\text{س} + \text{س}^2$$

• الطريقة الثانية: الرأسية

$$\begin{array}{r} 5 + \text{س} \\ \times 2 + \text{س} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 + 2\text{س} \\ 5\text{س} + \text{س}^2 \\ \hline 10 + 7\text{س} + \text{س}^2 \end{array}$$

## تدرب (٤)

أوجد ناتج  $(4 + \text{س})(3 + \text{س}) = (3 + \text{س})\text{س} + (3 + \text{س})4$

$$= 12 + 4\text{س} + 3\text{س} + \text{س}^2 =$$

$$= 12 + 7\text{س} + \text{س}^2$$

تذكر أن:

الخاصية التوزيعية  
للضرب على الجمع  
 $1 \times (\text{س} + \text{س}) = (\text{س} \times 1) + (\text{س} \times 1)$

تذكر أن:

مربع س = س<sup>2</sup>  
ضعف س = 2س



تدرب (٥)

أكمل لإيجاد ناتج ما يلي :

١ (ص + ٥) (ص - ٥)

= ص (ص - ٥) + ٥ (ص - ٥)

= ص<sup>٢</sup> - ٥ص + ٥ص - ٢٥

= ص<sup>٢</sup> - ٢٥

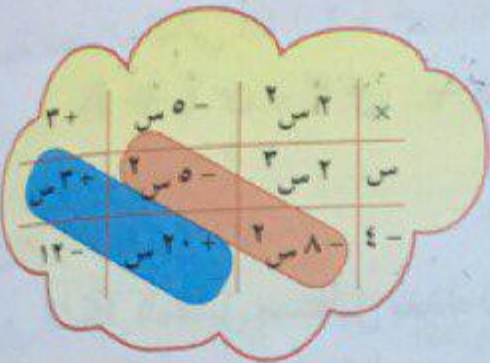
٢ ص<sup>٢</sup> - ٥ ص + ٣

× ٧ ص - ٤

٢ ص<sup>٢</sup> - ٥ ص + ٣

+ - ٨ ص<sup>٢</sup> + ٢٠ ص - ١٢

٢ ص<sup>٢</sup> - ١٣ ص + ٢٣ ص - ١٢



٢ ص<sup>٢</sup> - ١٣ ص + ٢٣ ص - ١٢

@math\_for\_life

مثال (٢)

أوجد مربع (ص + ٣) = (ص + ٣)<sup>٢</sup>

الحل :

(ص + ٣) (ص + ٣)

= ص<sup>٢</sup> + ٣ ص + ٣ ص + ٩

= ص<sup>٢</sup> + ٦ ص + ٩

لاحظ في مثال (٢) السابق :

(ص + ٣)<sup>٢</sup> هي مربع الحدانية (ص + ٣) حيث :

ص هي الحد الأول ، ٣ هي الحد الثاني ،

ص<sup>٢</sup> هي مربع الحد الأول ،

٩ هي مربع الحد الثاني ،

٦ ص هي ضعف الحد الأول × الحد الثاني .



### الصورة القياسية

مربع (س ± ص) = (س ± ص)<sup>2</sup>  
 = س<sup>2</sup> ± ٢س ص + ص<sup>2</sup> حدودية ثلاثية على صورة مربع كامل  
 = مربع الحد الأول ± ضعف الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

### تدرب (٦)

١ أوجد (ص - ٧)<sup>2</sup>:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{مربع الحد} \\ \text{الثاني} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{ضعف الحد} \\ \text{الأول} \\ \times \\ \text{الحد الثاني} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{مربع الحد} \\ \text{الأول} \end{array} \right] =$$

$$\begin{aligned} \text{ص}^2 - 2 \times \text{ص} \times 7 + 7^2 &= \\ \text{ص}^2 - 14\text{ص} + 49 &= \end{aligned}$$

٢ (٢ + ٥)<sup>2</sup> ب

$$\left[ \begin{array}{c} \text{مربع الحد} \\ \text{الأول} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{ضعف الحد} \\ \text{الأول} \\ \times \\ \text{الحد الثاني} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{مربع الحد} \\ \text{الثاني} \end{array} \right] =$$

$$\begin{aligned} (2)^2 + 2 \times 2 \times 5 + (5)^2 &= \\ 4 + 20 + 25 &= \end{aligned}$$

### فكر وناقش

ما التشابه والاختلاف بين ناتج (س + ٥)<sup>2</sup> و (س - ٥)<sup>2</sup>؟



### مثال ( ٣ ) :

شبه مكعب أبعاده هي :  $(س + ٥)$  ،  $(س - ٢)$  ،  $(س)$  وحدة طول .  
أوجد حجمه .

### الحل :

حجم شبه المكعب = حاصل ضرب أبعاده

$$= (س + ٥) \times (س - ٢) \times (س)$$

$$= س \times [(س - ٢) \times ٥ + (س - ٢) \times س]$$

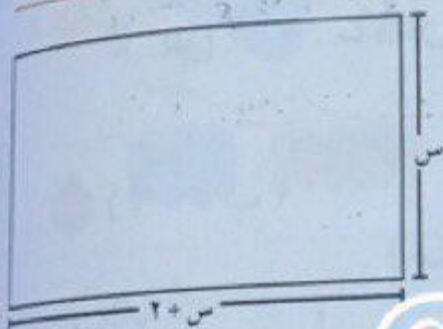
$$= س \times [٥س - ١٠ + ٢س - ٢س]$$

$$= س \times [٣س - ١٠]$$

$$= ٣س^٢ - ١٠س$$

### تمرين :

١) مساحة المستطيل المجاور هي :  $٣س + ٢$



$$٣س + ٢$$

$$٣س + ٢$$

$$٣س + ٢$$

$$٣س + ٢$$

@math\_for\_life

٢) أوجد ناتج كل مما يلي :

طريقة مباشرة  
٣س<sup>٦</sup>

$$= ٣س^٦ \times ٢س^٣$$

$$(٣س^٦) \times (٢س^٣)$$

$$٣س^٦$$

$$= \left( \frac{٣}{٢} + س - \frac{٢}{٣}س \right) \times \frac{١}{٢}س$$

$$= \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٢}س + س \times \frac{١}{٢}س - \frac{٢}{٣}س \times \frac{١}{٢}س$$

$$= \frac{٣}{٤}س + \frac{١}{٢}س^٢ - \frac{١}{٣}س^٢$$

$$= (٣س + ٢س^٢)$$

$$= (٣س + ٢س^٢) \times (٢س - ٣س^٢)$$

$$= (٣س - ٣س^٢) + (٢س^٢ - ٣س^٤)$$

$$= ٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$= (٣س + ٢س^٢) \times (٢س - ٣س^٢)$$

$$= (٣س + ٢س^٢) \times (٢س - ٣س^٢)$$

طريقة أخرى

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$

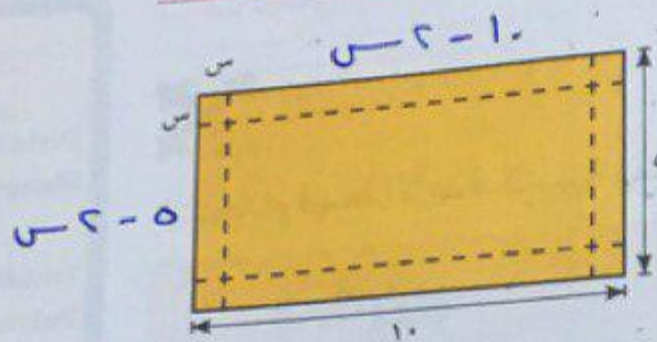
$$٣س - ٣س^٢ + ٢س^٢ - ٣س^٤$$



٣ أوجد مربع كل حدانية في ما يلي :

١ (س - ٤) = ٤س - ٨س + ١٦

ب (٢ - ٣ - ٢) = ٤س - ١٢س + ٩س



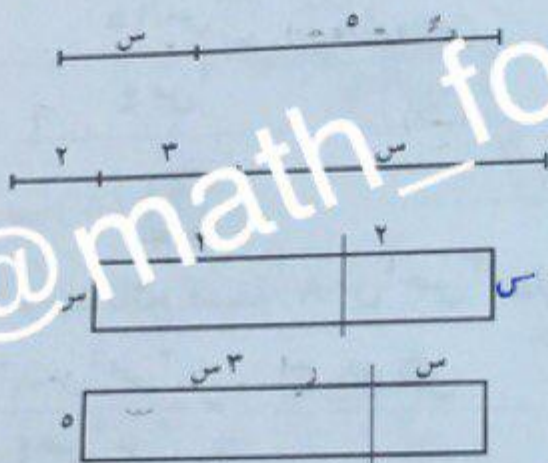
٤ أرادت شيماء صنع علبة من دون غطاء مستخدمة قطعة من الورق المقوى بعدها

١٠ وحدة طول ، ٥ وحدة طول ، وذلك بنزع مربع طول ضلعه س وحدة طول من كل زاوية من زوايا القطعة . ما حجم علبة شيماء ؟

الطول ١٠ - س ، العرض ٥ - س ، الارتفاع س

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع = (١٠ - س) × (٥ - س) × س = ٥٠س - ١٥س² - ٥س³ + ٥س⁴

٥ أي مما يلي يمثل التعيين ؟



أ طول القطعة المستقيمة

ب طول القطعة المستقيمة

ج مساحة الشكل

د مساحة الشكل

٦ إذا كانت س = ١٦ ، ص = ٤ ، فإن أكبر قيمة للمقدار (س - ص) = ؟

أ ٤ | ب ١٢ | ج ١٦ | د ٣٦

٧ أي مما يلي يساوي ٢(س + ع) - (٢س - ع) ؟

أ ٣ع | ب ع | ج ٤س + ٣ع | د ٤س + ٢ع



# قسمة كثيرة حدود على حد جبري Dividing a Polynomial by a Monomial

٥-٩



سوف تتعلم : قسمة حد جبري على حد جبري آخر ، قسمة كثيرة حدود على حد جبري

## نشاط (١)



باستخدام قسمة الأعداد النسبية وما تعلمته من ضرب و قسمة الأسس ، أكمل الجدول .

الحد الأول ÷ الحد الثاني (الحد الثاني ≠ ٠)	الحد الثاني	الحد الأول
٣	٥	١٥
س <sup>٤</sup>	س <sup>٢</sup>	س <sup>٤</sup>
س <sup>٥</sup> ÷ ٦	٦	س <sup>٥</sup>
س <sup>٤</sup> ÷ س <sup>٣</sup>	ص <sup>٢</sup>	س <sup>٢</sup>
٥ س <sup>٤</sup>	٣ س <sup>٢</sup>	١٥ س <sup>٤</sup>
٢ س <sup>٤</sup>	٢ ص <sup>٢</sup>	٤ س <sup>٢</sup>

العبارات والمفردات :

قسمة حد جبري

Dividing a Monomial

قسمة كثيرة حدود

Dividing a Polynomial

معلومات مفيدة :

تستخدم قسمة كثيرات الحدود عند الكيميائيين في صناعة الأدوية .



## تدرب (١)

أوجد ناتج قسمة ٨ س<sup>٤</sup> ص<sup>٣</sup> على ٤ ص<sup>٢</sup>

$$\frac{8 \text{ س}^4 \text{ ص}^3}{4 \text{ ص}^2} = 2 \text{ س}^4 \text{ ص}$$

ب) أوجد ناتج قسمة ٥ ع<sup>٢</sup> ل<sup>٣</sup> على ١٥ ع<sup>١</sup> ل<sup>٣</sup>

$$\frac{5 \text{ ع}^2 \text{ ل}^3}{15 \text{ ع}^1 \text{ ل}^3} = \frac{1}{3} \text{ ع}$$

تذكر أن :

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$$

حيث ٢ ≠ ٠

ملاحظة :

المقام أينما وجد لا يساوي صفرًا .

إذا أردنا أن نقسم كثيرة حدود على حد جبري ، نقسم كل حد من كثيرة الحدود على هذا الحد الجبري .

مثال : اقسم ( ٦ س<sup>٤</sup> + ٣ س<sup>٣</sup> - ١٢ س<sup>٢</sup> ) على ٣ س<sup>٢</sup>

الحل :

اقسم كل حد على المقسوم عليه

$$\frac{6 \text{ س}^4 + 3 \text{ س}^3 - 12 \text{ س}^2}{3 \text{ س}^2} = \frac{6 \text{ س}^4}{3 \text{ س}^2} + \frac{3 \text{ س}^3}{3 \text{ س}^2} - \frac{12 \text{ س}^2}{3 \text{ س}^2}$$

بسط

$$2 \text{ س}^2 + \text{س} - 4 =$$



اقسم (٦ س<sup>٠</sup> + ٨ س<sup>٤</sup> - ٢ س<sup>٢</sup>) على س<sup>٢</sup>

$$= \frac{6 \text{ س}^0}{\text{س}^2} + \frac{8 \text{ س}^4}{\text{س}^2} - \frac{2 \text{ س}^2}{\text{س}^2} = 6 \text{ س}^{-2} + 8 \text{ س}^2 - 2$$

تمرّن :

١ اختصر ما يلي :

أ  $\frac{\text{س}^0}{\text{س}^3} = \text{س}^{-3}$

ج  $1 - \frac{8 \text{ س}^3}{8 \text{ س}^3} = 1 - 1 = 0$

ب  $\frac{6 \text{ س}^4}{2 \text{ س}^2} = 3 \text{ س}^2$

د  $\frac{2}{5 \text{ س}^3} = \frac{2 \text{ س}^{10}}{25 \text{ س}^{13}}$

٢ اقسم : (٦ س<sup>٢</sup> ص<sup>٣</sup> + ١٢ س<sup>٤</sup> ص<sup>٢</sup> - ١٨ س<sup>٥</sup> ص<sup>١</sup>) على ٦ س<sup>٢</sup> ص<sup>١</sup>

$$= \frac{6 \text{ س}^2 \text{ ص}^3}{6 \text{ س}^2 \text{ ص}^1} + \frac{12 \text{ س}^4 \text{ ص}^2}{6 \text{ س}^2 \text{ ص}^1} - \frac{18 \text{ س}^5 \text{ ص}^1}{6 \text{ س}^2 \text{ ص}^1}$$

$$= \text{ص}^2 + 2 \text{ س}^2 \text{ ص}^2 - 3 \text{ س}^3$$

٣ أوجد ناتج  $\frac{5 \text{ س}^2 \text{ ص}^2 + 3 \text{ س}^3 \text{ ص}^2 - 5 \text{ س}^4 \text{ ص}^2}{15 \text{ س}}$

$$= \frac{5 \text{ س}^2 \text{ ص}^2}{15 \text{ س}} + \frac{3 \text{ س}^3 \text{ ص}^2}{15 \text{ س}} - \frac{5 \text{ س}^4 \text{ ص}^2}{15 \text{ س}}$$

$$= \frac{\text{س}^2 \text{ ص}^2}{3} + \frac{\text{س}^3 \text{ ص}^2}{5} - \frac{\text{س}^3 \text{ ص}^2}{3}$$

٤ مساحة مستطيل هي (٣ س<sup>٢</sup> - ٢ س) مترًا مربعًا، عرض هذا المستطيل س مترًا،

أوجد طول هذا المستطيل .

$$\frac{3 \text{ س}^3 - 2 \text{ س}^2}{\text{س}}$$

المساحة  
العرض

الطول =

$$= \frac{3 \text{ س}^3}{\text{س}} - \frac{2 \text{ س}^2}{\text{س}} = 3 \text{ س}^2 - 2 \text{ س}$$



## مراجعة الوحدة التاسعة Revision Unit Nine

٦-٩

١ اختصر:

$$\frac{7}{3} = \frac{2-9}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{13}{9} = \frac{1}{9} (2-1) = \frac{1}{9}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{2-9}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{2-9}{3} = \frac{1}{3}$$

٢ احسب قيمة كل من كثيرات الحدود التالية عندما  $x = 2$

$$١ \quad ٢س٢ - ٣س٣ + ٥$$

$$٢ \quad ٣س٣ - ٢س٢ + ٧$$

$$٣ \quad \frac{١}{١٦}س٤ + \frac{٣}{٤}س٣$$

$$١ \quad ٥ + ٢س٢ - ٣س٣ = ٥ + ٢ - ١٢ = -٥$$

$$٢ \quad ٧ + ٢س٢ - ٣س٣ = ٧ + ٤ - ١٢ = -١$$

$$٣ \quad \frac{١}{١٦}س٤ + \frac{٣}{٤}س٣ = \frac{١}{١٦} + \frac{٣}{٤} = \frac{١}{١٦} + \frac{١٢}{١٦} = \frac{١٣}{١٦}$$

@math\_for\_life

٣ اجمع كثيرات الحدود التالية:

$$١ \quad ٤س٢ + ٦س٢ - ٤$$

$$٢ \quad ٥س٢ - ٢س٢ - ٤$$

$$(٤س٢ + ٦س٢ - ٤) + (٥س٢ - ٢س٢ - ٤) = ٩س٢ - ٨ = ٩س٢ - ٨$$

$$٢ \quad ٩س٢ - ٨س٢ + ٩س٢ - ٨س٢ = ٩س٢ - ٨س٢ = ٩س٢ - ٨س٢$$

$$(٩س٢ - ٨س٢) + (٩س٢ - ٨س٢) = ١٨س٢ - ١٦س٢ = ٢س٢$$

٤ اطرح  $(٢س٢ - ٣س٢ + ٤س٢)$  من  $(٥س٢ + ٦س٢ - ١)$

$$(٥س٢ + ٦س٢ - ١) - (٢س٢ - ٣س٢ + ٤س٢) = ٣س٢ + ٩س٢ - ١ - ٢س٢ + ٣س٢ - ٤س٢ = ٤س٢ + ٦س٢ - ١$$

$$١ - ٢س٢ + ٣س٢ - ٤س٢ = ١ - ٣س٢$$

$$٢ - ٣س٢ + ٤س٢ - ١ = ١ - ٣س٢ + ٤س٢$$

$$٣ - ٣س٢ + ٤س٢ = ٣ - ٣س٢ + ٤س٢$$



٥ من (٤ هـ م<sup>٢</sup> + ٣ هـ م<sup>٢</sup> + ٧) اطرح (هـ م<sup>٢</sup> + هـ م<sup>٢</sup> + ٧) المثلوس = هـ م<sup>٢</sup> - هـ م<sup>٢</sup> - هـ م<sup>٢</sup> - ٧

$$\begin{array}{r} ٧ + ٣ هـ م + ٤ هـ م \\ - ٧ - هـ م - هـ م \\ \hline ٣ هـ م + ٤ هـ م \end{array}$$

@math\_for\_life

٦ أوجد ناتج :

أ (س + ٤) (س - ٩) = س<sup>٢</sup> - ٩س + س٤ - ٣٦ = س<sup>٢</sup> - ٣٥س - ٣٦

ب مربع (س + ١) = (س + ١)<sup>٢</sup> = س<sup>٢</sup> + ٢س + ١

ج = (٣ + ١٢) (٧ - ١٤ - ١٥) = ٣١ - ١٢٦ - ١٥٠ + ١٤٠ - ١٨٠ - ١٠٠ = ٣١ - ٢٢٦ - ٢٧٠ + ١٠٠ =

٧ اقسام : ٤ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ١٦ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ٣٦ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> على ٤ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>

$$\frac{٤ س^٢ ص^٢ + ١٦ س^٢ ص^٢ + ٣٦ س^٢ ص^٢}{٤ س^٢ ص^٢} = \frac{٤ س^٢ ص^٢}{٤ س^٢ ص^٢} + \frac{١٦ س^٢ ص^٢}{٤ س^٢ ص^٢} + \frac{٣٦ س^٢ ص^٢}{٤ س^٢ ص^٢} = ١ + ٤س + ٩س$$

٨ اقسام : ١٥ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> - ١٢ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ٩ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> على ٦ س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup>

$$\frac{١٥ س^٢ ص^٢ - ١٢ س^٢ ص^٢ + ٩ س^٢ ص^٢}{٦ س^٢ ص^٢} = \frac{١٥ س^٢ ص^٢}{٦ س^٢ ص^٢} - \frac{١٢ س^٢ ص^٢}{٦ س^٢ ص^٢} + \frac{٩ س^٢ ص^٢}{٦ س^٢ ص^٢} = \frac{٥}{٢} - ٢ + \frac{٣}{٢} = ٠$$

٩ منطقة مستطيلة مساحتها (٢ س<sup>٢</sup> + ١٢ س<sup>٢</sup> - ٤ س<sup>٢</sup>) وحدة مربعة وعرضها

٢ س وحدة طول أوجد طولها .

الطول = المساحة العرض =  $\frac{٢ س^٢ + ١٢ س^٢ - ٤ س^٢}{٢ س} = \frac{٢ س^٢ + ١٢ س^٢ - ٤ س^٢}{٢ س} = \frac{١٠ س^٢}{٢ س} = ٥ س$

= س<sup>٢</sup> + ٦س - ٢ ص



## اختبار الوحدة التاسعة

أولاً: في البنود (١-٤) ظلّل ① إذا كانت العبارة صحيحة ، وظللّ ② إذا كانت العبارة غير صحيحة.

ب	②	① ناتج $\left(\frac{س^٥}{س^٢}\right) = ١$ ، حيث $س \neq ٠$
②	①	② $س^٣ - \frac{١}{س} + ٤$ كثيرة حدود
②	①	③ ناتج جمع $س^٣$ ، $٥س^٢$ هو $٨س^٥$
ب	①	④ $-٢٤ع^٢ن^١$ ، $\pi ن^٢ع^١$ ، $\frac{٣}{٥}ع^٢ن^١$ حدود متشابهة

ثانياً: لكل بس من البود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة :

- ⑤ المعكوس الجمعي لكثيرة الحدود  $-٢س^٢ + ١س - ٤$  هو :
- ①  $-٢س^٢ - ٣س - ٤$       ②  $-٢س^٢ - ٣س + ٤$       ③  $-٢س^٢ + ٣س - ٤$       ④  $-٢س^٢ + ٣س + ٤$

⑥  $٣س = (٢س - ٥) =$

①  $٦س - ٥$       ②  $٦س - ١٥$       ③  $٦س + ٥$       ④  $٦س - ١٥$

⑦  $\frac{٦س^٢ - ٣س}{٣س} =$

①  $٢س$       ②  $٢س - ٣س$       ③  $٢س - ١$       ④  $\frac{١}{٢س}$



۸) نتائج جمع ۴ سے ۲ + ۴ سے ۲ - ۲ سے ۲ - ۲ سے ۳ + ۳ سے ۴ - ۴ سے ۱ =

① ۷ سے ۳ + ۲ سے ۲ - ۵ سے ۲ +

7 سے 3 + 6 سے 2 - 6 سے 3 -

(ج) ۴ س ۳ - ۲ س ۲ - ۵ س ۱ + ۲

د) 6 س<sup>۲</sup> + 7 س<sup>۲</sup> + 6 س<sup>۳</sup> - ۳

$$= (3 \text{ س } - 4 \text{ ص}) - (3 \text{ س } + 4 \text{ ص}) \quad 9$$

(أ) 6 س - 8 ص      (ب) 6 س + 8 ص      (ج) 8 ص      (د) 6 س

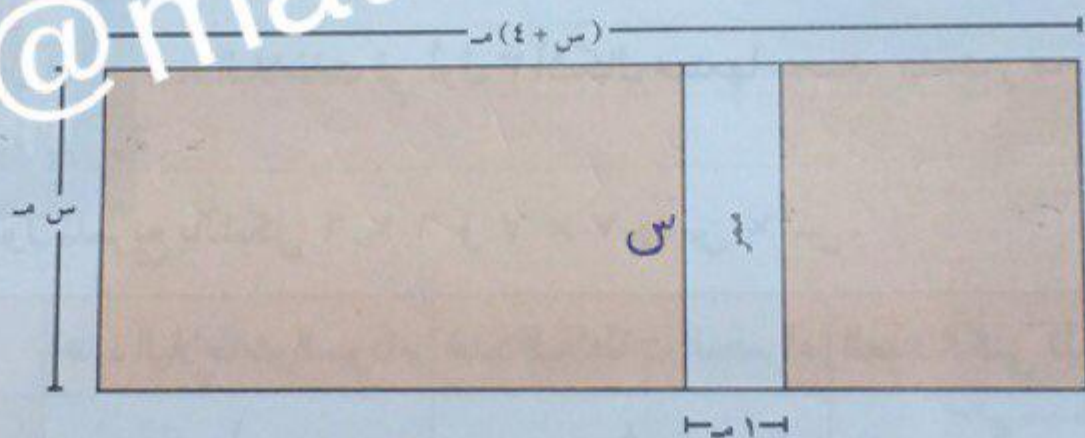
١٠ التعبير الجبري المكافئ للتعبير  $2 + 5n$  هو:

(ب)  $n + (n^2 + 1)$

$$\frac{7 + 10}{3}$$

ج ۷ ن

١١) الشكل أدناه هو رسم بياني لحديقة مستطيلة الشكل ، المنطقة البيضاء عبارة عن ممر مستطيل الشكل يبلغ عرضه ١ متر .



أي العبارات التالية يظهر مساحة المنطقة المظللة من الحديقة بالمتري المربع؟

ب)  $س^۲ + س^۴$

س ۲ + س ۳

د)  $2$  س  $+ 3$  س  $- 1$

(ج) س<sup>۲</sup> + ۴س - ۱