الوحدة الثانية عشرة

الاحتمال
Probability

عالم المرح
World of Fun

مشروع الوحدة :
(تصميم لعبة)

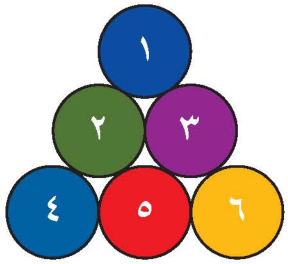
تساعد الألعاب على دخول البهجة والسرور إلى صدر المشترك عند معرفة فرص فوزه . فمثلًا لعب الاحتمالات تساعد على المرح واللعب في الحياة . وعند ممارسة الإنسان لهذه الألعاب فإنّه يشعر بالسعادة فيؤثر ذلك إيجابيًّا على جميع نواحي حياته .

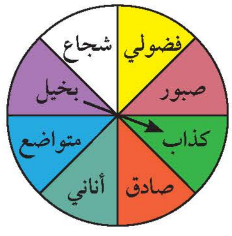
خطة العمل : تصميم لعبة على شكل دوّارة :

- ستقوم كل مجموعة بتصميم دوارة تعتمد على مبادئ الاحتمال برسم عدد من القطاعات الدائرية المميزة (برقم ، حرف ، لون ، شكل ، ....) .

خطوات تنفيذ المشروع :

- حدد قوانين اللعبة الدوّارة .
- أوجد فضاء العينة للدوارة التي رسمت عند كل مجموعة .
- أوجد احتمالات وقوف المؤشر عند أي قطاع دائري .





علاقات وتواصل :

- تلعب المجموعات .
- تبادل الدّوّارات بين المجموعات للعب .
- حدّد مواصفات التقييم ومدى جودة اللعبة (العدالة – التصميم – الأدوات) .

عرض العمل :

- اعرض وناقش اللعبة الأفضل جودة (العدالة – التصميم) .

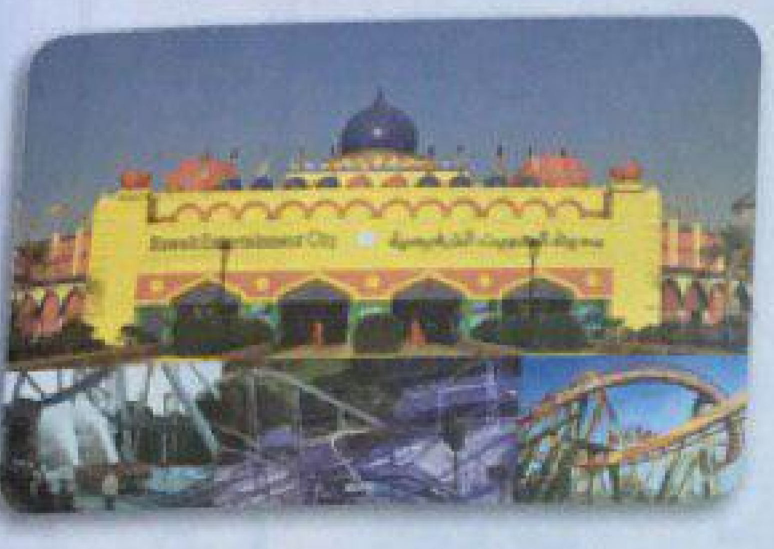
١٢-١ طرائق العد
Counting Methods

سوف تتعلّم :مخطط الشجرة البيانية -تنظيم قائمة - مبدأ العد - التباديل - التوافيق .

العبارات والمفردات :
- مخطّط الشجرة البيانية **Tree Diagram**
- مبدأ العد **Counting Principle**
- تنظيم قائمة **Organizing a list**
- ترتيب **Arragement**
- تباديل **Permutation**
- مضروب **Factorial**
- توافيق **Combination**

(١) مبدأ العد

نشاط (١) :



زار خالد المدينة الترفيهية ، وعند دخوله حصل على هدية عبارة عن تذاكر مجانية للعبتين من أصل أربع لعب متاحة ومختلفة .

فإذا كانت اللعب الأربع هي : الإعصار ، الدردور ، البرق ، السندباد .

فبكم طريقة يستطيع خالد اختيار اللعبتين المتاحتين له بشرط عدم تكرار اللعبة ؟

يمكن التوصل إلى عدد طرائق اختيار خالد للعبتين متاحتين له بعدة طرق منها :

(أ) القائمة المنظمة

اللعبة الأولى	اللعبة الثانية
الإعصار	الدردور
الإعصار	البرق
الإعصار	السندباد
الدردور	الاعصار
الدردور	البرق
الدردور	السندباد
البرق	الإعصار
البرق	الدردور
البرق	السندباد
السندباد	الإعصار
السندباد	الدردور
السندباد	البرق

(ب) مخطط الشجرة البيانية

اللعبة الأولى	اللعبة الثانية
الإعصار	الدردور، البرق، السندباد
الدردور	الاعصار، البرق، السندباد
البرق	الإعصار، الدردور، السندباد
السندباد	الاعصار، الدردور، البرق

معلومات مفيدة : يستخدم علماء الأحياء مخطّطات الشجرة البيانية لتحليل ما قد يحدث في أجيال مختلفة من الكائنات الحية .

لاحظ أنَّ :

عدد طرق اختيار خالد للعبة الأولى هو ٤ طرق ، وعدد طرق اختياره للعبة الثانية هو ٣ طرق وبذلك يستطيع اختيار لعبتين بـ ١٢ طريقة مختلفة .

ويمكن أيضًا التوصل لعدد طرق اختيار خالد للعبتين متاحتين له بطريقة أخرى وهي :

عدد الطرق = عدد طرق اختيار اللعبة الأولى × عدد طرق اختيار اللعبة الثانية

= ٤ × ٣ = ١٢ طريقة

هذه الطريقة تسمى « مبدأ العد » ويفضّل العمل بها إذا كان التمثيل بالقائمة المنظمة أو بالشجرة البيانية فيه صعوبة لكثرة البيانات المستخدمة وتعددها .

مبدأ العد : هو عملية تتكون من خطوتين مستقلتين ، إذا كان عدد طرق إجراء الخطوة الأولى $ن_1$ ، وعدد طرق إجراء الخطوة الثانية $ن_2$ ، فإنَّ عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو :

$ن_1 \times ن_2$. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين .

تدرّب (١)

يقدم مطعم وجبات من طبق رئيسي إما لحم أو سمك أو دجاج ، وكل طبق رئيسي يقدّم معه مقبلات من حساء أو سلطة .

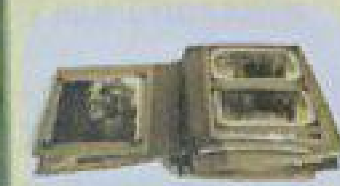
أ أكمل مخطط الشجرة البيانية لتبين الوجبات الممكن تقديمها .

الأطباق	المقبلات	الوجبات
لحم	حساء	(لحم ، حساء)
	سلطة	(لحم ، سلطة)
سمك	حساء	(سمك ، حساء)
	سلطة	(سمك ، سلطة)
دجاج	حساء	(دجاج ، حساء)
	سلطة	(دجاج ، سلطة)

ب كم عدد الوجبات التي يمكن تقديمها ؟

عدد الوجبات = ٣ × ٢ = ٦ وجبات

معلومات مفيدة :
تستخدم التباديل عند ترتيب مجموعة مختارة من الصور الفوتوغرافية في ألبوم حسب ترتيب الأحداث .



(٢) التباديل والترتيبات

١ ٢ ٣ ٤

نشاط (٢) :

أراد خالد التعرف على جميع الأعداد والتي يتكون كل منها من رقمين فقط من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، على ألا يسمح بتكرار الرقم في العدد ، فهل تستطيع أن تساعده في إكمال مخطط الشجرة التالي ؟

الرقم الأول (رقم الآحاد)	الرقم الثاني (رقم العشرات)	الأعداد الممكنة
١	٢	٢١
	٣	٣١
	٤	٤١
٢	١	١٢
	٣	٣٢
	٤	٤٢
٣	١	١٣
	٢	٢٣
	٤	٤٣
٤	١	١٤
	٢	٢٤
	٣	٣٤

توجد ١٢ طريقة ممكنة لاختيار الرقمين المسموح بهما لتكون بهما العدد أي أن :
عدد الطرائق = عدد طرق اختيار الرقم الأول × عدد طرق اختيار الرقم الثاني
= ٤ × ٣ = ١٢

لاحظ أن : عند تبديل الرقمين ١ ، ٢ مثلًا حصلنا على العددين (٢١) ، (١٢) لذلك يكون الترتيب هنا مهم ، وتسمى كلًّا منهما **ترتيبة** .

مما سبق عندما يكون ترتيب العناصر مهمًا دون تكرار نسمي هذا الاختيار تبديلًا ونرمز له بالرمز (ل) .

من النشاط السابق :

استطعنا مع خالد أن نحصل على ١٢ طريقة (تبديلة) لنكوّن العدد المطلوب عند اختيار عنصران مختلفان من ٤ عناصر دون تكرار ومراعاة الترتيب فيهما ويمكننا كتابة ذلك على **الصورة الرمزية** :

عدد عناصر المجموعة

$$^{٤}ل_{٢} = ٤ \times ٣ = ١٢$$

عدد العناصر التي تم اختيارها

أ ما هو عدد التبديلات الممكنة لاختيار ٣ عناصر من { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } لنكوّن بها أعدادًا من ثلاثة أرقام مختلفة ؟

عدد التبديلات = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ تبديلة

$^{٤}ل_{٣}$ = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

منازل العدد	آحاد	عشرات	مئات
عدد طرق الاختيار	٤	٣	٢

ب ما هي عدد التبديلات الممكنة لاختيار ٤ عناصر من { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } لنكون بها أعدادًا من أربعة أرقام مختلفة ؟

عدد التبديلات = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤ تبديلة = $^{٤}ل_{٤}$

- هل لاحظت نمطًا معينًا في عمليات الضرب السابقة ؟
- عملية الضرب على الصورة ٤ × ٣ × ٢ × ١ (العوامل تتناقص بمقدار ١ ، وتنتهي بالعدد ١) يمكن كتابتها على الصورة (٤!) وتقرأ (مضروب ٤) .

مضروب العدد: اختيار (ن) عنصر من بين (ن) عنصر مختلفة وبدون تكرار أي عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له بالرمز ن! ويكتب على الصورة

ن! = ن (ن − ١) (ن − ٢) ... × ٢ × ١ = $^{ن}ل_{ن}$ ، ن ∈ $ص_{+}$

أيضًا يمكننا كتابة $^{٤}ل_{٢}$ على الصورة : $^{٤}ل_{٢} = \frac{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٢ \times ١} = \frac{٤!}{٢!}$

تمثلا : $^{٥}ل_{٢} = ٥ \times ٤ = \frac{٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٣ \times ٢ \times ١} = \frac{٥!}{٣!} = \frac{٥!}{(٥ - ٢)!} = ٢٠$

التبديلة — في صورة مفكوك — في صورة مضروب — قيمة التبديلة

التباديل : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) ومن دون تكرار أي عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له برمز **التبديلة** ($^{ن}ل_{م}$) ويكتب على الصورة :

(١) $^{ن}ل_{م}$ = ن (ن − ١) (ن − ٢) ... إلى م من العوامل.

(٢) $^{ن}ل_{م} = \frac{ن!}{(ن-م)!}$ ، ن ، م ∈ $ص_+$

تدرّب (٢) :

أوجد كل من :

أ) ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

ب) ٤! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

جـ) ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧!

د) $^{٥}ل_{٣}$ = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

هـ) $^{٩}ل_{٢}$ = ٩ × ٨ = ٧٢

و) ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = $^{٨}ل_{٤}$

ز) (٧ − ٤)! = ٣! = ٣×٢×١ = ٦

تدرّب (٣) :

تستخدم إحدى المدن لوحات ترخيص الدراجات والتي تحتوي على عدد مكوّن من ٣ أرقام مختلفة للوحة ، (وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩) يريد المدير المسؤول عن تنظيم الدراجات أن يعرف عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها .

منازل العدد	آحاد	عشرات	مئات
عدد طرق الاختيار	٩	٨	٧

الحل : عدد طرق اختيار الرقم الأول (الآحاد) = ٩ طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثاني (العشرات) = ٨ طرق

عدد طرق اختيار الرقم الثالث (المئات) = ٧ طرق

∴ عدد لوحات التراخيص = ٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤

حل آخر : ∵ ترتيب العناصر مهم ، وبدون تكرار فإن :

عدد لوحات التراخيص = $^{٩}ل_{٣}$ = ٩×٨×٧ = ٥٠٤

مثال :

في تدرّب (٣) ، إذا سمح المدير المسؤول بتكرار الرقم ، فكم عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها ؟

الحل : ∵ ترتيب العناصر مهم ، ومسموح بالتكرار فإن :

عدد لوحات التراخيص = ٩ × ٩ × ٩ = ٧٢٩ لوحة

فكِّر وناقِش

عرض المعلم المثال التالي : كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ في حالة السماح بتكرار الأرقام .

وليد يرى أنّ حل المثال هو : عدد الطرق الممكنة = ٤ × ٤ × ٤ × ٤ = ٢٥٦ طريقة

جاسم يرى أنّ حل المثال هو : عدد الطرق الممكنة = ٤ × ٤ × ٤ × ٣ = ١٩٢ طريقة

فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسِّر ذلك .

لاحظ أنّ :

(١) ٠! = ١

(٢) ١! = ١

(٣) ن! = ن × (ن − ١)! ، حيث ن ∈ ص+

فمثلًا : ٥! = ٥ × ٤!

= ٥ × ٤ × ٣!

= ٥ × ٤ × ٣ × ٢! وهكذا ...

تدرّب (٤) :

اختير ٥ طلاب للجنة الرياضية بفصلك ، على أن يتم اختيار رئيس ونائب رئيس ومقرر لهذه اللجنة من الطلاب الخمس ، فبكم طريقة يتم اختيار المرشحون للمناصب الثلاث ؟

عدد طرق اختيار المرشحون للمناصب الثلاث = ل٥٣ = ٥×٤×٣ = ٦٠ طريقة

(٣) التوافيق

نشاط (٣) :

معلومات مفيدة :
يختار المدربون التوافيق عندما يبدأون في تشكيل فريق .

أراد معلم الرياضة البدنية في مدرستك أن يستعين بك لتصمم معه جدول مباريات لفرق كرة القدم من فصول الصف الثامن من مجموعة الفرق { أ ، ب ، ج ، د } من دور واحد . **فهل تستطيع أن تساعده في إكمال مخطط الشجرة التالي لتصميم جدول المباريات ؟**

الفريق الأول	الفريق الثاني	المباريات الممكنة
أ	ب	أ ، ب
	ج	أ ، ج
	د	أ ، د
ب	أ	ب ، أ
	ج	ب ، ج
	د	ب ، د
ج	أ	ج ، أ
	ب	ج ، ب
	د	ج ، د
د	أ	د ، أ
	ب	د ، ب
	ج	د ، ج

أكمل ما يلي :

١ هل المباراة بين الفريقين أ ، ب هي نفسها المباراة بين الفريقين ب ، أ ؟ نعم

٢ هل الترتيب مهم لإيجاد عدد المباريات ؟ كلا ولماذا ؟ لأنه دور واحد

٣ عدد المباريات الممكنة = ٦ مباريات

مما سبق عندما يكون **ترتيب العناصر غير مهم** نسمي هذا الاختيار **توافيق** ونرمز له بالرمز (ق) .

• **في النشاط السابق** ، إن اختيار فريقين من أربعة فرق لا يحتاج إلى ترتيب ، أي أن ترتيب فريقين نعتبره اختيارا واحدًا .

لذلك نقسم عدد التباديل ${}^{4}ل_{2}$ على (٢ !) التي تمثل عدد المجموعات الثنائية المكررة

أي أن :

عدد عناصر المجموعة

$${}^{4}ق_{2} = \frac{{}^{4}ل_{2}}{2!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

عدد عناصر المجموعة الجزئية

التوافيق : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) حيث ترتيب العناصر غير مهم سنرمز له برمز **التوفيقة** (${}^{ن}ق_{م}$) وتكتب على الصورة :

$${}^{ن}ق_{م} = \frac{{}^{ن}ل_{م}}{م!}$$ ، حيث ن ، م $\in$ ص$_{+}$

إذا كان ${}^{ن}ل_{م} = \frac{ن!}{(ن-م)!}$ ، فإن ${}^{ن}ق_{م} = \frac{ن!}{م! \times (ن-م)!}$

تكتب التوافيق بصورة أخرى : ${}^{ن}ق_{م} = \binom{ن}{م}$ وتقرأ ن فوق م .

ملاحظة :
عندما تتحقق من إجابتك عن مسألة ما تتضمن توافيق ، تأكد من إلغاء الإمكانيات التي هي عبارة عن تكرار لبعضها بعضًا .

تدرّب (٥) :

في إحدى الاختبارات مطلوب الإجابة على سؤالين فقط من أربعة أسئلة متاحة ، بكم طريقة يمكنك أن تختار سؤالين للإجابة ؟

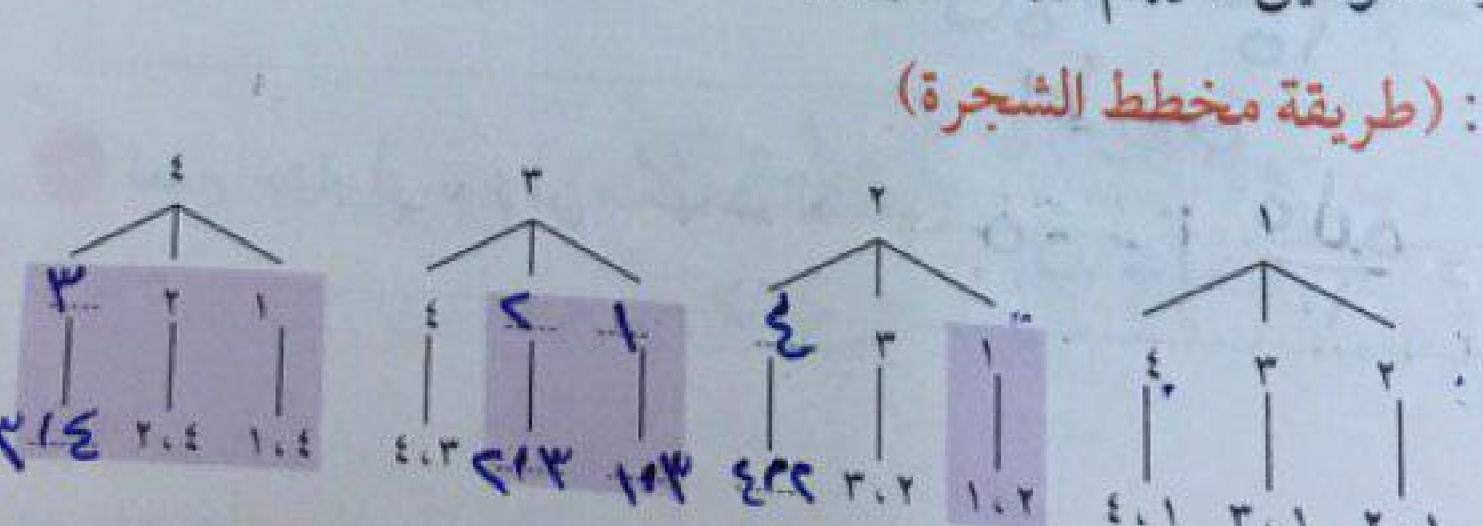
نفرض أن أرقام الأسئلة هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ فتكون طرق اختيار سؤالي الإجابة هي :
(نلاحظ أن اختيار السؤالين لا يهم فيهما الترتيب)

• **الطريقة الأولى : (طريقة مخطط الشجرة)**

السؤال الأول :

السؤال الثاني :

سؤالي الإجابة :



∴ عدد طرق اختيار سؤالي الإجابة = ٦ طرق

• الطريقة الثانية : (طريقة المجموعات)

• المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الأول هي : { ١ ، ٢ } ، { ١ ، ٣ } ، { ١ ، ٤ }

• المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الثاني (ما عدا السؤال الأول) هي : { ٢ ، ٣ } ، { ٢ ، ٤ }

• المجموعات التي تتضمن اختيار السؤال الثالث (ما عدا السؤالين الأول والثاني) هي : { ٣ ، ٤ }

∴ عدد طرق اختيار سؤالي الإجابة = ٦ طرق

• الطريقة الثالثة : (بقانون التوافيق)

$$^{٤}ق_{٢} = \frac{^{٤}ل_{٢}}{٢!} = \frac{٣ \times \cancel{٤}^{٢}}{١ \times \cancel{٢}_{١}} = ٦ \quad \text{أو} \quad \binom{٤}{٢} = \frac{٤!}{٢! \times (٤ - ٢)!} = \frac{٤!}{٢! \times ٢!}$$

$$= \frac{٤ \times ٣ \times \cancel{٢!}}{٢ \times ١ \times \cancel{٢!}} = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦$$

تدرّب (٦) :

تقدم إحدى المطاعم أنواع من الفطائر حسب الطلب مما يلزم وضع خمسة أنواع من منكهات الطعام وهي (فلفل ، بصل ، طماطم ، تونة ، زيتون) . ما عدد الطرائق المختلفة :

أ لاختيار اثنان من منكهات الطعام ؟ $^{٥}ق_{٢} = \frac{^{٥}ل_{٢}}{٢!} = \frac{٥ \times ٤}{١ \times ٢} = ١٠$ طرق

ب لاختيار ثلاثة من منكهات الطعام ؟ $^{٥}ق_{٣} = \frac{^{٥}ل_{٣}}{٣!} = \frac{٥ \times ٤ \times ٣}{١ \times ٢ \times ٣} = ١٠$ طرق

جـ لاختيار خمسة من منكهات الطعام ؟ $^{٥}ق_{٥} = \frac{^{٥}ل_{٥}}{٥!} = \frac{٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} = ١$ طريقة

د لعدم اختيار أي نوع من منكهات الطعام ؟ $^{٥}ق_{٠} = ١$

فكر وناقش

في تدرّب (٦) ، ماذا تلاحظ في إجابتك على كل من (أ) ، (ب) وأيضًا إجابتك على كل من (جـ) ، (د) ؟

تمرن :

١ استخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل حالة :

أ ما عدد طرائق الاختيار لطلاء : من نوعين من الطلاء ، ٥ ألوان ؟

٢ × ٥ = ١٠ طرق

ب ما عدد طرائق الاختيار لدراجة : من ٥ ألوان ، ٣ أحجام ، ٤ موديلات ؟

٥ × ٣ × ٤ = ٦٠ طريقة

٢ أوجد كل مما يلي :

أ ٦ ! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

ب (٨ − ٤) ! = ٤ ! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

جـ ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = $_{٥}$ل$_{٥}$ = ٥ !

د ^{٨}ل$_{٣}$ = ٨ × ٧ × ٦ = ٣٣٦

هـ ٠ ! = ١

و ٢ ! × ٣ ! = ٢ × ١ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢

ز ٤ × ٣ ! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

٣ كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من ١ إلى ٥ إذا كان:

أ) يمكن تكرار الأرقام. $٥^{٤} = ٦٢٥$

ب) لا يمكن تكرار الأرقام. ٥ل٤ = ٥×٤×٣×٢ = ١٢٠

٤ في مزرعة أرانب يلزم وضع ٦ أرانب في ٦ أقفاص. بكم طريقة يمكن عمل ذلك بحيث يكون أرنب واحد في كل قفص؟

٦! = ٦×٥×٤×٣×٢×١ = ٧٢٠ طريقة

٥ كم عدد الطرائق التي يمكن أن تتم بواسطتها اختيار طالبين مع مراعاة الترتيب أو أن يكون واحدًا تلو الآخر من ٨ طلاب؟

٨ × ٧ = ٥٦ طريقة

أو ٨ل٢ = ٨ × ٧ = ٥٦ طريقة

٦ أوجد قيمة كلٍّ من:

أ) $^{٨}ق_{٨} = \frac{٨!}{٨! \times ٠!} = ١$	ب) $\binom{٧}{٠} = {}^{٧}ق_{٠} = \frac{٧!}{٠! \times ٧!} = ١$
جـ) $^{٨}ق_{٥} = \frac{٨!}{٣! \times ٥!} = \frac{٨\times٧\times٦\times٥!}{٣\times٢\times١\times٥!} = ٥٦$	د) $^{٧}ق_{١} = \frac{٧!}{١! \times ٦!} = \frac{٧\times٦!}{١\times٦!} = ٧$

هـ) $^{٤}ق_{٠} + {}^{٤}ق_{١} + {}^{٤}ق_{٢} + {}^{٤}ق_{٣} + {}^{٤}ق_{٤} =$

١ + ٤ + ٦ + ٤ + ١ = ١٦

٧ ذهبت مع أصدقائك إلى مطعم صيني يقدم ٦ أطباق . فبكم طريقة يمكنك اختيار ٣ من هذه الأطباق للمشاركة مع أصدقائك؟

$$ق_{٣}^{٦} = \frac{٦!}{٣! \times ٣!} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦}{١ \times ٢ \times ٣ \times ١ \times ٢ \times ٣} = ٢٠ \text{ طريقة}$$

٨ في لعبة الكراسي الموسيقية يقوم جاسم وخالد ومحمد بالجري للجلوس على مقعدين ، أوجد عدد الطرائق المختلفة للجلوس على المقعدين .

$$ق_{٢}^{٣} = \frac{٣!}{١! \times ٢!} = \frac{٢! \times ٣}{١ \times ٢!} = ٣$$

٩ ما هي عدد الطرائق المختلفة لقراءة كتابين من ٥ كتب خلال إجازة نهاية الأسبوع ؟

$$ق_{٢}^{٥} = \frac{٥!}{٣! \times ٢!} = \frac{٣! \times ٤ \times ٥}{٣! \times ١ \times ٢} = ١٠ \text{ طرق}$$

١٢-٢ فضاء العينة
Sample Space

العبارات والمفردات :
فضاء العينة
Sample Space

سوف تتعلّم : إيجاد فضاء العينة .

نشاط (١) :

يمكن لرواد أحد المطاعم اختيار وجبة طعام تتكون من طبق رئيسي ومقبلات وحلوى من بين عدة خيارات موضحة في قائمة الطعام المقابلة .

أجب عن الأسئلة التالية من خلال قائمة الطعام الموضحة أمامك :

١ ما عدد خيارات المقبلات ؟ ١

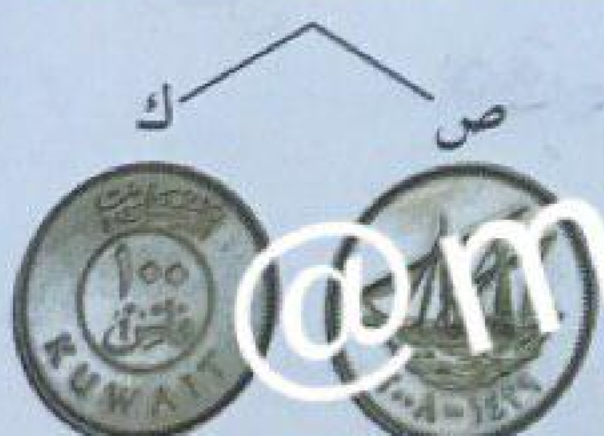
٢ ما عدد خيارات الطبق الرئيسي ؟ ٣

٣ ما عدد خيارات الحلوى ؟ ٢

٤ ما عدد الوجبات الممكنة التي يُقدمها المطعم ؟ ٦ وجبات

مجموعة كل النواتج الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى فضاء العينة (ف) .

مثلًا : عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإنَّ :



كل النواتج الممكنة هي ظهور صورة (ص)
أو ظهور كتابة (ك) ويكون فضاء العينة هو { ص ، ك } ،
وعدد النواتج يساوي ٢ .

تدرّب (١) :

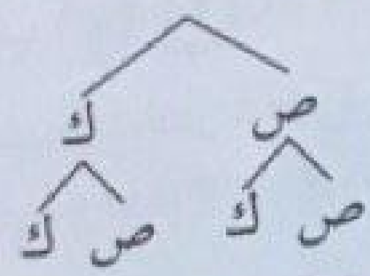
اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وحدد عدد النواتج .

أ أكمل الجدول لتبين كل النواتج الممكنة :

الرمية الأولى / الرمية الثانية	ص	ك
ص	ص ، ص	ك ، ص
ك	ص ، ك	ك ، ك

ب فضاء العينة (ف) = { (ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك) } .

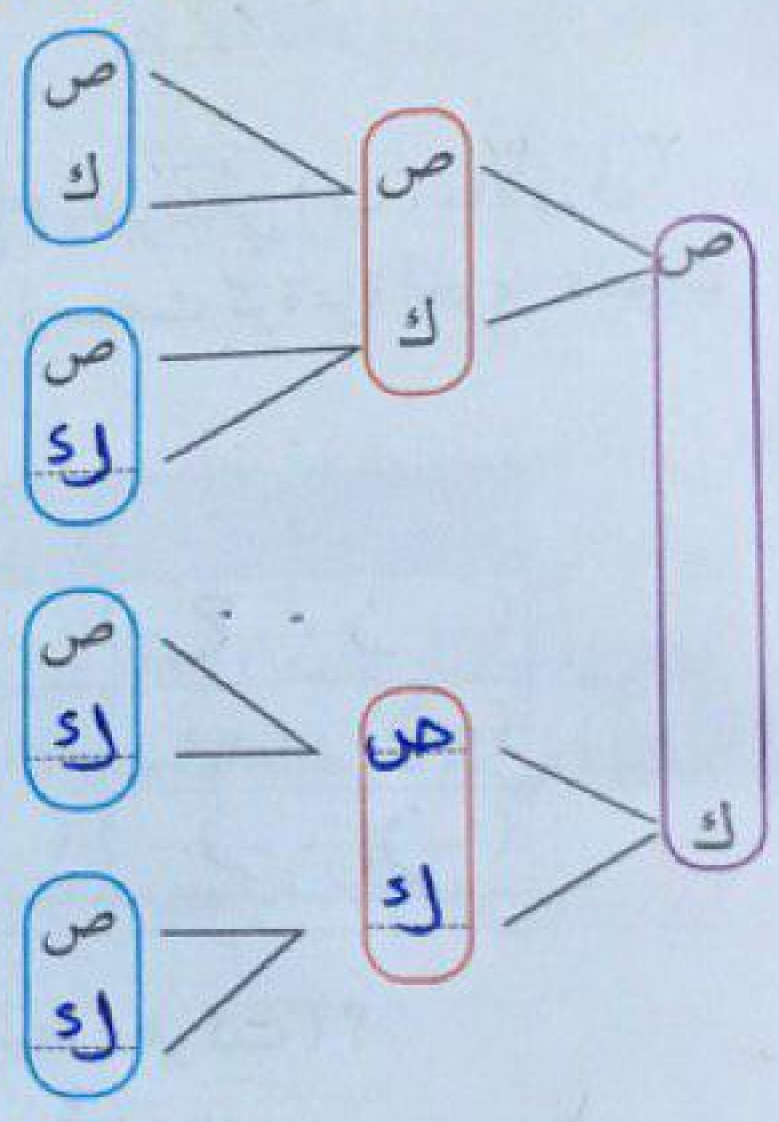
جـ عدد النواتج = ٢ × ٢ = ٤



تدرّب (٢)

اكتب فضاء العينة لتجربة رمي ثلاث قطع نقود متمايزة مرة واحدة وحدد عدد النواتج .

أ أكمل مخطط الشجرة لتبين كل النواتج الممكنة :



(ص ، ص ، ص)
(ص ، ص ، ك)
(ص ، ك ، ص)
(ص ، ك ، ك)
(ك ، ص ، ص)
(ك ، ص ، ك)
(ك ، ك ، ص)
(ك ، ك ، ك)

تذكّر أنّ : متمايز تعني مختلفة من حيث اللون والشكل والحجم.

ملاحظة : ناتج التجربة (أ ، ب) يسمى زوج مرتب ، (أ ، ب ، جـ) يسمى ثلاثي مرتب .

ب فضاء العينة = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك) }

جـ عدد النواتج ٨

د عدد الاختيارات باستخدام مبدأ العد = ٢ × ٢ × ٢ = $(٢)^{٣}$ = ٨

فكر وناقش

هل عدد النواتج الممكنة لرمي قطعة نقود أربع مرات متتالية يساوي عدد النواتج الممكنة لرمي أربع قطع نقود متمايزة مرة واحدة ؟ وضح ذلك .

تدرّب (٣) :

يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر (دجاج ، لحم ، سمك) للغداء ، وعصيرًا من بين ثلاثة أنواع من العصير (برتقال ، مانجو ، فراولة) .

اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها .

ف = { (دجاج ، برتقال) ، (دجاج ، مانجو) ، (دجاج ، فراولة)

، (لحم ، برتقال) ، (لحم ، مانجو) ، (لحم ، فراولة) ، (سمك ، برتقال)

، (سمك ، مانجو) ، (سمك ، فراولة) عدد الطرق = ٣ × ٣ = ٩ طرق

الحدث (الحادثة) هو : مجموعة جزئية من فضاء العينة (ف) .

تذكّر أنّ :

- الحدث المؤكد : هو الحدث الذي يقع دائمًا عند إجراء التجربة العشوائية .
- الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يقع أبدًا عند إجراء التجربة العشوائية .
- الحدث البسيط : هو الحدث الذي يتكون من ناتج واحد فقط من نواتج تجربة الاحتمال .
- الحدث المركب : هو الحدث الذي يتكون من ناتج أو أكثر من نواتج تجربة الاحتمال .

تدرّب (٤) :

صندوق فيه ثلاث كرات ألوانها هي : الأحمر (ح) ، البرتقالي (ب) ، الأزرق (ز) .
إذا سحبت من الصندوق كرة عشوائيًا ثم أعدتها ، ثم سحبت كرة أخرى عشوائيًا .

١ أكمل لكتابة فضاء العينة (ف) .

الكرة	ح	ب	ز
ح	(ح ، ح)	(ح ، ب)	(ح ، ز)
ب	(ب ، ح)	(ب ، ب)	(ب ، ز)
ز	(ز ، ح)	(ز ، ب)	(ز ، ز)

٢ أي الأحداث التالية (مؤكد - مستحيل - بسيط - مركب) ؟

أ سحبت كرتين الأولى حمراء والأخرى برتقالية اللون . بسيط

ب سحبت كرة حمراء اللون وكرة حمراء . بسيط

ج سحبت كرة برتقالية اللون وكرة صفراء . مستحيل

د سحبت كرتين من اللون نفسه . مركب

هـ سحبت كرة حمراء اللون وكرة سوداء اللون . مستحيل

تمرّن :

١ اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد ثم إلقاء قطعة نقود .

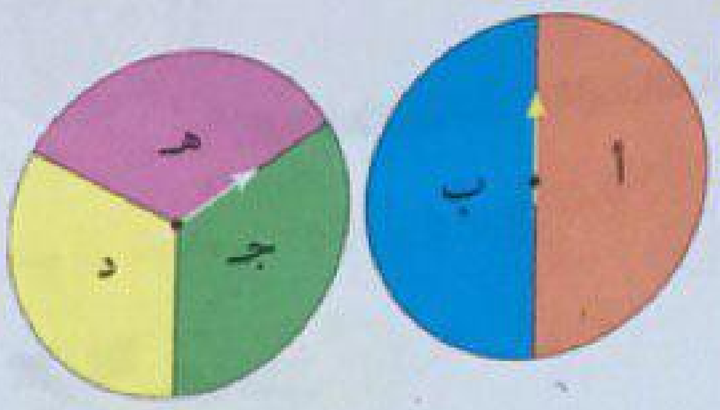
ف = { (١ ، ص) ، (١ ، ك) ، (٢ ، ص) ، (٢ ، ك)

، (٣ ، ص) ، (٣ ، ك) ، (٤ ، ص) ، (٤ ، ك)

، (٥ ، ص) ، (٥ ، ك) ، (٦ ، ص) ، (٦ ، ك) }

٢ تم تدوير الدوارتين المقابلتين معًا . اكتب فضاء العينة وحدد عدد النواتج الممكنة .

ف = { (أ، هـ) ، (أ، جـ) ، (أ، د) ،
(ب، هـ) ، (ب، جـ) ، (ب، د) }
عدد النواتج = ٢ × ٣ = ٦



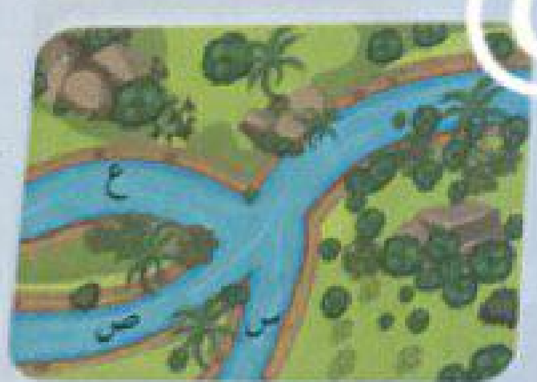
٣ اختار جاسم الأرقام التالية : ١ ، ٢ ، ٣
ارسم مخطط الشجرة البيانية لتبين كل الأعداد المؤلفة من رقمين مختلفين التي تختارها من بين هذه الأرقام .

١ — ١ ، ٢ ، ٣
٢ — ١ ، ٢ ، ٣
٣ — ١ ، ٢ ، ٣

١١
١٢
١٣
٢١
٢٢
٢٣
٣١
٣٢
٣٣

٤ يريد أحمد أن يقوم برحلة عبر النهر .
يوجد نوعان من المراكب (أ) ، (ب) كما في الصورة ليختار بينهما ويختار من بين ثلاثة جداول مائية صغيرة في ثلاثة اتّجاهات مختلفة : س أو ص أو ع .

(ب) (أ)



أ اصنع مخطط الشجرة البيانية لكل النواتج الممكنة .

أ — س ، ص ، ع
ب — س ، ص ، ع

ب ما فضاء العينة لرحلة أحمد ؟

ف = { (أ، س) ، (أ، ص) ، (أ، ع) ،
(ب، س) ، (ب، ص) ، (ب، ع) }

جـ أوجد عدد النواتج الممكنة .

٢ × ٣ = ٦

٣-١٢ الاحتمال
Probability

سوف تتعلّم : احتمال وقوع الحدث - الاحتمال الهندسي .

معلومات مفيدة :
يستخدم علماء الجيولوجيا (علم طبقات الأرض) الاحتمال لوصف إمكانية حدوث زلزال بالخطأ خلال عدد معين من السنوات.

نشاط :

أراد مبارك أن يدخل في لعبة ويجرب حظه فيها ، فاختار حجر نرد ورماه وحدّد ظهور عدد زوجي لدخوله اللعبة .

ساعد مبارك لمعرفة هل يدخل إلى هذه اللعبة أم لا بإكمال ما يلي :

أ عناصر فضاء العينة = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، عددها ٦

ب عناصر الحدث ظهور «عدد زوجي» = {٢، ٤، ٦} ، عددها ٣

جـ نسبة عدد عناصر الحدث « ظهور عدد زوجي » إلى عدد عناصر فضاء العينة = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

د النسبة المئوية لدخوله إلى اللعبة المختارة = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠٪ = ٥٠٪

إنَّ احتمال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع فيها هذا الحدث بعدد الطرائق الممكنة بحيث يعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي :

احتمال وقوع (حدث أ) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ ⟸ ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$

يرمز لاحتمال وقوع (حدث) بالرمز ل (حدث) .

لاحظ أنَّ :

(١) احتمال فضاء العينة (الحدث المؤكد) = ١ أي أنّ ل (ف) = ١

(٢) احتمال الحدث المستحيل = صفر أي أنّ ل (∅) = ٠

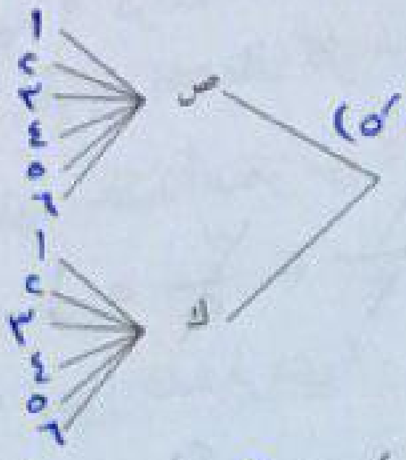
تذكّر أنّ :
- عند تحويل كسر اعتيادي إلى كسر عشري ، اقسم البسط على المقام .
- الحدث (الحادثة) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة .
- يمكن التعبير عن الاحتمال أيضًا في صورة نسبة مئوية أو كسر عشري أو نسبة .

تدرّب (١) :

يلعب حسن وعلي لعبة القرص الدوار المبين بالشكل بحيث يربح حسن الجائزة إذا وقف المؤشر على عدد فردي ، ويربح علي الجائزة إذا وقف المؤشر على عدد زوجي من برأيك فرصته أكبر للفوز ؟ فسّر إجابتك. تتساوى فرص الربح لانه عدد الاعداد الفردية مساوياً للاعداد الزوجية

إذا تم رمي قطعة نقود معدنية وحجر نرد معًا مرة واحدة .

أ أكمل مخطط الشجرة واكتب فضاء العينة .



ف = {(ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)، (ص، ٤)، (ص، ٥)، (ص، ٦)، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤)، (ك، ٥)، (ك، ٦)}

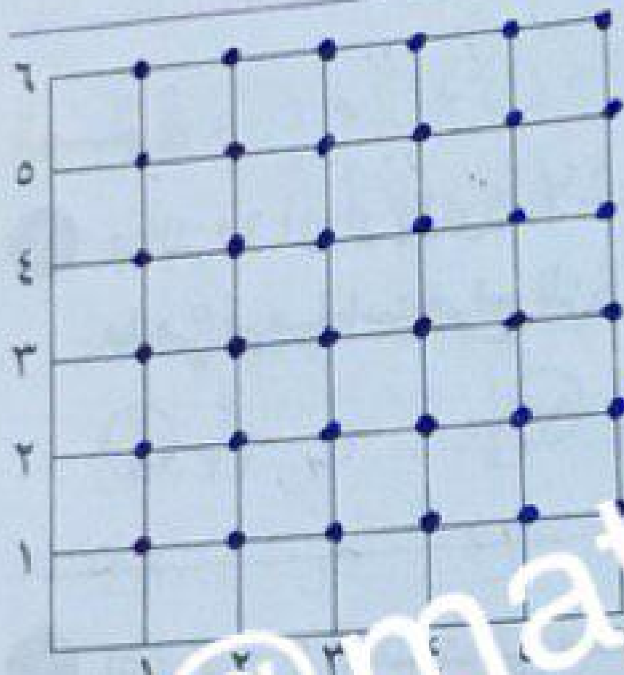
ب نفرض أن ج حدث ظهور صورة وعدد زوجي .

ج = {(ص ، ٢)، (ص ، ٤)، (ص ، ٦)}

عدد عناصر ج = ٣ ، عدد عناصر ف = ١٢ ،

∴ احتمال ظهور صورة و عدد زوجي = $\frac{\text{عدد عناصر ج}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

تدرّب (٣) :



في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين ، مستعينًا بالشبكة المقابلة احسب الاحتمالات التالية :

أ ل (مجموع العددين الظاهرين أصغر من ٥) ؟

نفرض أنَّ أ حدث «مجموع العددين الظاهرين أصغر من ٥»

∴ أ = {(١ ، ١)، (١ ، ٢)، (١ ، ٣)، (٢ ، ١)، (٢ ، ٢)، (٣ ، ١)}

عدد عناصر أ = ٦ ، عدد عناصر ف = ٣٦

∴ ل (أ) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = $\frac{٦}{٣٦}$ = $\frac{١}{٦}$

ملاحظة :
القاء حجري نرد متمايزين هو نفسه القاء حجر نرد مرتين متتاليتين .

ب ل (ظهور العدد ٥ في الحجر الأول والعدد ٤ في الحجر الثاني)؟

نفرض أنَّ ب حدث «ظهور العدد ٥ في الحجر الأول وظهور ٤ في الحجر الثاني»

ب = {(٥ ، ٤)}

عدد عناصر ب = ١ ، عدد عناصر ف = ٣٦

∴ ل (ب) = $\frac{١}{٣٦}$

جـ ل (مجموع العددين الظاهرين ٩ أو ١٢) ؟

= {(٣، ٦)، (٤، ٥)، (٥، ٤)، (٦، ٦)، (٦، ٣)} ل = $\frac{٥}{٣٦}$

د ل (مجموع العددين الظاهرين ١٣) ؟

ل = $\frac{\text{صفر}}{٣٦}$ = صفر

تدرّب (٤) :

صندوق فيه ٩ كرات متماثلة تمامًا مرقمة من ١ إلى ٩ . سحبت كرة عشوائيًا من الصندوق . أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

١ أ « ظهور عدد أصغر من ٤ » . ١، ٢، ٣

ل = $\frac{٣}{٩}$ = $\frac{١}{٣}$

٢ ب « ظهور عدد فردي » . ١، ٣، ٥، ٧، ٩

ل = $\frac{٥}{٩}$

٣ جـ « ظهور عدد أصغر من ٤ {١، ٢، ٣} أو ظهور عدد فردي {١، ٣، ٥، ٧، ٩} » {١، ٢، ٣، ٥، ٧، ٩}

ل(جـ) = $\frac{٦}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$

> **تذكّر أنّ :**
> - التقاطع بين سـ ، صـ : سـ تقاطع صـ : هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى سـ وتنتمي إلى صـ أي تنتمي إلى (المجموعتين معًا) .
> - الاتحاد بين سـ ، صـ : سـ إتحاد صـ : هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى سـ أو صـ .

تمارين :

١ هناك ١٠ أزرار باللون الأحمر و ٤ باللون الأزرق و ٨ باللون الأبيض في حقيبة ، ما هي فرصة استخراج الزر الأزرق أو الأبيض ؟

أ $\frac{٤}{٢٢}$ ب $\frac{٨}{٢٢}$ جـ $\frac{١٠}{٢٢}$ د $\frac{١٢}{٢٢}$

٢ اشتركت ٤ طالبات في مسابقة { شوق ، شمائل ، مريم ، شهد } وسيتم اختيار الترتيب بصورة عشوائية ، ما احتمال أن يتم اختيار طالبة يبدأ اسمها بحرف الـ شين ؟

أ ٢٥٪ ب ٥٠٪ جـ ٧٥٪ د ٩٠٪

٣ يبين الشكل التالي مغزل دائري بـ ٢٤ قطاع دائري . إذا أدار أحد الأشخاص السهم فإنه من المحتمل أن يقف السهم عند أي قطاع من القطاعات المرسومة ، هو :

أ $\frac{١}{٨}$ من القطاعات زرقاء ب $\frac{١}{٢٤}$ منها بنفسجية

جـ $\frac{١}{٢}$ منها برتقالية د $\frac{١}{٣}$ منها حمراء

وأدار شخص السهم ، فأي لون من القطاعات سيكون له أقل احتمالية بأن يقف عنده السهم ؟ البنفسجية

٤ في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه.
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

أ ظهور عدد زوجي $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

ب ظهور عدد أولي $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

جـ ظهور عدد أكبر من ٧ $\frac{\text{صفر}}{٦} =$ صفر

د ظهور عدد أصغر من ٦ $\frac{٥}{٦}$

٥ ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١، ٤، ٧ في كيس ورقي، سحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية ثم أعيدت وسحبت بطاقة مرة أخرى.

أ اكتب فضاء العينة.

ف = { (١،١)، (١،٤)، (١،٧)، (٤،١)، (٤،٤)، (٤،٧)، (٧،١)، (٧،٤)، (٧،٧) }

ب اكتب حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية.

{ (٧،٤) }

جـ احتمال حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية.

ل = $\frac{١}{٩}$

٦ ألقى سامي حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين، أوجد احتمال ظهور العدد ٦ في الرمية الأولى والعدد ١ في الرمية الثانية.

$\frac{١}{٣٦}$

٧ في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين .
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

أ أ « ظهور صورة في الرمية الأولى » .

ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

ب ب « ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

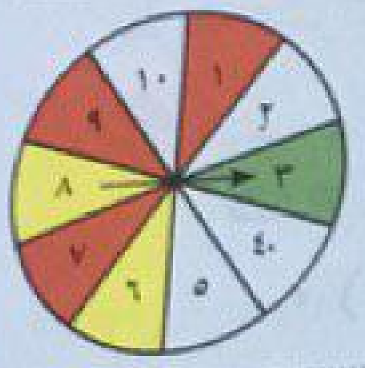
ل(ب) = $\frac{١}{٢}$

جـ جـ « ظهور صورة في الرمية الأولى أو ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

ل(جـ) = $\frac{٣}{٤}$

جـ = { (ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ك) }

٨ عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة . أوجد احتمال وقوف المؤشر عند كل من :



أ العدد ١ أو عدد أصغر من ٨ .

ل = $\frac{٧}{١٠}$

ب قطاع أصفر أو قطاع أبيض .

$\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

جـ قطاع أحمر أو عدد زوجي .

$\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

د مضاعف للعدد ٢ أو عدد يقبل القسمة على ٤ .

$\frac{٧}{١٠}$

هـ عدد أولي أو قطاع أصفر .

$\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

يوجد في أحد معسكرات الشباب ٩ أشخاص من البحرين و ٨ أشخاص من الكويت ، ٧ أشخاص من السعودية . اختير من بينهم أحد الأشخاص عشوائيًا . احسب احتمال أن يكون من السعودية أو من الكويت .

$\frac{١٥}{٢٤} = \frac{٥}{٨}$

في كيس يوجد ٢٥ كرة بألوان مختلفة : أحمر ، أصفر ، أزرق ، وأخضر . معطى أن عدد الكرات الحمراء مساوٍ لعدد الكرات الزرقاء . احتمال إخراج كرة حمراء هو ٠,٢٨ واحتمال إخراج كرة خضراء هو ٠,٣١ .

أ أكمل الجدول :

احتمال إخراج كرة حمراء	٠,٢٨
احتمال إخراج كرة صفراء	٠,١٢
احتمال إخراج كرة زرقاء	٠,٢٨
احتمال إخراج كرة خضراء	٠,٣٢

ب ما هو عدد الكرات الخضراء بالكيس؟

٢٥ × ٠,٣٢ = ٨ كرات

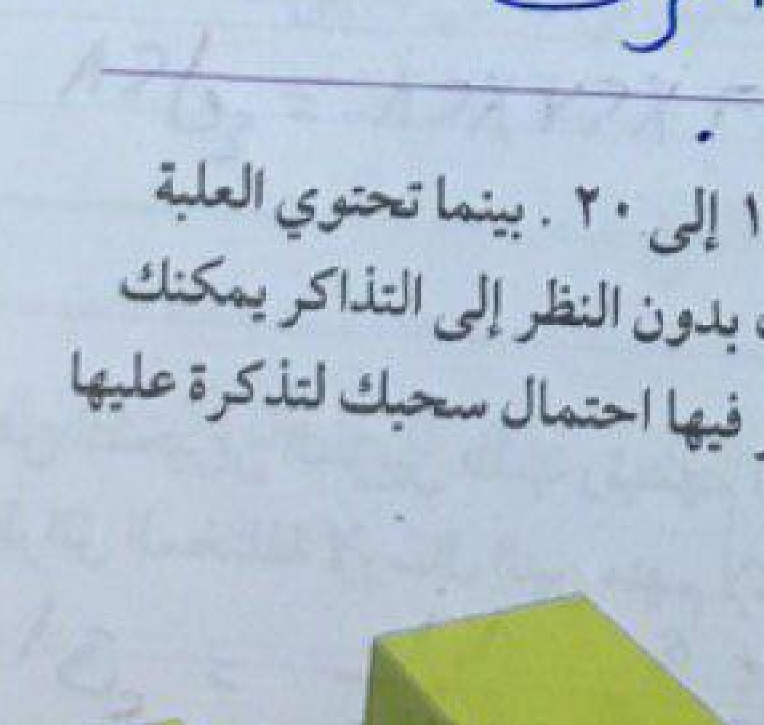
تحتوي العلبة الأصغر على ٢٠ تذكرة مرقمة من ١ إلى ٢٠ . بينما تحتوي العلبة الأكبر على ١٠٠ تذكرة مرقمة من ١ إلى ١٠٠ ، بدون النظر إلى التذاكر يمكنك سحب تذكرة واحدة من كل علبة . أي علبة يكثر فيها احتمال سحبك لتذكرة عليها الرقم ١٧ ؟

أ العلبة ذات التذاكر الـ ٢٠ .

ب العلبة ذات الـ ١٠٠ تذكرة .

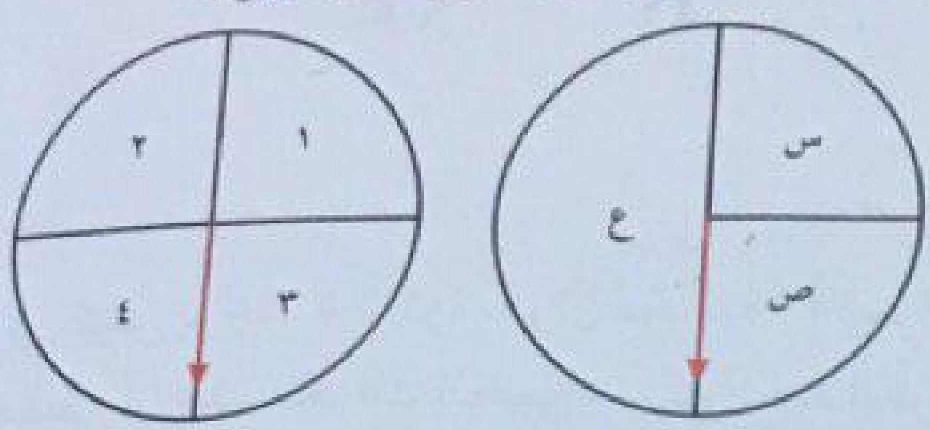
جـ العلبتان لهما نفس الاحتمال .

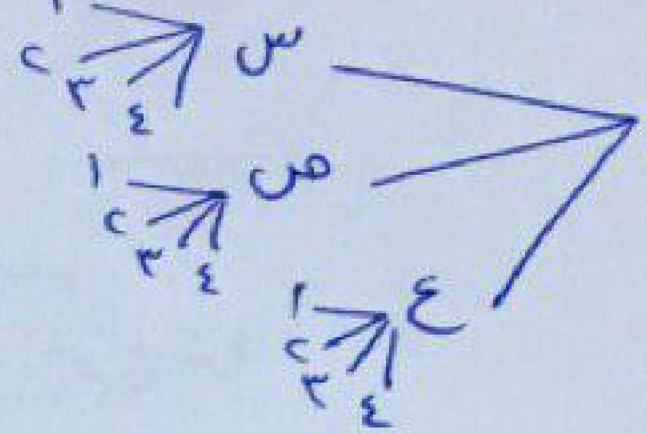
د من المستحيل معرفة ذلك .



٤-١٢ مراجعة الوحدة الثانية عشرة
Revision Unit Twelve

١ ارسم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح النواتج الممكنة لتدوير اللوحتين الدوارتين :





٢ اتخذ خالد ٤ أرقام سرية لفتح الحاسوب. إذا كان اختياره لأرقام مختلفة من ١ إلى ٦ ، فأوجد عدد الطرائق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السري .

$٦ل_٤ = ٦\times٥\times٤\times٣ = ٣٦٠$ طريقة

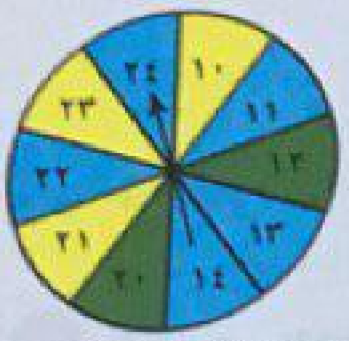
٣ تألفت لجنة من ٤ طلاب في الصف الثامن البالغ عدده ٢٨ طالبًا. بكم طريقة يمكن اختيار لجنة من ٤ طلاب مؤلفة من : رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر ، أمين صندوق ؟

$٢٨ل_٤ = ٢٨\times٢٧\times٢٦\times٢٥ = ٤٩١٤٠٠$

٤ عشرة من المخبرين السريين طلب رئيسهم ارسال اثنين منهم للقبض على أحد المشتبه فيهم ، ما عدد الطرائق المختلفة لإرسال اثنين منهم لإنجاز هذه المهمة ؟

$١٠ق_٢ = \frac{١٠!}{٨!\times٢!} = \frac{\cancel{٨!}\times٩\times\cancel{١٠}^{٥}}{\cancel{٨!}\times\cancel{٢}} = ٤٥$ طريقة

٥ عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة .
أوجد :



أ احتمال الحصول على (العدد ١١ أو عدد أكبر من ٢١) .

$\frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

ب احتمال الحصول على (قطاع أزرق أو عدد يقبل القسمة على ٢٣) .

$\frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

جـ احتمال الحصول على (قطاع أصفر أو مضاعف للعدد ١) .

$\frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

د احتمال الحصول على (قطاع أخضر أو عامل من عوامل العدد ٧) .

$\frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

٦ عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، وسحب كرة عشوائيًا من الكيس المجاور الذي فيه كرات . أوجد احتمال كل من :

أ ل (الحصول على ١ و كرة حمراء) $\frac{١}{٣٠} = \frac{٢}{١٠} \times \frac{١}{٦}$

ب ل (الحصول على ٣ و كرة بنفسجية) $\frac{١}{٣٠} = \frac{٢}{١٠} \times \frac{١}{٦}$

٧ عدد ركاب باص ٣٦ راكبًا ، نسبة الأطفال إلى الكبار في الباص ٥ إلى ٤

أ ما هو عدد الأطفال في الباص ؟

٢٠ طفل $= ٣٦ \times \frac{٥}{٩}$

ب إذا اخترنا بشكل عشوائي أحد الركاب في الباص . ما هو الاحتمال بأن يكون الراكب من الكبار ؟

$\frac{٤}{٩}$

اختبار الوحدة الثانية عشرة

أولًا : في البنود (١ – ٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

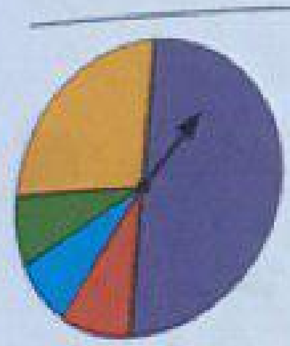
١ عند رمي حجري نرد متمايزين مرة واحدة . فإنّ فضاء العينة يساوي ٦ .	أ	ب
٢ $^{٥}ل_{٢} = ١٠$.	أ	ب
٣ في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين فإنّ احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر يساوي $\frac{٣}{٤}$	أ	ب
٤ $^{٥}ق_{٢} = {}^{٥}ق_{٣}$.	أ	ب

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

٥ في تجربة إلقاء حجري نرد متمايزين مرة واحدة ، فإنّ احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي ٨ هو :

أ $\frac{٥}{٣٦}$ ب $\frac{٥}{٦}$ ج $\frac{١}{٦}$ د ١

٦ الدوارة هي لعبة محمد الجديدة ، من ٦٠٠ لفة كم مرة تقريبًا يجب أن يتوقع استقرار السهم على القطاع الأحمر ؟



أ ٣٠ ب ٤٠ ج ٥٠ د ٦٠

٧ في الصف الثامن ٣٠ طالب ، احتمال اختيار طالب عشوائيًا بحيث يكون عمره أقل من ١٣ سنة هو $\frac{١}{٥}$. ما عدد طلاب الصف الذين تقل أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

أ ٣ ب ٤ ج ٥ د ٦

٨ العدد ١٢٠ في صورة مضروب هو :

أ !٣ ب !٤ ج !٥ د !٦

9 يوجد ١٠ كرات زجاجية (بلي) في حقيبة : ٥ كرات حمراء و٥ كرات زرقاء . قامت سلوى بسحب كرة من الحقيبة بشكل عشوائي لون الكرة المسحوبة أحمر ، ثم قامت سلوى بإعادة الكرة إلى الحقيبة مرة أخرى ، ما مدى احتمالية أن تكون الكرة المسحوبة في المرة القادمة بشكل عشوائي حمراء؟

أ) $\frac{١}{٢}$

ب) $\frac{٤}{١٠}$

جـ) $\frac{١}{٥}$

د) $\frac{١}{١٠}$

10 ٥ × ٤! =

أ) ١٢٠!

ب) ٩!

جـ) ٥!

د) ٤٥!

أسئلة تحدي : فكر معنا في الاحتمال

١ آلة تنتج ١٠٠ قطعة حلوى وتوزع الحلوى عند تشغيل الرافعة. ويوجد بالآلة نفس عدد الحلوى باللون الأزرق والوردي والأصفر والأخضر وجميعها مختلطة معًا .
قام مازن بتحريك الرافعة وحصل على حلوى وردية اللون ، وقام باسل بتشغيل الرافعة فيما بعد .
ما مدى احتمال حصول باسل على حلوى وردية اللون ؟

(أ) من المؤكد أن تكون الحلوى وردية اللون .

(ب) من المرجح أن يكون ذلك من نصيب مازن .

(جـ) تمامًا مثلما فعل مازن .

(د) يقل احتمال ذلك عما فعله مازن .

---

٢ تملك سناء حقيبة بداخلها ١٦ كرة ٨ منها حمراء و ٨ سوداء ، استخرجت سناء كرتين من الحقيبة ولم تعدهما إلى الحقيبة وكانت الكرتان من اللون الأسود . ثم استخرجت كرة ثالثة من الحقيبة . ما الذي يمكنك قوله بخصوص اللون المحتمل للكرة الثالثة ؟

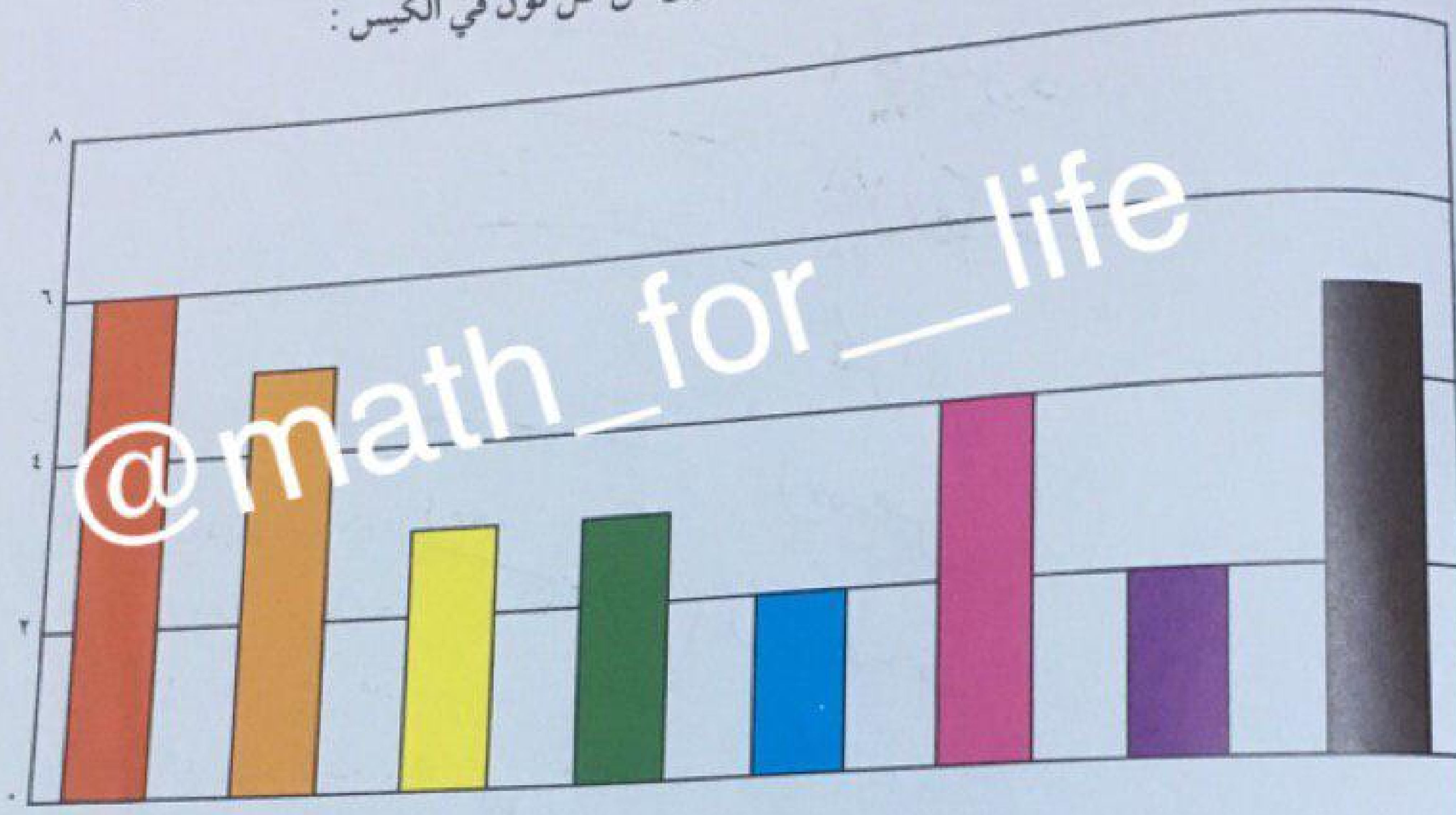
(أ) على الأرجح أن تكون حمراء لا سوداء .

(ب) على الأرجح أن تكون سوداء لا حمراء .

(جـ) قد تكون حمراء أو سوداء على حد سواء .

(د) من المستحيل معرفة أي من اللون الأحمر أو اللون الأسود أكثر احتمالًا .

٣ تسمح والدة فارس لابنها بأخذ قطعة حلوى واحدة من الكيس دون أن يسمح له بالاختيار ، يوضح الرسم البياني المرسوم عدد قطع الحلوى من كل لون في الكيس :



احتمال أن يأخذ فارس قطعة حلوى لونها أحمر هو :

أ) ١٠٪ | ب) ٢٠٪ | جـ) ٢٥٪ | د) ٥٠٪