الوحدة الثامنة

الأشكال الرباعية
Quadrilaterals

تصاميم هندسية
Geometric Designs

مشروع الوحدة :
(تصميم هندسي)

عمليات التصميم الهندسي هي مجموعة من الخطوات التي تتم من أجل إخراج منتج جديد أو نظام جديد .

خطة العمل :

- توظيف أشكال رباعية لتكوين تصاميم هندسية مميزة .

خطوات تنفيذ المشروع :

- في تصميمك ارسم أشكالًا رباعية (مستخدمًا شبكة المربعات ، أدوات هندسية) .
- ضمِّن في تصميمك كل أنواع متوازيات الأضلاع (مستطيل ، معين ، مربع) .
- حدد الأشكال الرباعية المستخدمة في التصميم ، وحلِّل خواصها من حيث (التطابق ، والتماثل ، ... إلخ) بإكمال الجدول.
- استخدم أكثر عدد ممكن من الأشكال الرباعية لتكوّن التصميم .

اسم الشكل الرباعي	خواص			تماثل	
	الأضلاع	الزوايا	الأقطار	حول محور	حول نقطة

علاقات وتواصل :

- المجموعة الواحدة تصمم عدة تصاميم هندسية ويتم اختيار الأفضل .

عرض العمل :

- كل مجموعة تعرض التصميم النهائي مع الجدول المستخدم .

المستقيمات المتوازية
Parallel Lines
٨-١

سوف تتعلّم : العلاقة بين الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين .

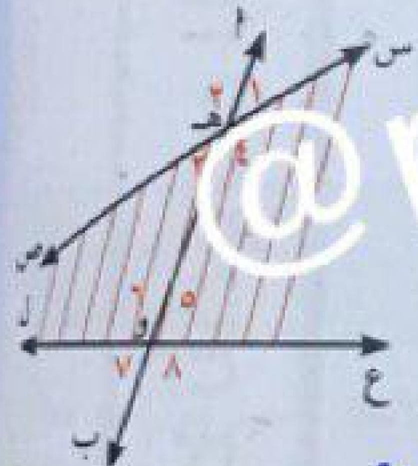
تسمّى الخطوط المستقيمة التي تقع في مستوى واحد ولا تتقاطع أبدًا **بالخطوط المتوازية** .

الرسم	تقرأ	تكتب بالرموز
	المستقيم (أب) يوازي المستقيم (جـ د)	$\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـد}}$

العبارات والمفردات :

- متوازٍ **Parallel**
- زوايا متبادلة **Alternate Angles**
- زوايا متناظرة **Corresponding Angles**
- زوايا متحالفة **Allied Angles**

نشاط (١) :



أكمل ما يلي : عندما يقطع مستقيم مستقيمين

تنتج زوايا عددها ...٨...

من هذه الزوايا زوايا متبادلة وزوايا

متحالفة ، متناظرة، مجاورة على مستقيم متقابلة بالرأس

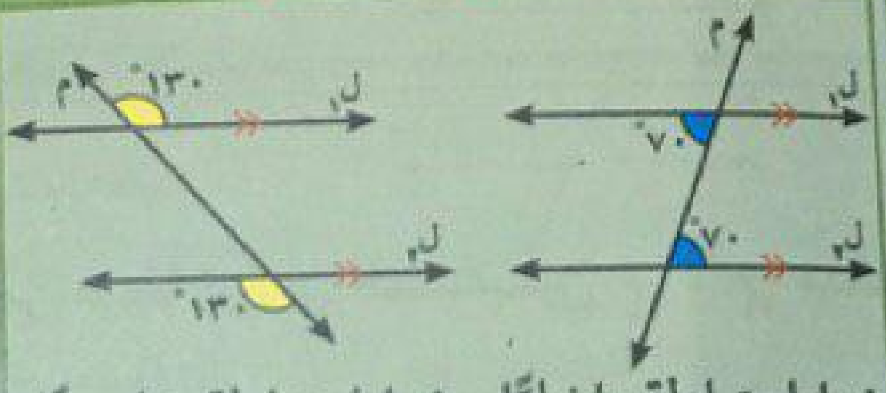
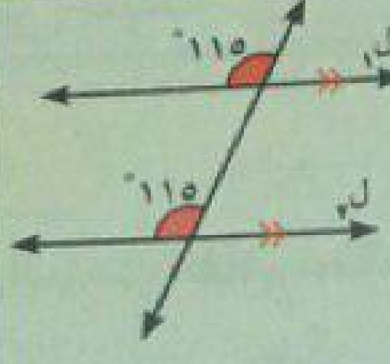
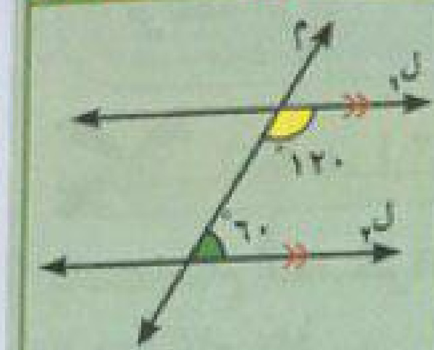
أكمل الجدول التالي مستعينًا بالشكل المرسوم :

أزواج من الزوايا المتبادلة	داخليًا	(٥،٣) ، (٦،٤)
	خارجيًا	(٨،٢) ، (٧،١)
أزواج من الزوايا المتناظرة		(٧،٣)،(٨،٤)، (٦،٢)، (٥،١)
أزواج من الزوايا المتحالفة		(٦،٣) ، (٥،٤)
أزواج من الزوايا المتقابلة بالرأس		(٨،٦)،(٤،٢)،(٧،٥)، (٣،١)
أزواج من الزوايا المتجاورة		(٣،٢)، (٣،٤)، (٤،١)، (٧،٦)، (٦،٥)، (٨،٥)

معلومات مفيدة :

- في صناعة النسيج تكون الخيوط متوازية ومتعامدة على النول .

ربط الأفكار : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين ، فإنَّ :

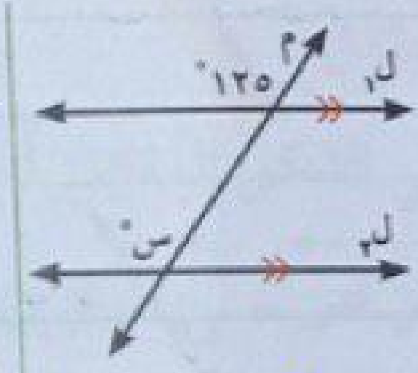
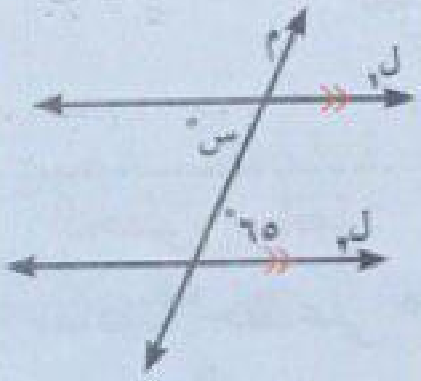
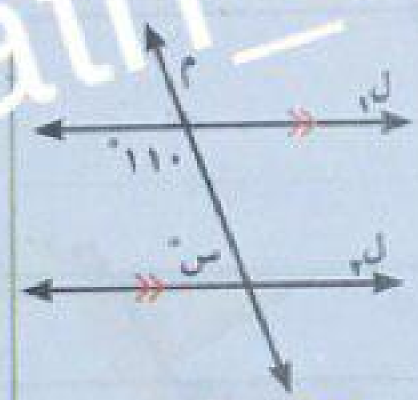
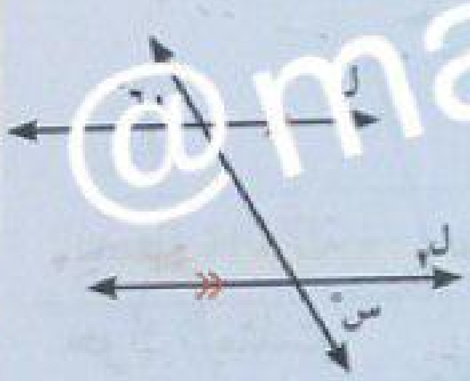
كل زاويتين متبادلتين متطابقتان	كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
 زوايا متبادلة داخليًا ، زوايا متبادلة خارجيًا		

تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهما ٩٠°

تدرّب (١) :

في كلّ من الأشكال التالية أوجد قيمة (س) مع ذكر السبب

تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتجاورتان على خط مستقيم واحد متكاملتان .
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان .

			
١٢٥° بالتناظر والتوازي	٦٥° بالتبادل والتوازي	٧٠° بالتحالف والتوازي	٦٠° " بالتبادل خارجياً " أو بالتناظر والتقابل بالرأس "

تدرّب (٢) :

في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$ قاطع لهما في ن ، م على الترتيب ، ق (و$\hat{ن}$ب) = ١١٥° .

فأكمل لتوجد بالبرهان ق (جـ$\hat{م}$ن) .

المعطيات : (١) $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$

(٢) ق (و$\hat{ن}$ب) = ١١٥°

المطلوب : إيجاد ق (جـ$\hat{م}$ن)

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـد}$ ، $\overleftrightarrow{وهـ}$ قاطع لهما (معطى)

∵ ق (و$\hat{ن}$ب) = ١١٥° (معطى)

∴ ق (ن$\hat{م}$د) = ق (و$\hat{ن}$ب) = ١١٥° (بالتوازي والتناظر)

∴ ق (جـ$\hat{م}$ن) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° لأنَّ (جـ$\hat{م}$ن) ، (ن$\hat{م}$د) متجاورتان على مستقيم واحد .

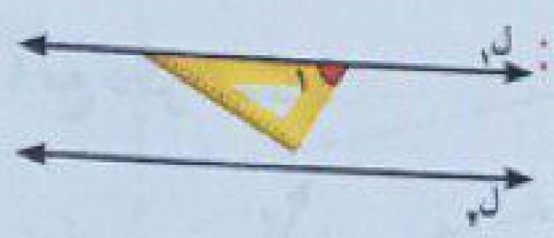
فكِّر وناقش

قال عبد الكريم : أستطيع حل تدرب (٢) السابق بطرق أخرى مختلفة ، فهل توافقه الرأي ؟ فسّر إجابتك .

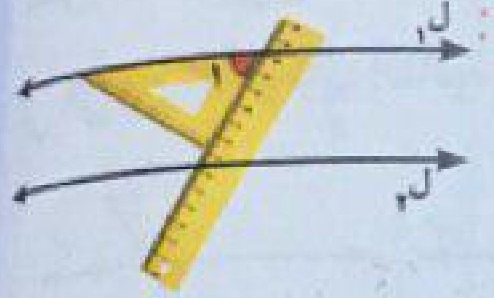
نشاط (٢) :

باستخدام المسطرة والمثلث القائم تحقق من صحة توازي المستقيمين م١ ، م٢ متبعًا الخطوات الأربع .

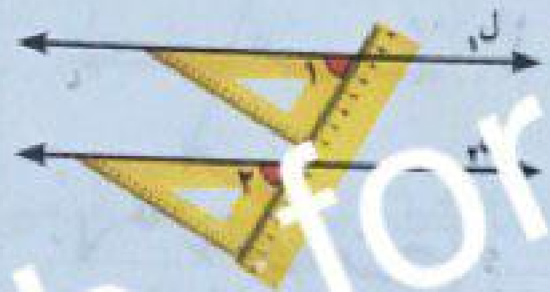
الخطوة الأولى :



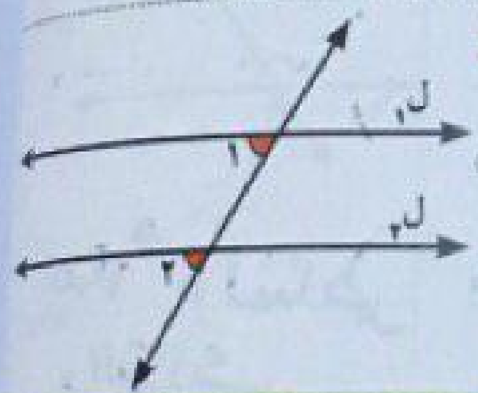
الخطوة الثانية :



الخطوة الثالثة : حرك المثلث إلى الأسفل



الخطوة الرابعة : ماذا تلاحظ على $\hat{1}$ ، $\hat{2}$ ؟



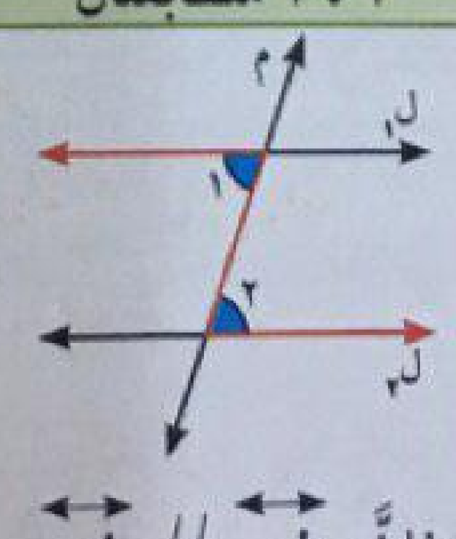
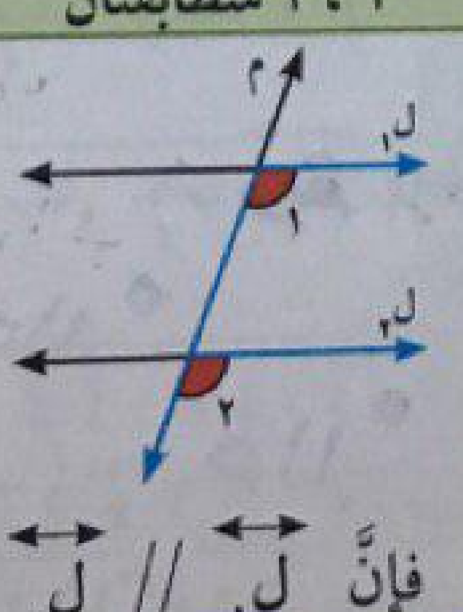
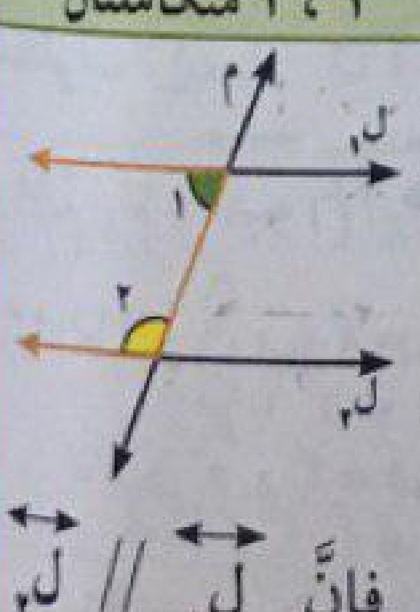
نتيجة : إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وتوفرت أحد الشروط التالية :

(١) زاويتان متبادلتان متطابقتان .

(٢) زاويتان متناظرتين متطابقتان .

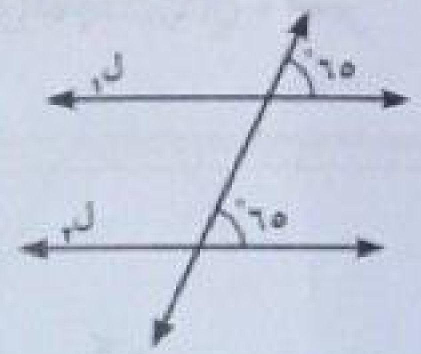
(٣) زاويتان متحالفتان متكاملتان.

فإن المستقيمين يكونان متوازيين .

إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وكان :		
الزاويتان المتبادلتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتناظرتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتحالفتان ١ ، ٢ متكاملتان
		
فإنَّ ل١ // ل٢	فإنَّ ل١ // ل٢	فإنَّ ل١ // ل٢

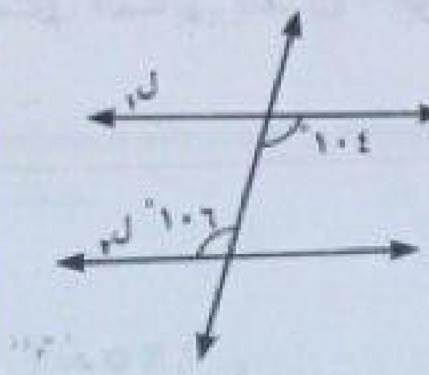
تدرّب (٣) :

في أي من الأشكال التالية يكون المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ متوازيين ؟ وضّح ذلك .



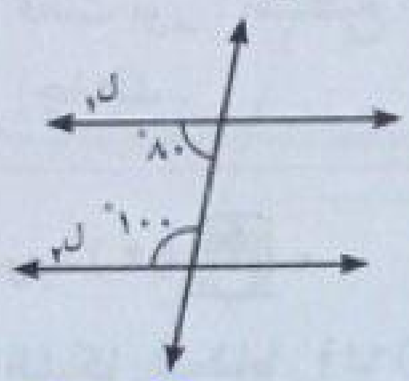
∵ الزاويتان المتناظرتان متطابقتان

∴ $ل_١$ // $ل_٢$



∵ الزاويتان المتبادلتان غير متطابقتين

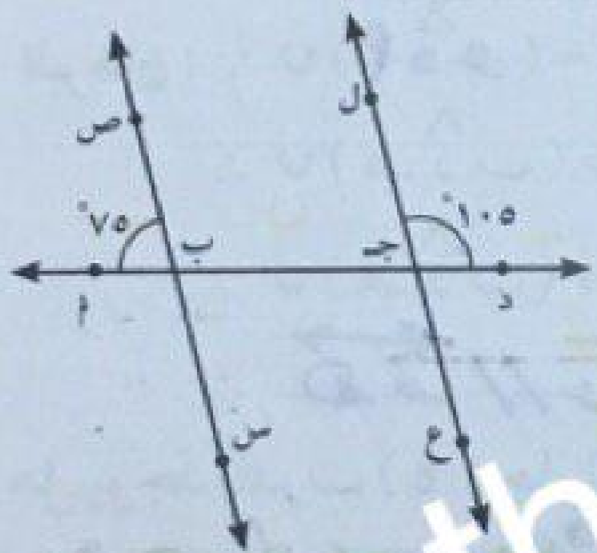
∴ $ل_١$ ، $ل_٢$ غير متوازيان



∵ الزاويتان متحالفتان متكاملتان

∴ $ل_١$ // $ل_٢$

مثال :



في الشكل المقابل أد قاطع للمستقيمين س ص ، ع ل في ب ، جـ على الترتيب ،

ن (أ $\hat{ب}$ ص) = ٧٥° ، ن (ل $\hat{جـ}$ د) = ١٠٥° ،

برهن أنّ س ص // ع ل .

الحلّ :

المعطيات : (١) أد قاطع للمستقيمين س ص ، ع ل .

(٢) ن (أ $\hat{ب}$ ص) = ٧٥° ، ن (ل $\hat{جـ}$ د) = ١٠٥°

المطلوب : إثبات أنّ س ص // ع ل

البرهان : ∵ ن (ل $\hat{جـ}$ د) = ١٠٥° (معطى)

∴ ن (ب $\hat{جـ}$ ل) = ١٨٠° − ١٠٥° = ٧٥° (بالتجاور على مستقيم)

∵ ن (أ $\hat{ب}$ ص) = ٧٥° (معطى)

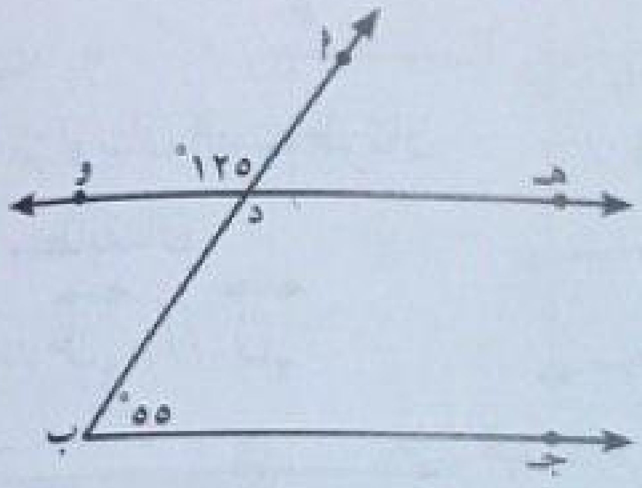
∵ ن (أ $\hat{ب}$ ص) = ن (ب $\hat{جـ}$ ل) = ٧٥° (وهما في وضع تناظر)

∴ س ص // ع ل

فكّر وناقِش

قالت نور : أستطيع حل المثال السابق بطرق أخرى ، هل توافقها الرأي ، فسر إجابتك .

تدرّب (٤) :



في الشكل المقابل : ق ($\hat{أ د و}$) = ١٢٥° ،

ق ($\hat{د ب جـ}$) = ٥٥° ، أثبت أنّ $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overleftarrow{ب جـ}$

المعطيات : (١) ق ($\hat{أ د و}$) = ١٢٥°

(٢) ق ($\hat{د ب جـ}$) = ٥٥°

المطلوبَ : إثبات أنّ $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overleftarrow{ب جـ}$

البرهان : ∵ ق ($\hat{أ د و}$) = ١٢٥° (معطى)

∴ ق ($\hat{هـ د ب}$) = ١٢٥° (بالمقابل بالرأس) .

∵ ق ($\hat{هـ د ب}$) + ق ($\hat{د ب جـ}$) = ١٢٥° + ٥٥° = ١٨٠° (وهما متحالفتان)

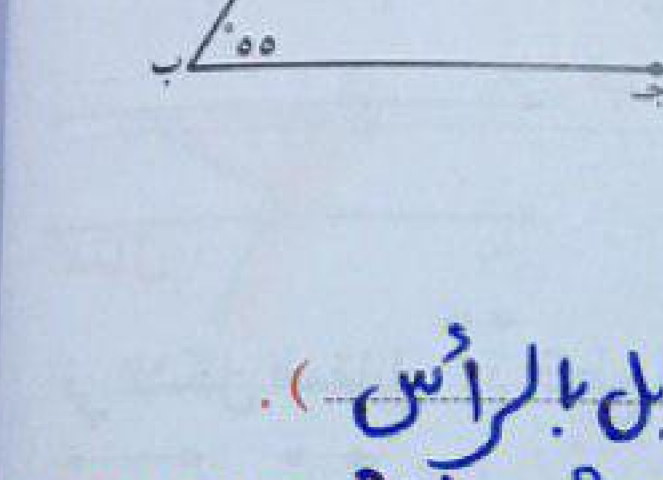
∴ $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overleftarrow{ب جـ}$

هل يوجد لتدرب (٤) حلول أخرى لإثبات صحة التوازي ؟ وضح ذلك.

نعم ق ($\hat{هـ د أ}$) = ١٨٠° - ١٢٥° = ٥٥° بالتجاور على مستقيم واحد

ق ($\hat{هـ د أ}$) = ق ($\hat{د ب جـ}$) = ٥٥° وهما في وضع تناظر ∴ $\overleftrightarrow{هـ و}$ // $\overleftarrow{ب جـ}$

تمــرّن



١ في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$ ،

ق ($\hat{ع ب م}$) = ٤٠ ، ق ($\hat{أ جـ ب}$) = ٦٥

أوجد بالبرهان كلًا من :

ق ($\hat{ص أ جـ}$) ، ق ($\hat{س أ ب}$) ، ق ($\hat{جـ أ ب}$)

① ق ($\hat{ص أ جـ}$) = ٦٥° بالتوازي والتبادل مع زاوية (ب جـ أ)

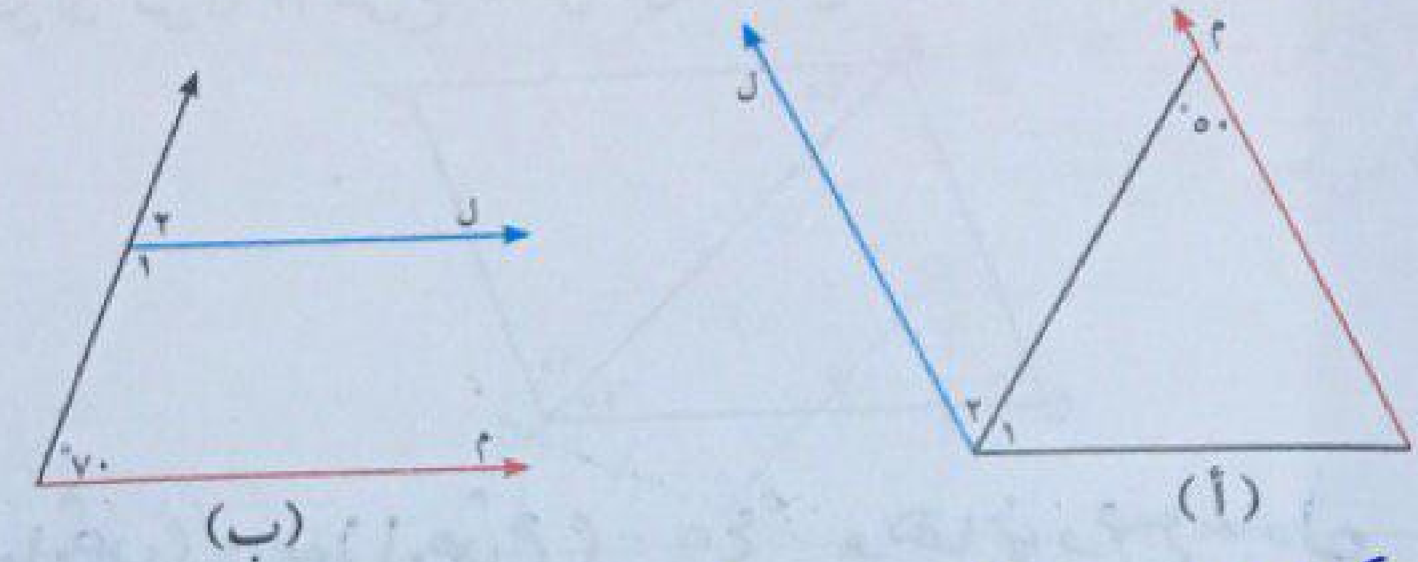
② ق ($\hat{س أ ب}$) = ٤٠° بالتوازي والتناظر مع زاوية (م ب ع)

③ في △ أ ب جـ ق ($\hat{أ ب جـ}$) = ٤٠° بالتقابل بالرأس

∴ ق ($\hat{ب أ جـ}$) = ١٨٠ - (٤٠ + ٦٥)

= ١٨٠ - ١٠٥ = ٧٥° مجموع قياسات زوايا △ الداخلية ١٨٠

٢ في الشكل (أ)، (ب) ضع قياسًا من عندك لإحدى الزاويتين ١، ٢ أو كلتيهما لتجعل $\overleftarrow{ل}$، $\overleftarrow{م}$ متوازيين.



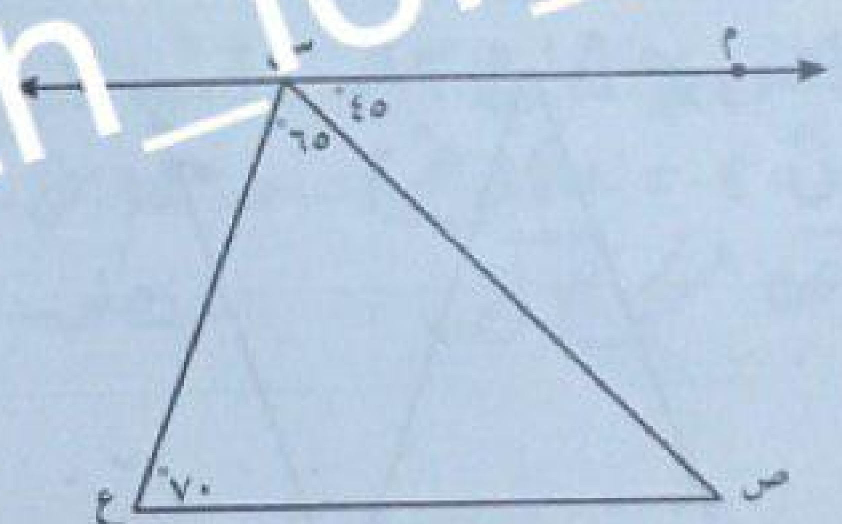
في الشكل (أ) ق(٢) = ٥٠° بالتبادل والتوازي

في الشكل (ب) ق (٢) = ٧٠° بالتناظر والتوازي

ق(١) = ١١٠° بالتحالف والتوازي

٣ في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه،

أثبت أنَّ $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overline{ص ع}$.



في Δ س ص ع

ق(ص) = ١٨٠ − (٦٥ + ٧٠) = ١٨٠ − ١٣٥ = ٤٥°

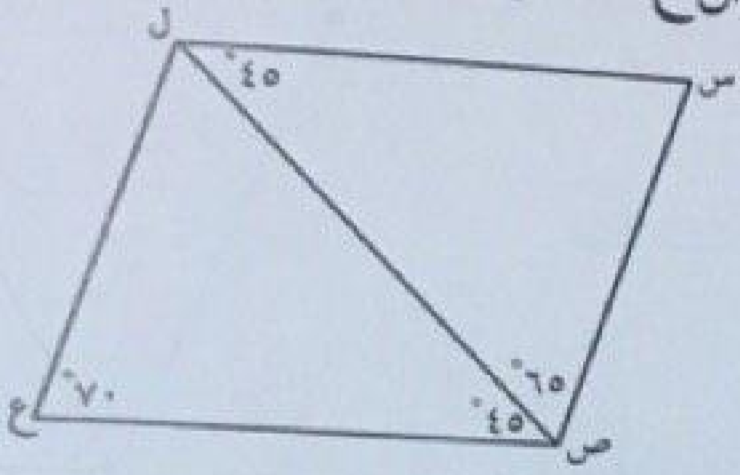
مجموع قياسات زوايا Δ الداخلية ١٨٠°

ق(م س ص) = ق(ص) = ٤٥° وهما في وضع تبادل

∴ $\overleftrightarrow{م ن}$ // $\overline{ص ع}$ وهو المطلوب

٤ في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة عليه ،

برهن أن $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ل ع}}$.



ق(س ل̂ ص) = ق(ل ص̂ ع) = ٤٥° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$

في Δ ل ص ع ق(ص ل̂ ع) = ١٨٠ − (٤٥ + ٧٠)

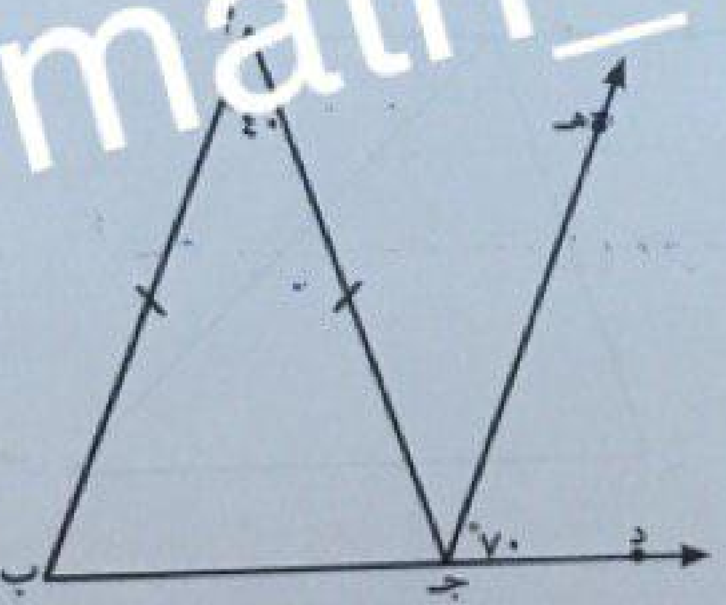
= ١٨٠ − ١١٥ = ٦٥°

ق(س ص̂ ل) = ق(ص ل̂ ع) = ٦٥° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ل ع}}$

٥ في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$.



Δ أ ب جـ متطابق الضلعين ، أ̂ = ٤٠°

∴ ق(ب̂) = ق(أ جـ̂ ب) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = $\frac{١٤٠}{٢}$ = ٧٠°

من خواص Δ المتطابق الضلعين

ومجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°

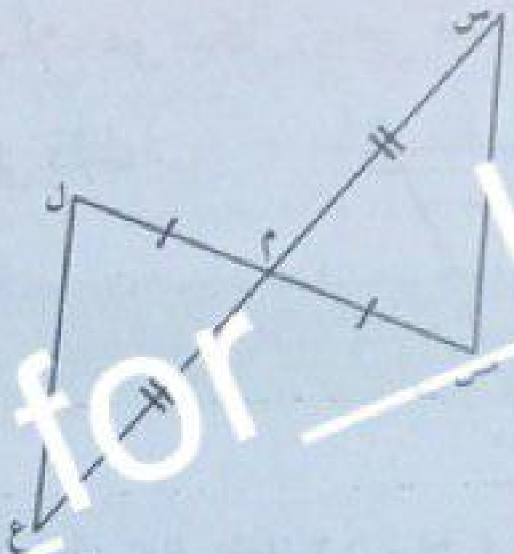
ق(د جـ̂ هـ) = ق(ب̂) = ٧٠° وهما في وضع تناظر

∴ $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$

٦ في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،
أثبت أنَّ :

(١) Δ س م ص ≅ Δ ع م ل

(٢) $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ع ل}}$



Δ س م ص ، Δ ع م ل

فيهما ح ١- $\overline{\text{س م}}$ ≅ $\overline{\text{ع م}}$ معطى

٢- $\overline{\text{ص م}}$ ≅ $\overline{\text{ل م}}$ معطى

٣- (س م̂ ص) ≅ (ع م̂ ل) بالتقابل بالرأس

∴ Δ س م ص ≅ ع م ل (ض . ز . ض) المطلوب أولاً

∵ Δ س م ص ≅ Δ ع م ل اثباتاً

∴ ق (س̂) = ق (ع̂) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ع ل}}$ المطلوب ثانياً

متوازي الأضلاع وخواصه
Parallelogram and its Properties

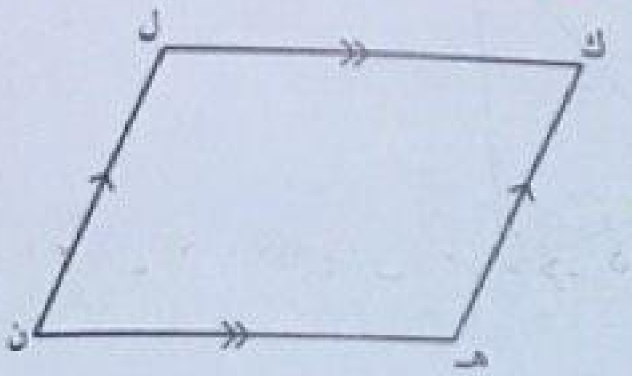
العبارات والمفردات :
- متوازي الأضلاع **Parallelogram**
- زاويتان متقابلتان **Opposite Angles**
- زاويتان متتاليتان **Consecutive Angles**

سوف تتعلّم : خواص متوازي الأضلاع .

تعلمت سابقًا : أنَّ متوازي الأضلاع هو شكل رُباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان .

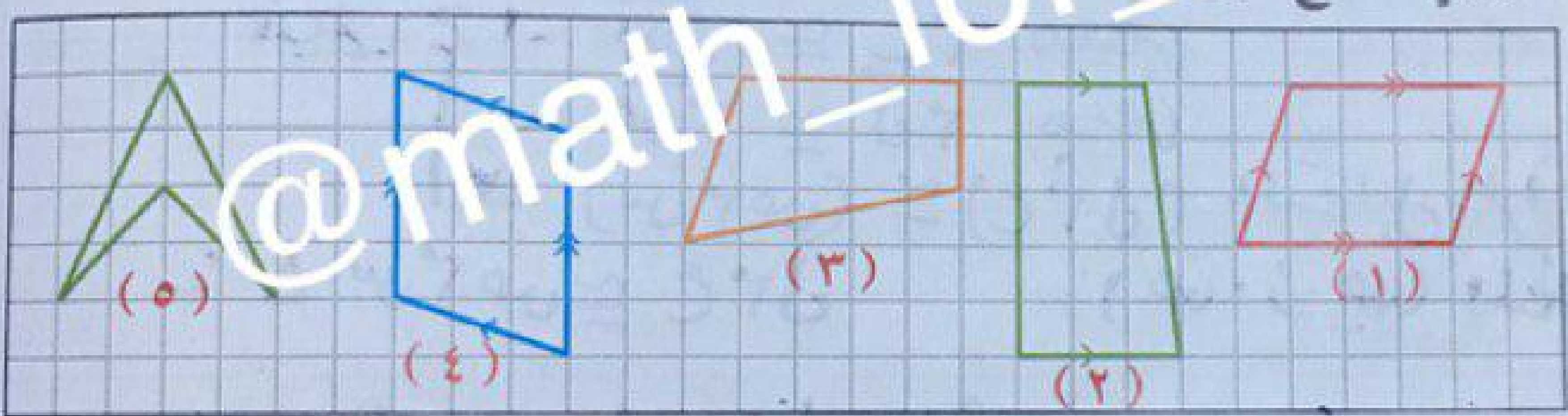
ك ل ن هـ متوازي أضلاع وعلى ذلك :

$\overline{ك ل}$ // $\overline{هـ ن}$ ، $\overline{هـ ك}$ // $\overline{ن ل}$



نشاط :

لاحظ العلامات المستخدمة في الأشكال التالية (علامات التوازي) . أيّهما يمثل متوازي أضلاع ؟ ولماذا ؟



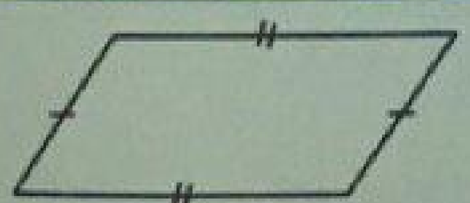
١ ، ٤

لانه فيها كل ضلعان متقابلان متوازيان

معلومات مفيدة :
معظم الأشكال التي تراها في الجسور الحديدية هي على شكل متوازي الأضلاع .

الخاصية الأولى :

في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان .

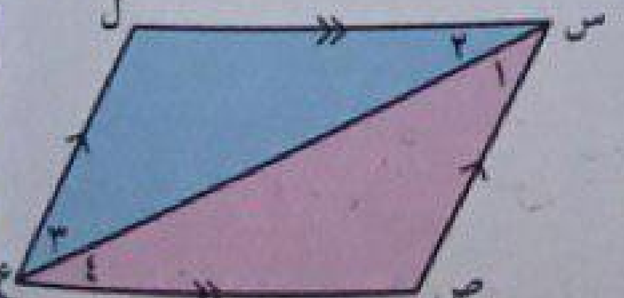


سوف نثبت الخاصية كما يلي :

المعطيات : (١) س ص ع ل متوازي أضلاع

المطلوب : إثبات أنَّ : (١) $\overline{س ص} \cong \overline{ل ع}$ ،

(٢) $\overline{س ل} \cong \overline{ص ع}$



البرهان : لإثبات ذلك نبحث عن مثلثين متطابقين .

وليكن Δ س ص ع ، Δ ع ل س فيهما :

(١) ق ($\hat{1}$) = ق ($\hat{3}$) (بالتبادل والتوازي)

(٢) ق ($\hat{4}$) = ق ($\hat{2}$) (بالتبادل والتوازي)

(٣) $\overline{\text{س ع}}$ (قطر متوازي الأضلاع (ضلع مشترك))

$\Leftarrow$ ∴ Δ س ص ع $\cong$ Δ ع ل س

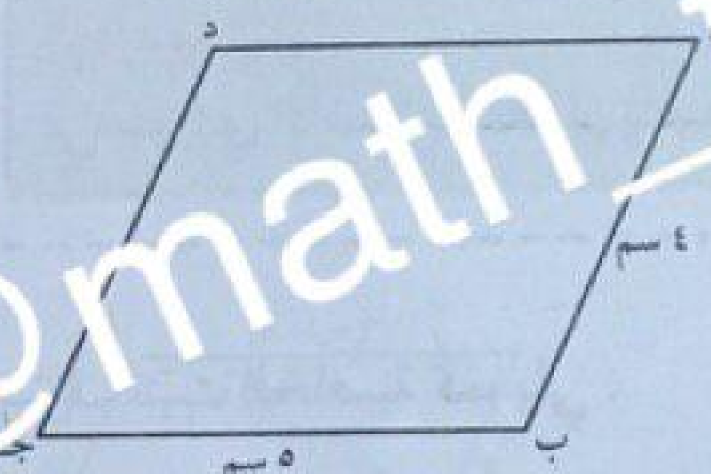
حالة التطابق هي (ز . ض . ز)

ينتج من التطابق أنَّ : $\overline{\text{س ص}} \cong \overline{\text{ع ل}}$ ، $\overline{\text{س ل}} \cong \overline{\text{ص ع}}$

∴ كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان .

تذكَّرْ أنَّ :
محيط الشكل (المضلع) الهندسي هو مجموع أطوال أضلاعه.

تدرَّب (١) :



في الشكل المقابل متوازي أضلاع .

أوجد محيط متوازي الأضلاع :

لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع :

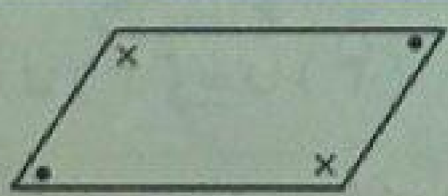
د جـ = ٤ سم السبب : كل ضلعين متقابلين فى متوازى الاضلاع متطابقان

أ د = ٥ سم السبب : كل ضلعين متقابلين فى متوازى الاضلاع متطابقان

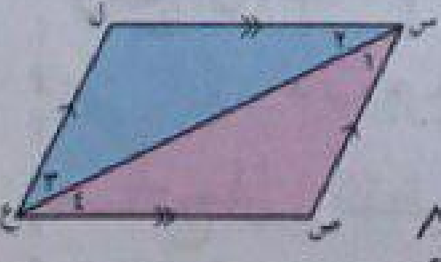
محيط متوازي الأضلاع = ٤ × ٢ + ٥ × ٢ = ١٨ سم

الخاصية الثانية :

في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .



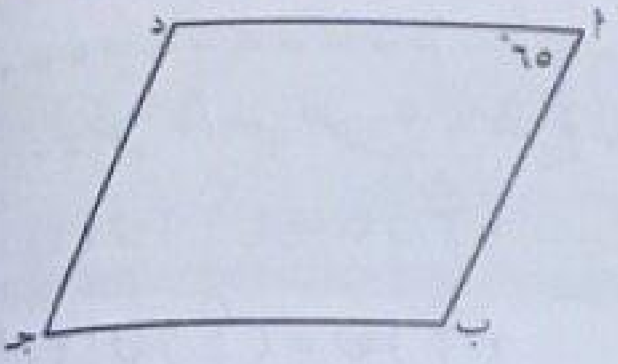
وسوف نثبت الخاصية الثانية كما في برهان الخاصية الأولى :



ينتج من التطابق أنَّ : $\hat{\text{ص}} \cong \hat{\text{ل}}$

∵ ق ($\hat{1}$) + ق ($\hat{2}$) = ق ($\hat{3}$) + ق ($\hat{4}$) ومنه نجد أنَّ $\hat{\text{س}} \cong \hat{\text{ع}}$

∴ كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان .



تدرب (٢) :

أ ب جـ د متوازي أضلاع . ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

أوجد ق ($\hat{ب}$) ، ق ($\hat{جـ}$) ، ق ($\hat{د}$)

المعطيات : (١) أ ب جـ د متوازي أضلاع ، (٢) ق ($\hat{أ}$) = ٦٥°

المطلوب : إيجاد قياس ($\hat{ب}$) ، ($\hat{جـ}$) ، ($\hat{د}$)

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (معطى)

∴ ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠° - (٦٥°) = ١١٥° (لأنَّ كل زاويتين متتاليتين متكاملتين)

∴ ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{أ}$) = ٦٥° (لأنَّ كل زاويتين متقابلتين متساويتين)

ق ($\hat{د}$) = ق ($\hat{ب}$) = ١١٥° (لأنَّ كل زاويتين متقابلتين متطابقتين)

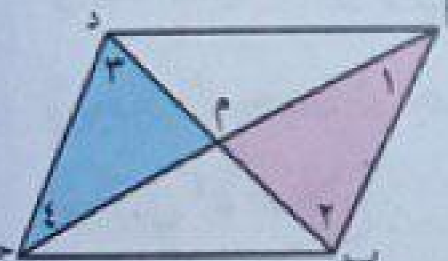
تذكَّر أنَّ :

- في متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .

- مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمتوازي الأضلاع تساوي ٣٦٠°

الخاصية الثالثة :

في متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر .



سوف نثبت الخاصية كما يلي :

المعطيات : (١) أ ب جـ د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م .

المطلوب : إثبات أنَّ : (١) م منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ، (٢) م منتصف $\overline{\text{ب د}}$

البرهان : لإثبات ذلك نبحث عن مثلثين متطابقين .

وليكن ∆ أ م ب ، ∆ جـ م د فيهما :

(١) ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٤}$) (بالتبادل والتوازي)

(٢) ق ($\hat{٢}$) = ق ($\hat{٣}$) (بالتبادل والتوازي)

(٣) أ ب = د جـ (من خواص متوازي الأضلاع)

⟸ ∴ ∆ أ م ب ≅ ∆ جـ م د

حالة التطابق هي (ز . ض . ز)

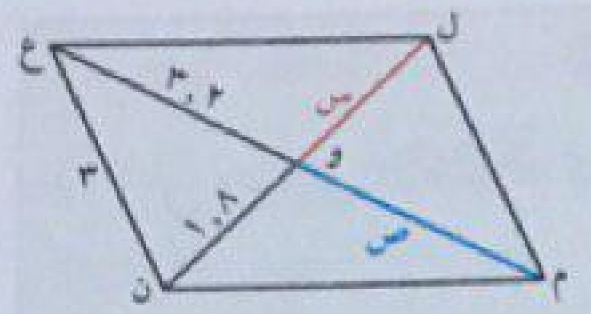
وينتج أنَّ : م أ = م جـ (أي أن : م منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$) ،

م ب = م د (أي أن : م منتصف $\overline{\text{ب د}}$)

نستنتج أنَّ : القطرين $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$ ينصف كلّ منهما الآخر .

∴ في متوازي الأضلاع القطران ينصف كلّ منهما الآخر .

تدرّب (٣) :



ل م ن ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و .

أوجد : (١) س ، ص . (٢) محيط المثلث ل م و

∵ الشكل ل م ن ع متوازي اضلاع (معطى)

∴ القطران ينصف كل منهما الاخر

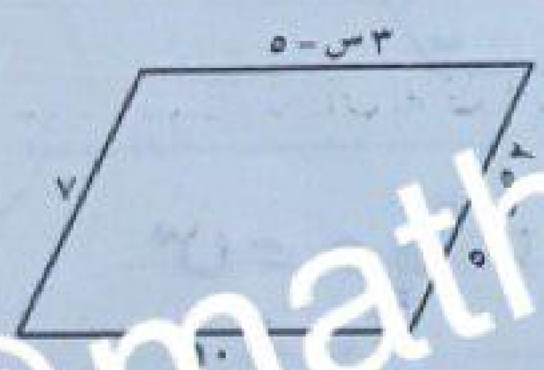
∴ س = و ن = ١,٨ وحدة طول ،

وبالمثل ص = و ع = ٣,٢ وحدة طول

∴ محيط Δ ل م و = ١,٨ + ٣,٢ + ٣

= ٨ وحدات طول

تدرّب (٤) :



في متوازي الأضلاع المقابل ،

أوجد قيمة كلٍّ من س ، ص .

∵ من خواص متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان :

فيكون : $\boxed{\text{٣ س - ٥ = ١٠}}$

٣ س = ١٠ + ٥

٣ س = ١٥

س = ٥

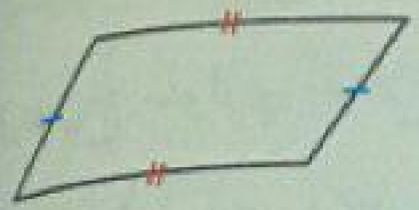
بالمثل : $\boxed{\text{٢ ص + ٥ = ٧}}$

٢ ص = ٧ - ٥

٢ ص = ٢

ص = ١

مما سبق : تحققنا من صحة خواص متوازي الأضلاع وهي :



(١) في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان

(٢) في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متطابقتان

(٣) في متوازي الأضلاع القطران ينصف كلّ منهما الآخر

تمـرّن :

١ أوجد قيمة كلٍّ من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية :

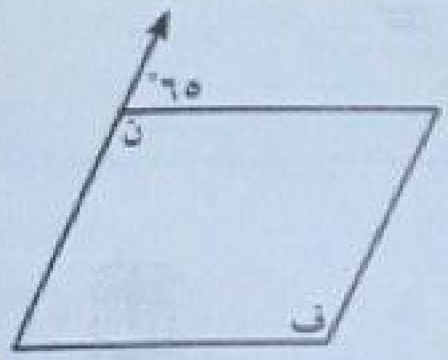
أ

س = ٥٥°

ف = ١٢٥°

ن = ١٢٥°

ب



ن = ١١٥°

ف = ١١٥°

٢ إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع وكان الفرق بين أي زاويتين غير متقابلتين ٤٠° ، فما هو قياس الزاوية الصغرى لمتوازي الأضلاع؟

$\hat{أ}$ ، $\hat{ب}$ زاويتان غير متقابلتين " متحالفتان "

$\hat{أ} + \hat{ب} = ١٨٠°$ أ − ب = ٤٠°   أ = ٤٠ + ب

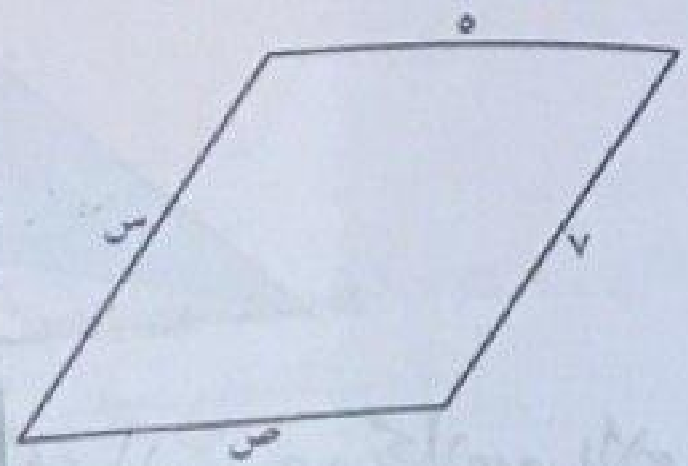
بالتعويض ٤٠ + ب + ب = ١٨٠°   ٢ب = ١٨٠ − ٤٠ = ١٤٠

$\frac{٢ب}{٢} = \frac{١٤٠}{٢}$ ⟸ ب = ٧٠° ، أ = ٤٠ + ٧٠ = ١١٠°

∴ قياس الزاوية الصغرى ب = ٧٠°

٣ أوجد الأطوال المجهولة في متوازيات الأضلاع التالية :

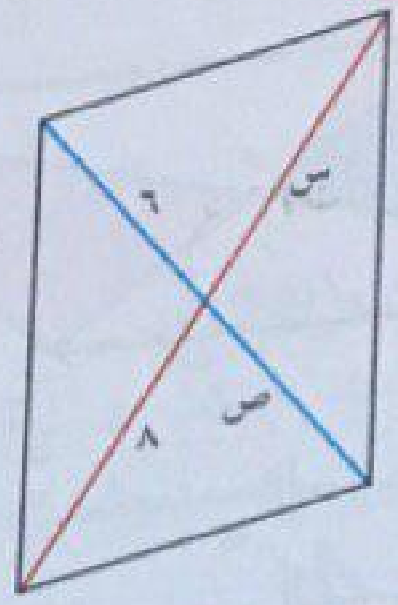
أ



س = ٧

ص = ٥

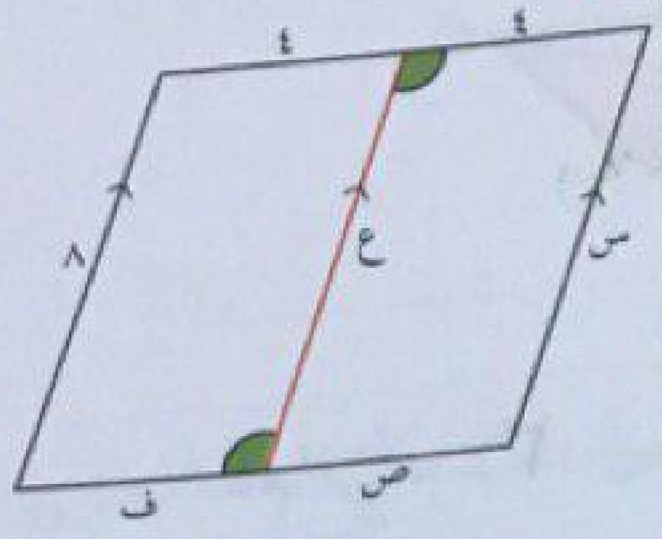
ب



س = ٨

ص = ٦

جـ



س = ٨

ص = ٤

ع = ٨

ف = ٤

٤ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ ب = ٥ وحدة طول ،

ب جـ = ٧ وحدة طول ، ق ($\hat{\text{جـ}}$) = ٥٥° ،

أوجد ما يلي مع ذكر السبب :

أ د = ٧ السبب : كل ضلعان متقابلان في متوازي الاضلاع متطابقان

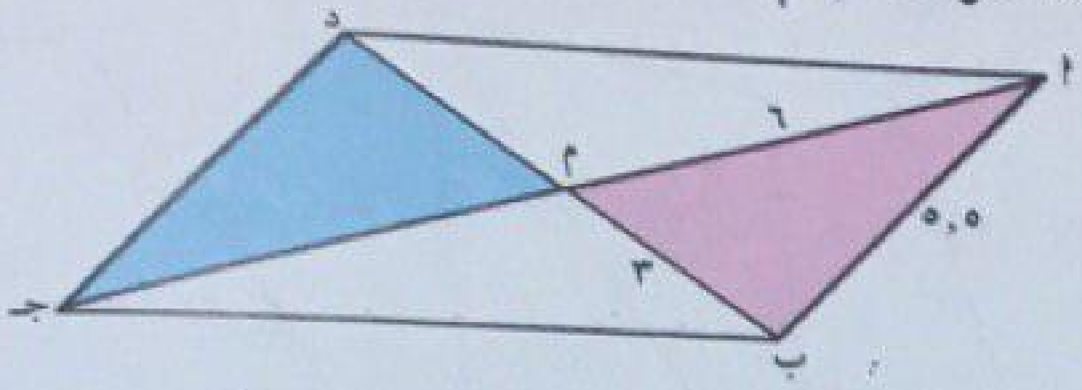
د جـ = ٥ السبب : كل ضلعان متقابلان في متوازي الاضلاع متطابقان

ق ($\hat{\text{أ}}$) = ٥٥° السبب : كل زاويتان متقابلتان في متوازي الاضلاع متطابقتان

ق ($\hat{\text{ب}}$) = ١٢٥° السبب : كل زاويتان متتاليتان في متوازي الاضلاع متكاملتان

ق ($\hat{\text{د}}$) = ١٢٥° السبب : كل زاويتان متقابلتان في متوازي الاضلاع متطابقتان

٥ اب جـ د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، اب = ٥,٥ وحدة طول ، ام = ٦ وحدة طول ، ب م = ٣ وحدة طول . احسب محيط Δ د م جـ .



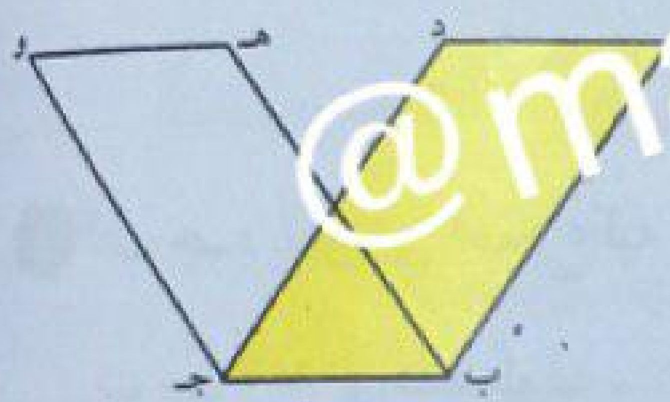
د م = ٣ السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر

م جـ = ٦ السبب : القطران ينصف كل منهما الآخر

د جـ = ٥,٥ السبب : كل ضلعان متقابلان متطابقان

محيط Δ د م جـ = ٣ + ٦ + ٥,٥ = ١٤,٥

٦ اب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع .
أثبت أن : اد = هـ و .



∵ ا ب جـ د متوازي اضلاع

∴ ا د = ب جـ كل ضلعان متقابلان متطابقان (١)

∵ هـ ب جـ و متوازي اضلاع

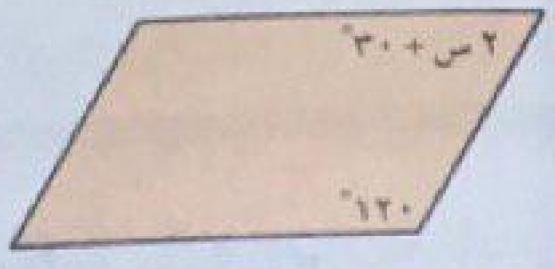
∴ هـ و = ب جـ كل ضلعان متقابلان متطابقان (٢)

من ١، ٢ ينتج ان ا د = هـ و

من خواص التساوي "المساواة"

٧ أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة س في كل مما يلي :

أ



∵ الشكل متوازي أضلاع

∴ ٢س + ٣٠ + ١٢٠ = ١٨٠°

زاويتان متتاليتان في متوازي الأضلاع متكاملتان

٢س + ١٥٠ = ١٨٠°

٢س = ١٨٠ - ١٥٠

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٣٠}{٢}$

س = ١٥

ب

∵ الشكل متوازي أضلاع

∴ ٣س - ١ = ٨

ضلعان متقابلان متطابقان

٣س = ٨ + ١

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٩}{٣}$

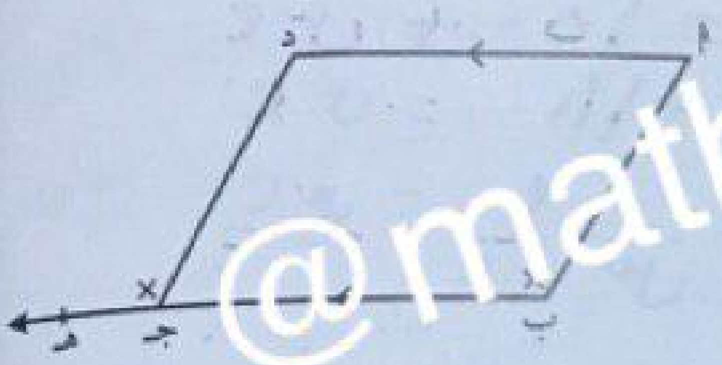
س = ٣

سوف تتعلّم : متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع ؟

معلومات مفيدة :
يستخدم صانعو الدراجات الهوائية فكرة متوازي الأضلاع في تصميم الهيكل المعدني لها .

نشاط (١) :

تعلمت سابقاً أنّ الشكل الرباعي الذي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان يسمى متوازي أضلاع . وظف ما سبق لحل النشاط التالي :



١ ∵ أد // بجـ (١) (معطى)

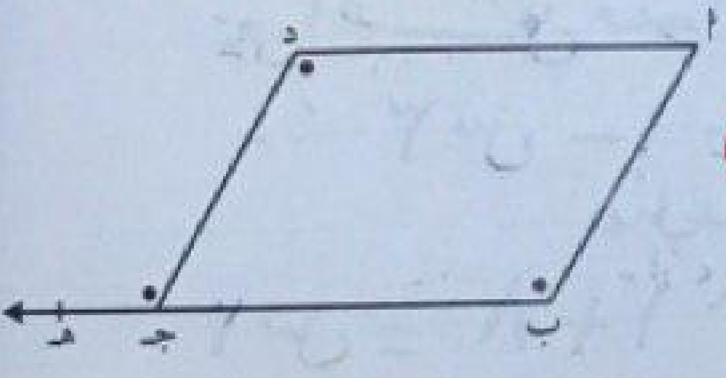
∵ ق(ب̂) = ق(د جـ̂ هـ) (معطى)

(وهما في وضع تناظر) .

∴ أب // دجـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع

لأنّ فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان



٢ ∵ ق(ب̂) = ق(د جـ̂ هـ)

(وهما في وضع تناظر)

∴ أب // دجـ (١)

∵ ق(د̂) = ق(د جـ̂ هـ)

(وهما في وضع تبادل)

∴ أد // بجـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع

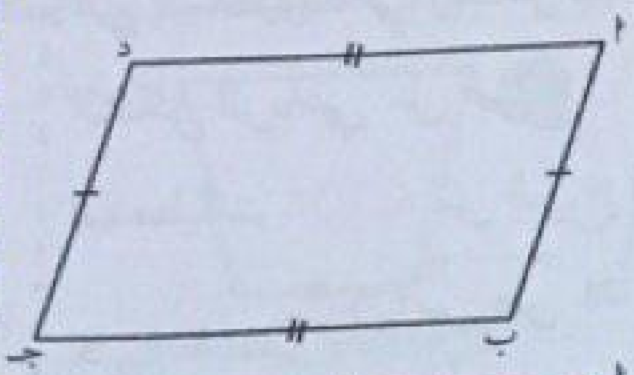
لأنّ فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

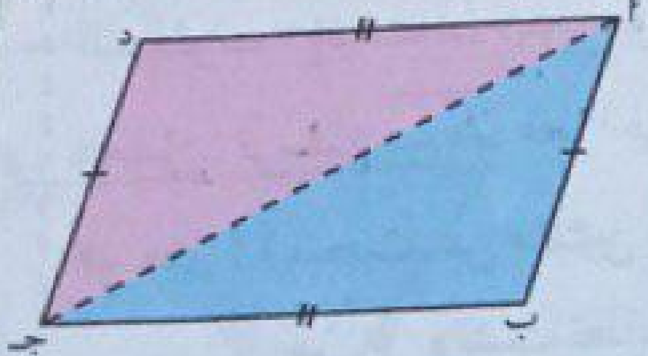
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان (من التعريف).

سوف ندرس الأربع حالات للكشف عن متوازي الأضلاع .

الحالة الأولى : لإثبات أنَّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع .

ستتحقق معًا بأنَّ الشكل الرباعي الذي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان كحد أدنى من المعطيات تكفي لنقول إنَّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع .





المعطيات : (١) أ ب جـ د شكل رباعي

(٢) $\overline{أب} \cong \overline{دجـ}$ ، $\overline{أد} \cong \overline{بجـ}$

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع

العمل : نرسم $\overline{أجـ}$ قطرًا في الشكل

البرهان : (نبحث عن زوايا (متبادلة - متناظرة - متتالية) تؤدي إلى التوازي من خلال تطابق مثلثين) .

$\triangle$ أ ب جـ ، $\triangle$ أ د جـ فيهما :

(١) $\overline{أب} \cong \overline{دجـ}$ (معطى)

(٢) $\overline{جـب} \cong \overline{دأ}$ (معطى)

(٣) $\overline{أجـ}$ ضلع مشترك (معطى)

$\Leftarrow$ $\therefore \triangle$ أ ب جـ $\cong \triangle$ جـ د أ

(ض . ض . ض)

وينتج من التطابق أنَّ : ب $\hat{أ}$ جـ $\cong$ د $\hat{جـ}$ أ (وهما في وضع تبادل) ، $\therefore$ $\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$ ،

أ $\hat{جـ}$ ب $\cong$ د $\hat{أ}$ جـ (وهما في وضع تبادل) ، $\therefore$ $\overline{بجـ} \parallel \overline{دأ}$

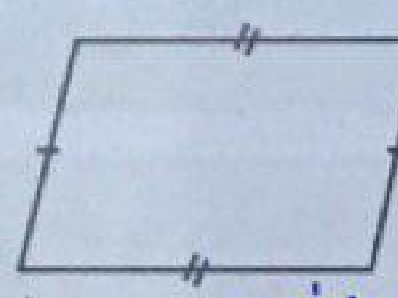
مما سبق ينتج أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .

الحالة الأولى : إذا كان في الشكل الرباعي كل ضلعين متقابلين متطابقين فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

تدرّب (١) :

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟ ولماذا ؟

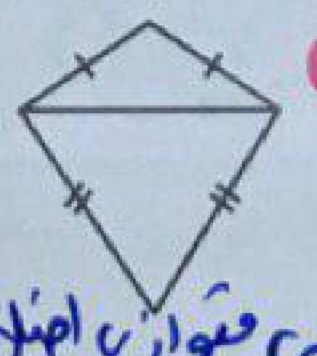
أ



متوازي اضلاع

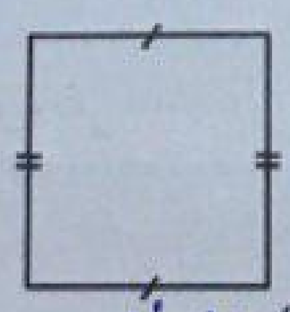
كل ضلعان متقابلان متطابقان

ب



ليس متوازي اضلاع

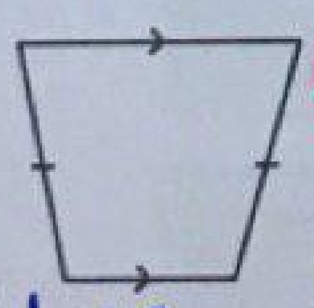
جـ



متوازي اضلاع

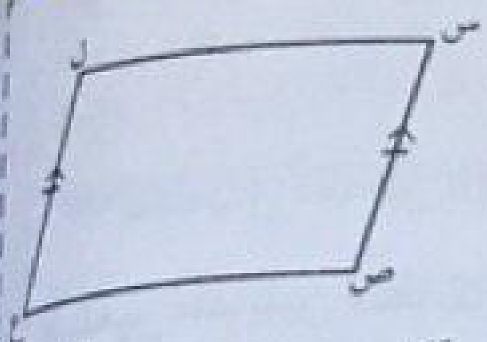
كل ضلعان متقابلان متوازيان

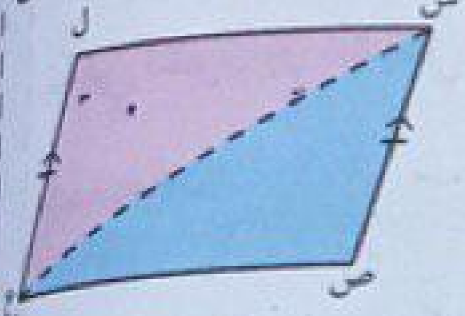
د



ليس متوازي اضلاع

الحالة الثانية : لإثبات أنَّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع .





هل المعطيات في الشكل المقابل تكفي لأن يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع ؟

المعطيات : (١) س ص ع ل شكل رباعي

(٢) س ص ≅ ل ع ، س ص // ل ع

المطلوب : إثبات أنَّ س ص ع ل متوازي أضلاع

العمل: نرسم س ع قطرًا في الشكل

البرهان : نبحث عن مثلثين يضم أحدهما س ص ، س ع والآخر يضم ل ع ، س ع ونثبت تطابقهما .

Δ س ص ع ، Δ ع ل س فيهما :

(١) س ص ≅ ل ع (فرضًا)

(٢) ص س̂ ع ≅ ل ع̂ س (بالتبادل والتوازي)

(٣) س ع ضلع مشترك (عملًا)

∴ Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س (ض . ز . ض)

وينتج من التطابق أنَّ : س ع̂ ص ≅ ع س̂ ل (وهما في وضع تبادل)

∴ ل س // ص ع (١) ، ∵ س ص // ع ل (معطى) (٢)

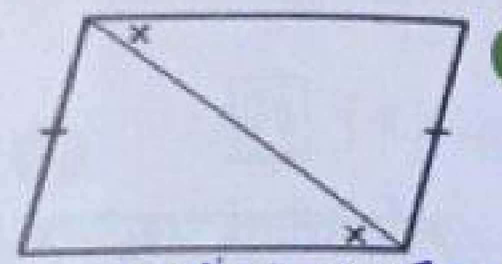
∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ س ص ع ل متوازي أضلاع .

وعلى ذلك نقول : نعم المعطيات في الشكل تكفي لأن يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

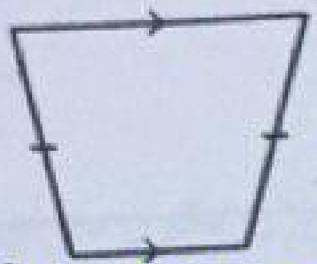
الحالة الثانية : إذا كان في الشكل الرباعي ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

تدرّب (٢) :

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟

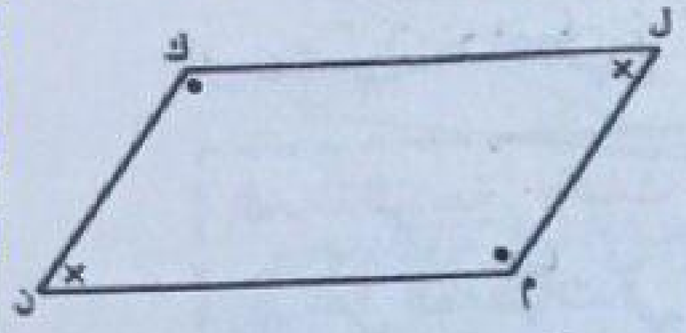
١ 
ليس متوازي اضلاع

٢ 
متوازي اضلاع

٣ 
ليس متوازي اضلاع

الحالة الثالثة : لإثبات أنَّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع .

هل المعطيات في الشكل المقابل تكفي لأن يكون الشكل الرباعي ل م ن ك متوازي أضلاع ؟



المعطيات : (١) ل م ن ك شكل رباعي

(٢) ق (لَ̂) = ق (نَ̂) ، ق (مَ̂) = ق (كَ̂)

المطلوب : إثبات أنَّ ل م ن ك متوازي أضلاع

البرهان : ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي يساوي ٣٦٠°

∴ ق (لَ̂) + ق (نَ̂) + ق (مَ̂) + ق (كَ̂) = ٣٦٠°

ولكن ق (لَ̂) = ق (نَ̂) ، ق (مَ̂) = ق (كَ̂)   (فرضًا)

∴ ٢ ق (لَ̂) + ٢ ق (مَ̂) = ٣٦٠°   (بالقسمة على ٢)

∴ ق (لَ̂) + ق (مَ̂) = ١٨٠°   (لَ̂ ، مَ̂ متكاملتان)

∵ لَ̂ ، مَ̂ متتاليتان وفي جهة واحدة من القاطع ل م .

∴ ل ك // ن م   (١)

وبالطريقة نفسها يمكننا إثبات أنَّ ل م // ك ن (٢) (بتطبيق الخطوات السابقة على مَ̂ ، نَ̂)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ ل م ن ك متوازي أضلاع .

وعلى ذلك نقول : نعم المعطيات في الشكل تكفي لأن يكون الشكل الرباعي ل م ن ك متوازي أضلاع .

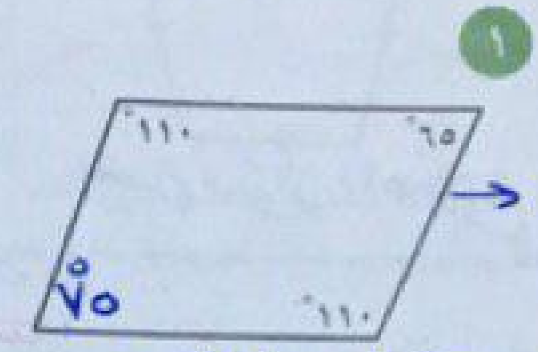
الحالة الثالثة : إذا كان في الشكل الرباعي كل زاويتين متقابلتين متطابقتين فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

لاحظ أنَّ : الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع إذا كانت كل زاويتين متتاليتين فيه متكاملتين .

تدرّب (٣) :

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع :

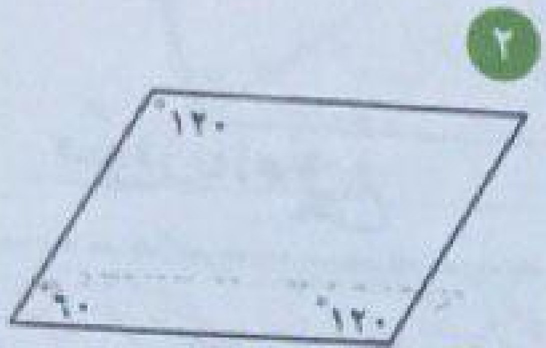
١



مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

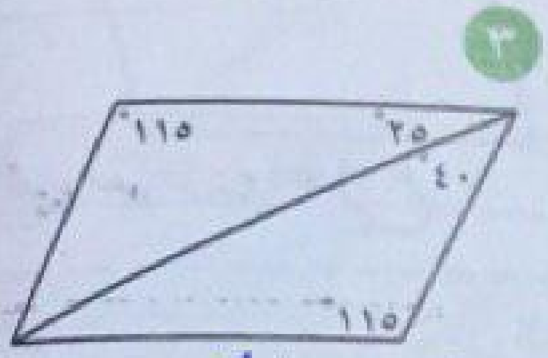
ليس متوازي اضلاع

٢



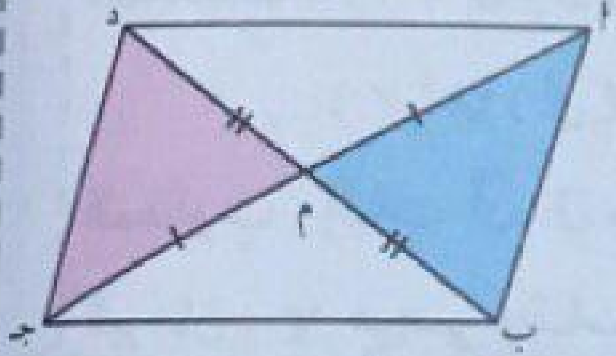
متوازي اضلاع

٣



متوازي اضلاع

الحالة الرابعة : لإثبات أنّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



هل المعطيات في الشكل المقابل تكفي لأن يكون الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع ؟

المعطيات : (١) أ ب جـ د شكل رباعي

(٢) أ م = جـ م ، ب م = د م

المطلوب : إثبات أنّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .

البرهان : (نبحث عن مثلثين يضم أحدهما $\overline{\text{أ م}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ والآخر يضم $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{م د}}$ ونثبت تطابقهما).

Δ أ ب م ، Δ جـ د م فيهما :

(١) أ م = جـ م (فرضًا)

(٢) ب م = د م (فرضًا)

(٣) ق (أ $\hat{\text{م}}$ ب) = ق (جـ $\hat{\text{م}}$ د) (بالتقابل بالرأس)

$\Leftarrow$ ∴ Δ أ م ب $\cong$ Δ جـ م د

(ض . ز . ض)

وينتج من التطابق أنّ :

ق (ب $\hat{\text{أ}}$ م) = ق (د $\hat{\text{جـ}}$ م) (وهما في وضع تبادل) ، ∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ (١)

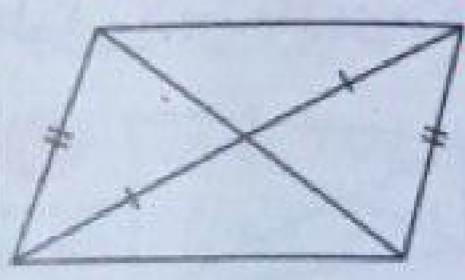
وبنفس الطريقة يمكن من تطابق المثلثين أ م د ، جـ م ب نثبت أنّ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{جـ ب}}$ (٢)

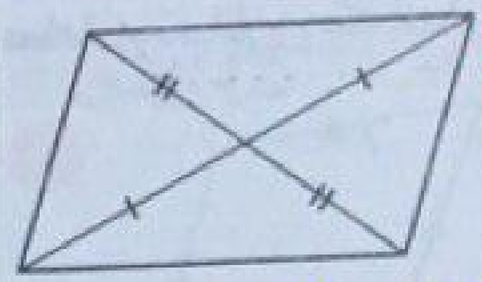
∴ من (١) ، (٢) ينتج أنّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .

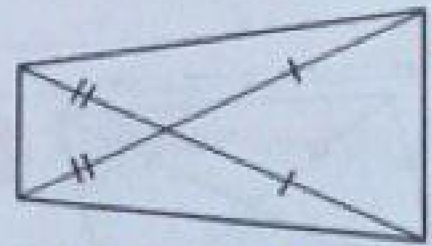
الحالة الرابعة : إذا كان في الشكل الرباعي القطران ينصف كلّ منهما الآخر فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

تدرّب (٤) :

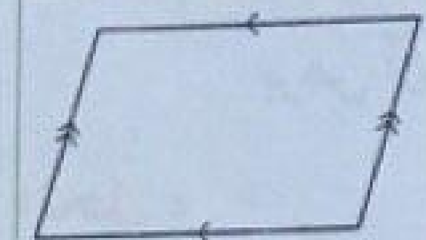
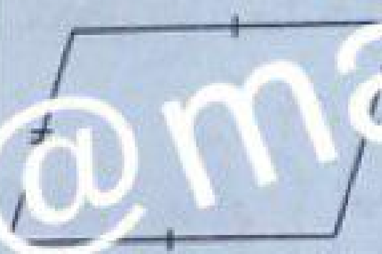
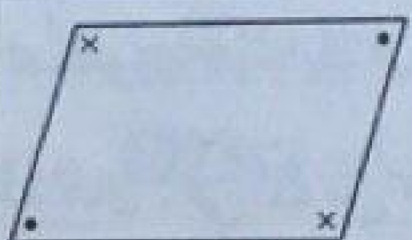
أي من الأشكال الرباعية التالية حسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟

أ 
ليس متوازي اضلاع

ب 
متوازي اضلاع

جـ 
ليس متوازي اضلاع

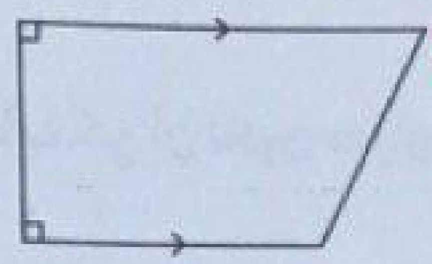
مما سبق نجد أنَّه : يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفرت أحد الشروط التالية :

١ كل ضلعين متقابلين متوازيين (من التعريف) .	
٢ كل ضلعين متقابلين متطابقين .	
٣ كل زاويتين متقابلتين متطابقتين .	
٤ القطران ينصف كل منها الآخر .	
٥ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان .	

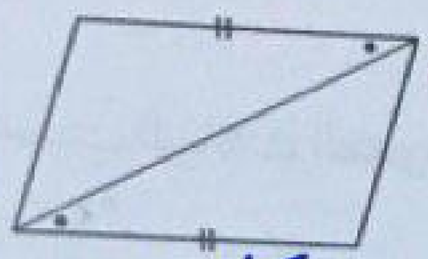
تدرّب (٥) :

ضع علامة (✓) أسفل الشكل الذي يمثل متوازي أضلاع وفق المعطيات المبينة عليه مع ذكر السبب :

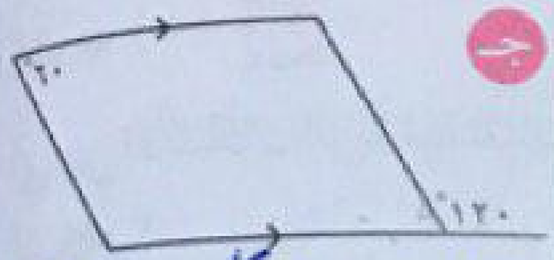
أ



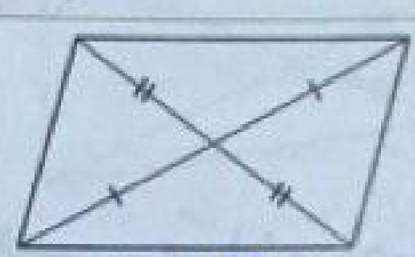
ب



ج

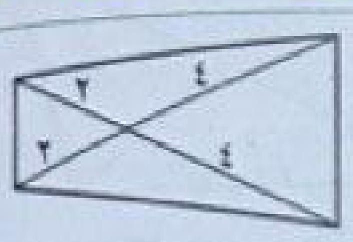


د



هـ

و



مثال (١) : إذا كان س ل = ص ع ، س م = ل ع ، $\hat{م} \cong$ س $\hat{ص}$ م ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

الحل :

المعطيات : (١) س ل = ص ع

(٢) س م = ل ع

(٣) $\hat{م} \cong$ س $\hat{ص}$ م

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .

البرهان : في Δ س م ص ، $\hat{م} \cong$ س $\hat{ص}$ م **(فرضًا)**

$\because \Delta$ س م ص متطابق الضلعين **فيه س م = س ص**

$\because$ س م = ل ع **(فرضًا)**

$\therefore$ س ص = ل ع **(من خواص المساواة) (١)**

$\because$ س ل = ص ع **(فرضًا) (٢)**

$\therefore$ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان) .

تذكَّرْ أنَّ :

إذا كان المثلث متطابق الضلعين ، فإن زاويتي القاعدة فيه متطابقتان ، والعكس صحيح .

تذكَّرْ أنَّ :

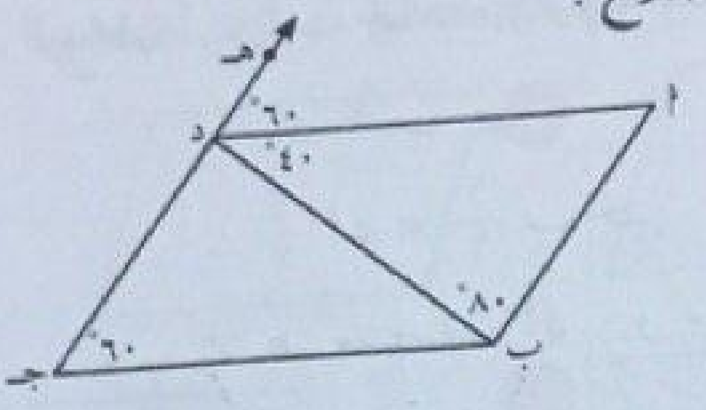
خواص المساواة :
إذا كان أ ، ب ، جـ أعداد نسبية ،
وكان أ = ب فإن :
أ + جـ = ب + جـ
أ − جـ = ب − جـ
أ × جـ = ب × جـ
أ ÷ جـ = ب ÷ جـ ،
جـ ≠ ٠

ملاحظة :

إذا كان أ = ب ، ب = جـ فإن أ = جـ

تدرّب (٦) :

برهن على أنَّ الشكل الرباعي ا ب جـ د متوازي أضلاع .



المعطيات : ا ب جـ د شكل رباعي ،

(١) ق(ا د̂ هـ) = ق(جـ̂) = ٦٠°

(٢) ق(ا ب̂ د) = ٨٠°

(٣) ق(ا د̂ ب) = ٤٠°

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي ا ب جـ د متوازي أضلاع .

البرهان : ق(ا د̂ هـ) = ق(جـ̂) = ٦٠° (وهما في وضع تناظر)

∴ ا د // ب جـ (١)

في Δ ا ب د ، ق(ا̂) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° لأنَّ مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°

∵ ق(ا د̂ هـ) = ق(ا̂) = ٦٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ ا ب // د جـ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن :

ا ب جـ د متوازي أضلاع لأنَّه (شكل رباعي فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان)

- فكر في طرق أخرى للحل .

في Δ ا ب د ق(ا̂) = ١٨٠° − (٨٠ + ٤٠) = ٦٠°

∴ ق(ا̂) = ق(جـ̂) = ٦٠° (١)

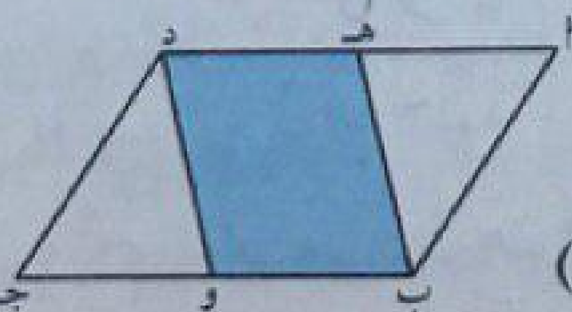
ق(ب د جـ) = ١٨٠° − (٦٠ + ٤٠) = ٨٠° بالتجاور على مستقيم واحد ∴ ق(د̂) = ١٢٠°

ق(ب̂) = ٣٦٠ − (٦٠ + ١٢٠ + ٦٠) = ١٢٠° ∴ ق(د̂) = ق(ب̂) = ١٢٠° (٢) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي ٣٦٠°

من ١، ٢ ينتج أن ا ب جـ د متوازي أضلاع

مثال (٢) : إذا كان ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف ا د ، و منتصف ب جـ

برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .



المعطيات : ا ب جـ د متوازي أضلاع ،

(١) ا هـ = هـ د (هـ منتصف ا د)

(٢) ب و = و جـ (و منتصف ب جـ)

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .

الحلّ :

البرهان : ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ $\overline{أد}$ = $\overline{ب جـ}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

∴ $\frac{1}{2}$ أ د = $\frac{1}{2}$ ب جـ (من خواص المساواة)

∵ هـ منتصف $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$ (فرضًا)

∴ هـ د = ب و (١)

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

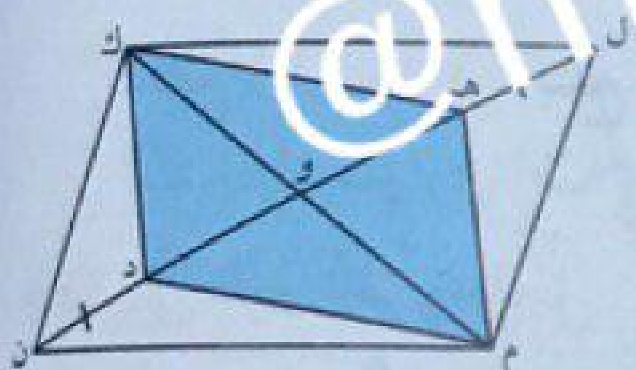
∵ هـ ∈ $\overline{أد}$ ، و ∈ $\overline{ب جـ}$

∴ $\overline{هـ د}$ // $\overline{ب و}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

أ ب جـ د متوازي أضلاع لأنه (شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان)

تدرّب (٧) :



إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

المعطيات : ل م ن ك متوازي أضلاع ، ل هـ = ن د

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .

البرهان : ∵ ل م ن ك متوازي أضلاع (فرضًا)

∴ م و = و ك (من خواص متوازي الأضلاع) (١)

∴ ل و = و ن . (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ ل هـ = ن د (معطى)

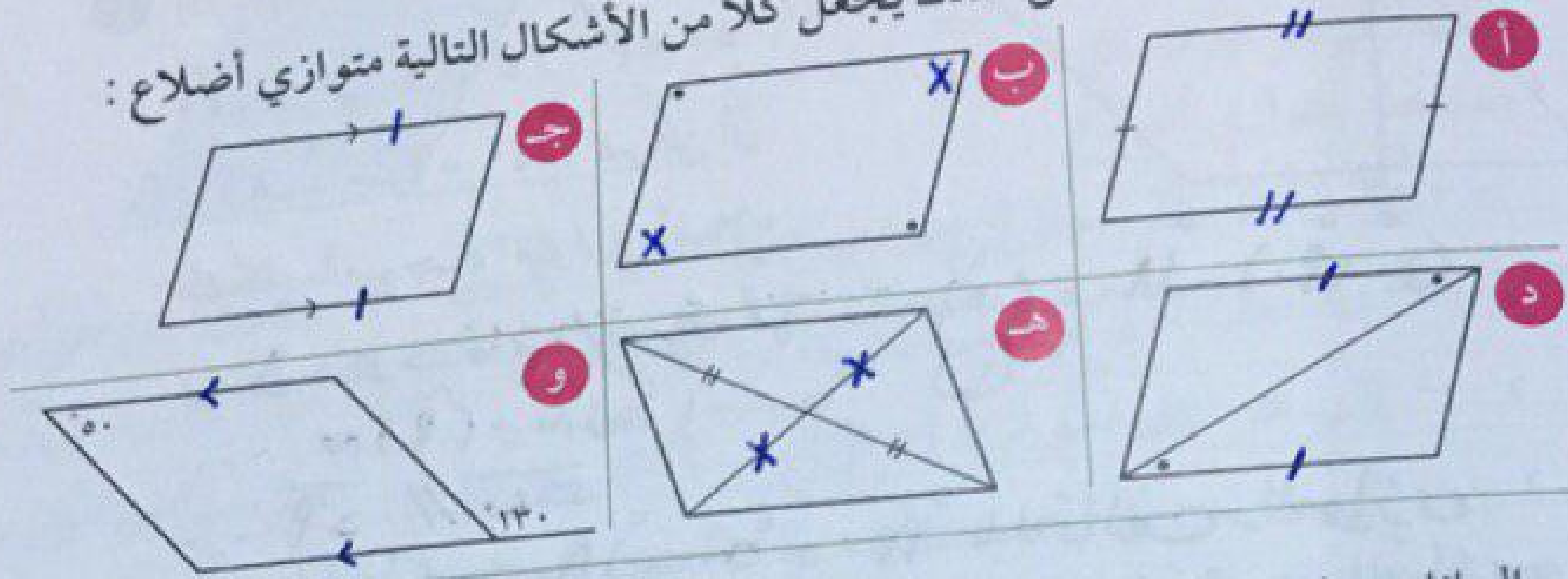
∴ ل و - ل هـ = و ن - د ن (من خواص المساواة)

∴ هـ و = و د (٢)

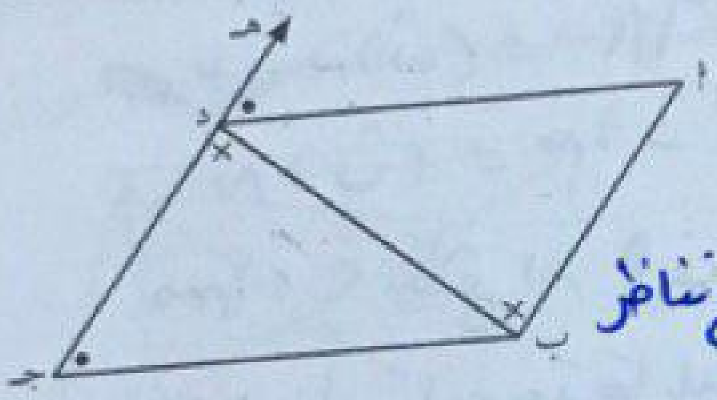
∴ من (١) ، (٢) ينتج أنَّ هـ م د ك متوازي أضلاع (القطران ينصف كلا منهما الاخر)

تمـــرّن :

١ أضف معطى واحدًا فقط من عندك يجعل كلًّا من الأشكال التالية متوازي أضلاع :



٢ من البيانات على الشكل المقابل :



أثبت أنَّ أ ب جـ د متوازي أضلاع .

∵ ق(أ د̂ هـ) = ق(ب هـ̂ د) وهما في وضع تناظر

∴ $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$ ①

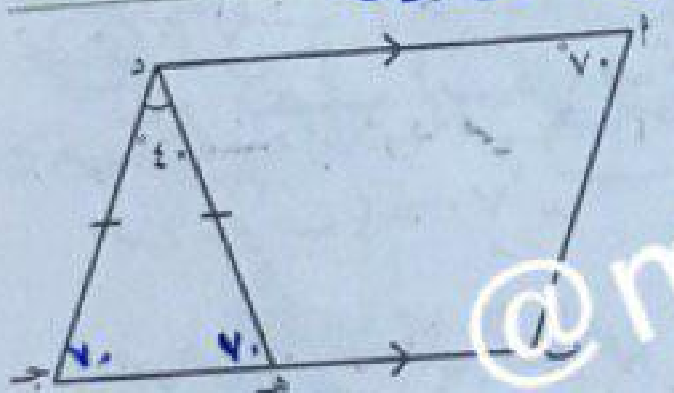
∵ ق(أ ب̂ د) = ق(هـ د̂ ب) ، وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ ②

من ١، ٢ ينتج أن الشكل أ ب هـ د متوازي أضلاع

"كل ضلعان متقابلان متوازيان".

٣ في الشكل المقابل : $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ،



د هـ = د جـ ، ق(أ̂) = ٧٠° ،

ق(هـ د̂ جـ) = ٤٠° ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .

في △ د هـ جـ ق(هـ̂) = ق(د هـ̂ جـ) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠° من خواص △ متطابق الضلعان

∴ ق(أ̂) = ق(هـ̂) ①

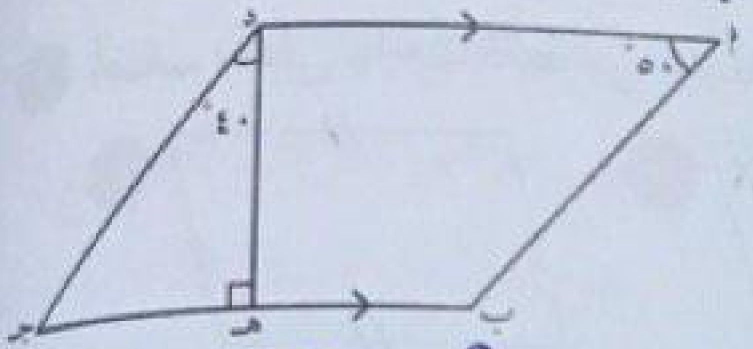
∵ $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$ ∴ ق(ب̂) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° بالتحالف والتوازي

وكذلك ق(أ د̂ هـ) = ق(د هـ̂ جـ) = ٧٠° بالتبادل والتوازي

∴ ق(د̂) = ٧٠° + ٤٠° = ١١٠° بالتالي ق(ب̂) = ق(د̂) = ١١٠° ②

من ١، ٢ ينتج أن الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع

"كل زاويتان متقابلتان متطابقتان".



٤ إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ، $\overline{د هـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ق ($\hat{أ}$) = ٥٠° ، ق (هـ $\hat{د}$ جـ) = ٤٠° ، فبرهن أنّ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع .

∵ ∆ د هـ جـ قائم الزاوية ∴ ق ($\hat{جـ}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∴ ق ($\hat{أ}$) = ق ($\hat{جـ}$) = ٥٠° (١)

∵ $\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$

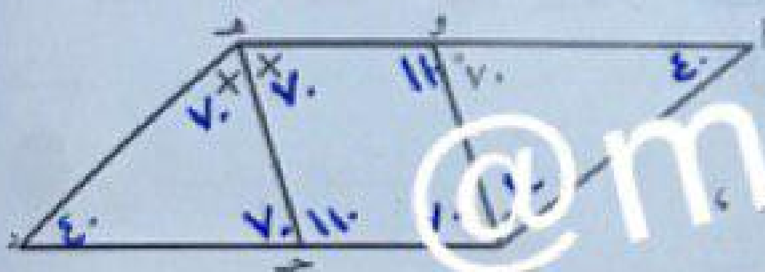
∴ ق ($\hat{ب}$) = ١٨٠ − ٥٠ = ١٣٠° بالتحالف والتوازي

كذلك ق ($\hat{د}$) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠° بالتحالف والتوازي

∴ ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{د}$) = ١٣٠° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع

"كل زاويتين متقابلتين متطابقتين".



٥ إذا كان أ ب د هـ متوازي أضلاع ، $\overrightarrow{ب و}$ منصف أ $\hat{ب}$ د ، هـ جـ منصف أ $\hat{هـ}$ د ، ق (أ $\hat{و}$ ب) = ٧٠° ، فبرهن أنّ الشكل الرباعي و ب جـ هـ متوازي أضلاع .

∵ أ ب د هـ متوازي أضلاع ∴ ق (أ $\hat{و}$ ب) = ق (و $\hat{ب}$ د) = ٧٠° بالتبادل والتوازي

وأيضاً ق (و $\hat{هـ}$ جـ) = ٧٠° لأن $\hat{ب}$ = $\hat{هـ}$

∴ ق (و $\hat{ب}$ د) = ق (و $\hat{هـ}$ جـ) (١)

ق (ب $\hat{و}$ هـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° بالتجاور على مستقيم واحد

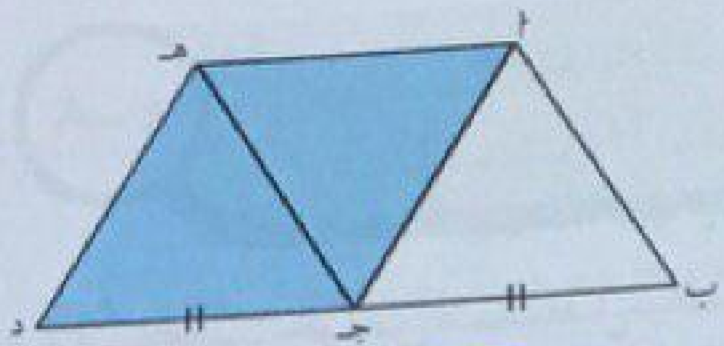
ق (ب $\hat{جـ}$ هـ) = ٣٦٠° − (٧٠ + ١١٠ + ٧٠) = ١١٠°

∴ ق (ب $\hat{و}$ هـ) = ق (ب $\hat{جـ}$ هـ) = ١١٠° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن الشكل و ب جـ هـ متوازي أضلاع

"كل زاويتين متقابلتين متطابقتين".

٦ إذا كان أ ب جـ هـ متوازي أضلاع ، ب جـ = جـ د ، ب ، جـ ، د على استقامة واحدة ، فبرهن أنَّ الشكل الرباعي أ جـ د هـ متوازي أضلاع .



∵ أ ب جـ هـ متوازي أضلاع ∴ $\overline{\text{أهـ}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ من خواص متوازي الاضلاع

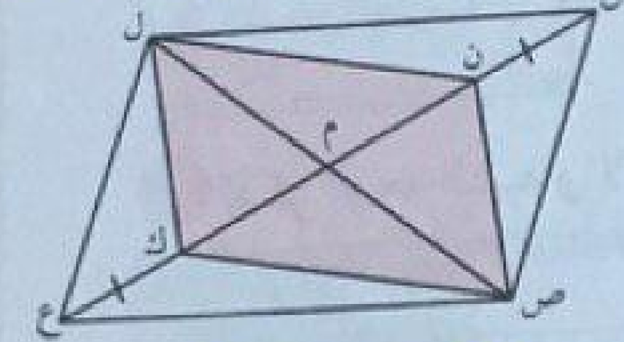
∵ ب ، جـ ، د على استقامة واحدة ∴ $\overline{\text{أهـ}} \parallel \overline{\text{جـد}}$ (١)

∵ أ ب جـ هـ متوازي اضلاع ∴ أهـ = ب جـ من خواص متوازي الاضلاع

∵ ب جـ = جـ د معطى ∴ أهـ = جـ د (٢) من خواص المساواة

من ١، ٢ ينتج ان أ جـ د هـ متوازي اضلاع "ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان".

٧ إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع ، فأثبت أنَّ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .



∵ ن ص ك ل متوازي اضلاع

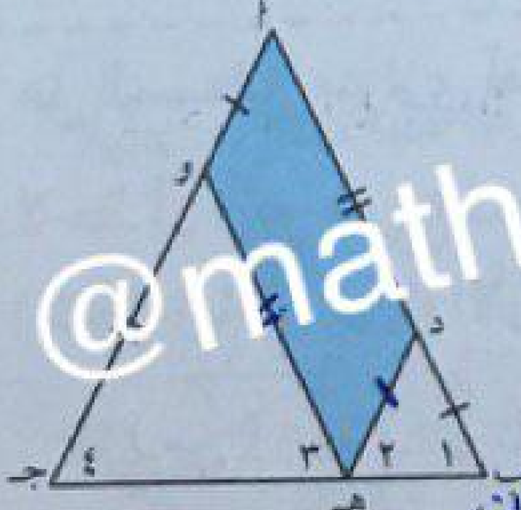
∴ ص م = م ل (١) وكذلك ن م = ك م "القطران ينصف كلا منهما الاخر".

∵ س ن = ع ك معطى و ن م = ك م استنتاجاً

∴ س ن + ن م = ك ع + ك م بالتالي س م = ع م (٢)

من ١، ٢ ينتج ان س ص ع ل متوازي اضلاع "القطران ينصف كلا منهما الاخر".

٨ في الشكل المقابل : ق(١̂) = ق(٢̂) ، ق(٣̂) = ق(٤̂) ، أ د = و جـ ، أ و = د ب ، برهن أنَّ أ د هـ و متوازي أضلاع .



في Δ د ب هـ ∵ ق(١) = ق(٢) معطى

∴ د ب = د هـ من خواص Δ المتطابق الضلعان

ولكن د ب = أ و معطى ∴ د هـ = أ و (١) من خواص المساواة

∵ ق(٣) = ق(٤) في Δ هـ و جـ ∴ و هـ = و جـ من خواص Δ متطابق الضلعان

∵ أ د = و جـ معطى ∴ و هـ = أ د (٢) من خواص المساواة

من ١، ٢ ينتج ان أ د هـ و متوازي اضلاع

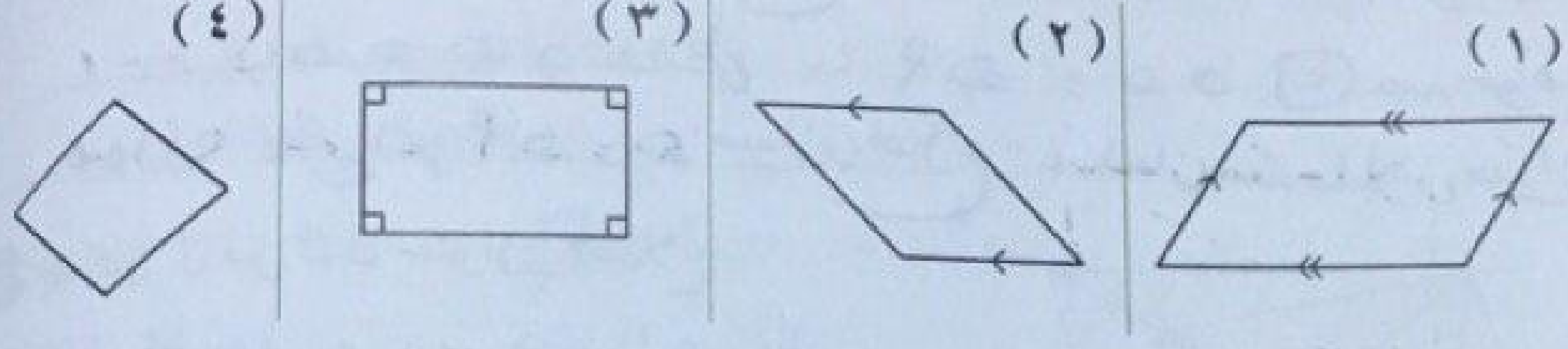
"كل ضلعان متقابلان متطابقان".

٨-٤ المستطيل (خواصه والكشف عنه)
Exploring Rectangle and his Properties

سوف تتعلّم : خواص المستطيل والشروط التي يكون فيها متوازي الأضلاع مستطيلاً .

نشاط (١) :

تأمل الأشكال الأربعة التالية :



أ اذكر أوجه الشبه والاختلاف بين الشكل (٣) والأشكال الأخرى :

الشكل	(١)	(٢)	(٤)
أوجه الشبه	كل ضلعان متقابلان متوازيان	ضلعان متقابلان متوازيان	
أوجه الاختلاف	زواياه الاربع قوائم	زواياه قائمه	زواياه قائمه

تذكّر أنّ :
- زوايا المستطيل قوائم .
- أقطاره متطابقة .

ب يسمى الشكل (٣) مستطيل

جـ المستطيل هو شكل رباعي زواياه الأربع قوائم .

هل المستطيل متوازي أضلاع ؟ لمعرفة ذلك :

لاحظ أنّ : س ص ع ل مستطيل

(شكل رباعي زواياه الأربع قوائم) فيه :

∵ ق ($\hat{س}$) = ق ($\hat{ص}$) = ٩٠° (وهما زاويتان في وضع متتاليتان ومتكاملتان)

∴ $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$ ،

كذلك ∵ ق ($\hat{س}$) = ق ($\hat{ل}$) = ٩٠° (وهما زاويتان في وضع متتاليتان ومتكاملتان)

∴ $\overline{س ص}$ // $\overline{ل ع}$ ،

نستنتج مما سبق أنّ : المستطيل يكون متوازي أضلاع .

فكّر وناقش

هل يمكن إثبات أنّ المستطيل متوازي أضلاع بطريقة أخرى ؟ وضّح ذلك .

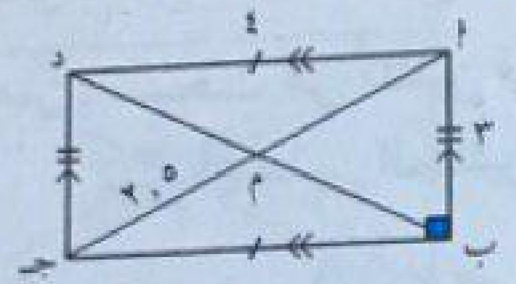
الآن يمكن أن نعطي تعريفًا بسيطًا للمستطيل :

المستطيل هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

تدرّب (١) :

أب جـ د مستطيل فيه : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ،

أب = ٣ ، أد = ٤ ، م جـ = ٢,٥



أكمل ما يلي :

١ د جـ = ٣ لأن كل ضلعين متقابلين متوازيين

٢ أجـ = ٥ لأن القطران ينصف كل منهما الآخر

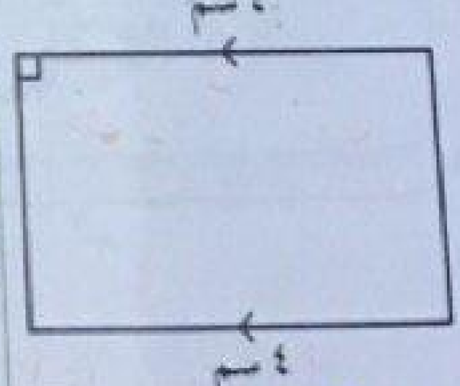
٣ ق ($\hat{د}$) = ٩٠° لأن زوايا المستطيل الاربع قوائم

٤ ق ($\hat{جـ}$) = ٩٠° لأن ~ ~ ~ ~

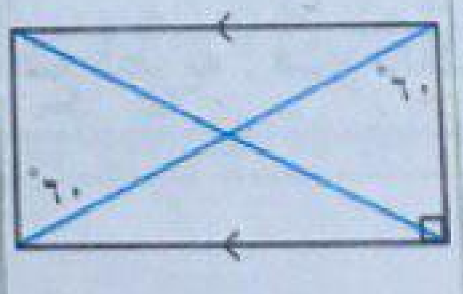
تدرّب (٢) :

استخدم المعطيات (موظفًا التعريف) التي على الأشكال لتبين أيًا منها تمثل مستطيلا .

أ

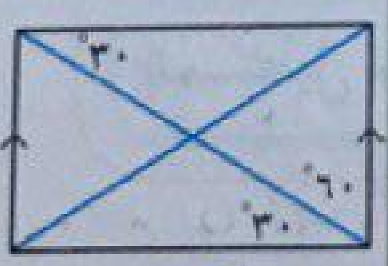


ب



جـ

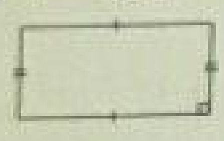
د



تذكّر أنّ :

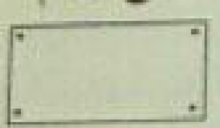
للمستطيل الخواص التالية :

١ - كل ضلعين متقابلين متطابقان .



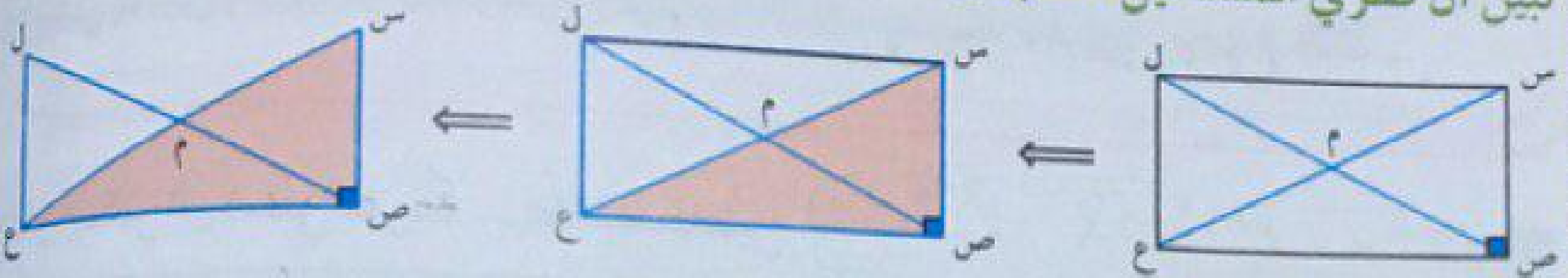
٢ - القطران ينصف كل منهما الآخر .

٣ - كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس (زواياه الأربع قوائم) .



٤ - كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .

سنبحث الآن ما إذا كان للمستطيل خواص أخرى خاصة به غير أنَّ زواياه قائمة، وسوف نبيِّن أنَّ قطري المستطيل متطابقان.



المعطيات: (١) س ص ع ل مستطيل

(٢) $\overline{\text{س ع}}$ ، $\overline{\text{ص ل}}$ قطران في المستطيل

المطلوب: إثبات أن س ع = ص ل

البرهان: سنبحث عن مثلثين في المستطيل س ص ع ل يحتويان على قطريه، وسوف نبيِّن أنَّ هذين المثلثين متطابقان.

Δ س ص ع ، Δ ل ع ص فيهما:

(١) س ص = ل ع (من خواص المستطيل)

(٢) $\overline{\text{ص ع}}$ (ضلع مشترك)

(٣) ق($\hat{\text{ص}}$) = ق($\hat{\text{ع}}$) (من خواص المستطيل)

⟸ Δ س ص ع ≅ Δ ل ع ص (ض . ز . ض)

وينتج من التطابق $\overline{\text{س ع}} \cong \overline{\text{ص ل}}$

نستنتج مما سبق أنَّ: قطري المستطيل متطابقان

فكر وناقش

المستطيل متناظر (متماثل) حول نقطة تقاطع قطريه. فسّر ذلك.

الكشف عن المستطيل

مما سبق نقول إنَّ متوازي الأضلاع يكون مستطيلًا إذا توفرت فيه أحد الشروط التالية :

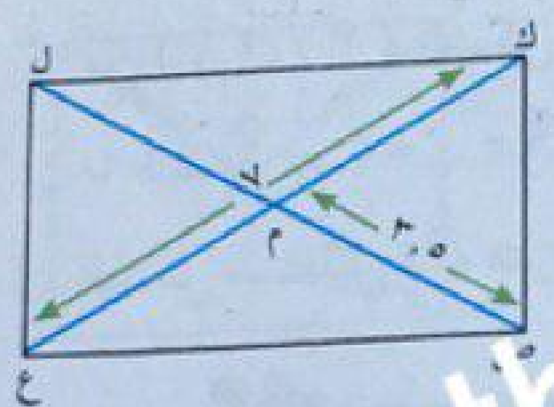
(١) إحدى زواياه قائمة .

(٢) قطراه متطابقان .

تدرّب (٣) :

ك ص ع ل متوازي أضلاع فيه : ك ع = ٧ وحدة طول ، ص م = ٣,٥ وحدة طول .

أثبت أنَّ : ك ص ع ل مستطيل



المعطيات : (١) ك ص ع ل متوازي أضلاع

(٢) ك ع = ٧ وحدة طول ، ص م = ٣,٥ وحدة طول

المطلوب : إثبات أنَّ ك ص ع ل مستطيل

البرهان : ∵ ك ص ع ل متوازي اضلاع (معطى)

∴ ص م = ل م = ٣,٥ ، القطران ينصف كل منهما الاخر

∴ ص ل = ٧

∴ ك ع = ص ل = ٧ ، القطران متطابقان

∴ الشكل ك ص ع ل مستطيل لأنَّ

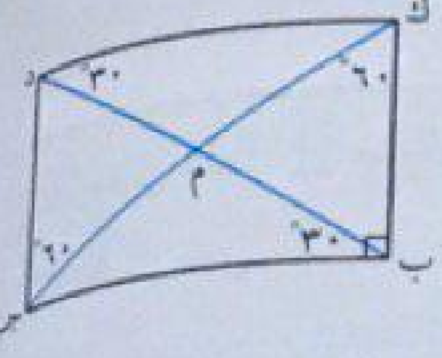
ك ص ع ل شكل متوازي أضلاع فيه القطران متطابقان

تذكَّرْ أنَّ :

إذا توازى مستقيمان وقطعهما مستقيم ثالث فإنَّ :

الزوايا المتبادلة متساوية في القياس .

تدرّب (٤) :



في الشكل المقابل أثبت أنَّ : ك ب جـ د مستطيل .

البرهان :

∵ ق (ك دَ ب) = ق (د بَ جـ) (وهما في وضع تبادل)

∴ كد // ب جـ (١)

∵ ق (ب كَ جـ) = ق (ك جـَ د) (وهما في وضع تبادل)

∴ ك ب // د جـ (٢)

∴ من (١) ، (٢) الشكل متوازي أضلاع ،

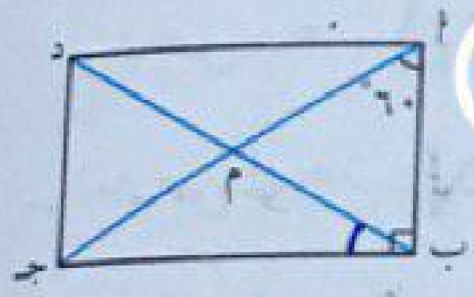
∵ ق (ك بَ جـ) = ٩٠°

∴ الشكل مستطيل لأنّه متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة

فكر وناقش

يرى المتعلّم بدر أنَّ جميع متوازيات الأضلاع هي مستطيلات ، ولكن المتعلّم أمير يرى أنَّ متوازيات الأضلاع مستطيلات إذا توافرت فيها شروط معينة . ما رأيك ؟ فسّر إجابتك .

تمرّن :



١ أ ب جـ د مستطيل فيه : ق (ب أَ جـ) = ٦٠° ،
احسب ق (د بَ جـ) .

∵ أ ب جـ د مستطيل معطى ، ق (ب أَ جـ) = ٦٠° معطى

∴ ق (جـ أَ د) = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠° من خواص المستطيل

في Δ أ م د (متطابق الضلعين) م أ = م د من خواص

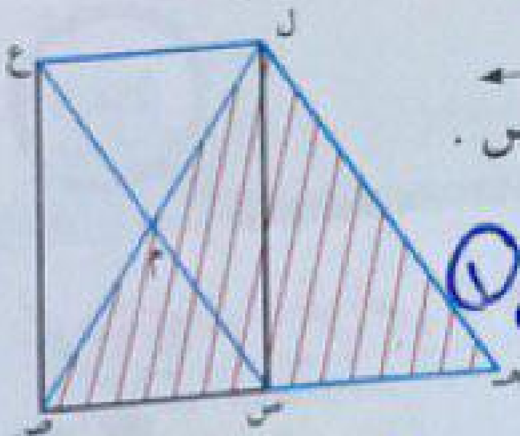
∴ ق (أ دَ) = ق (م دَ أ) زاويتا القاعدة متطابقة

∴ ق (م د أ) = ٣٠°

∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ ق (أ دَ ب) = ق (د بَ جـ)
= ٣٠° بالتوازي والتبادل

٢ س ص ع ل مستطيل، هـ س ع ل متوازي أضلاع،

أثبت أنَّ: Δ ل ص هـ متطابق الضلعين، هـ ∈ ص س.



∵ س ص ع ل مستطيل

∴ ل ص = ع س قطرا المستطيل متطابقان (١)

، ∵ هـ س ع ل متوازي أضلاع

∴ ل هـ = ع س كل ضلعان متقابلان متطابقان (٢)

من ١، ٢ ينتج أن ل هـ = ل ص من خواص المساواة

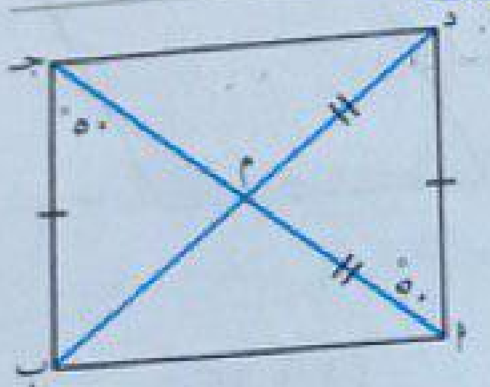
∴ Δ ل ص هـ متطابق الضلعين

٣ ا ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م

ا د = ب جـ، م د = م ا،

ق(د ا جـ) = ق(ب جـ ا) = ٥٠°،

أثبت أنَّ: ا ب جـ د مستطيل، ثم أوجد ق(ب ا جـ).



ا د = ب جـ (١)

∵ ق(د ا جـ) = ق(ب جـ ا) = ٥٠° وهما في وضع تبادل

∴ ا د // ب جـ (٢)

من ١، ٢ ينتج ا ب جـ د متوازي أضلاع (٣)

∵ م د = م ا (٤) ∴ ق(د ا م) = ق(ا د م) = ٥٠° من خواص Δ متطابق الضلعين

، ∵ ا ب جـ د متوازي أضلاع ∴ ق(ا د ب) = ق(جـ ب د) = ٥٠° بالتبادل في التوازي

بالتالي م ب = م جـ (٥)

من ٣، ٤، ٥ نستنتج ا ب جـ د مستطيل "متوازي أضلاع متطابق القطرين"

٤ هـ ا جـ د متوازي أضلاع، ق(ا ب جـ) = ٩٠°،

ا د // ب جـ، هـ، ا، ب على استقامة واحدة.

أثبت أنَّ: ا ب جـ د مستطيل.

∵ ق(ا ب جـ) = ٩٠° (١) معطى

ا د // ب جـ (٢) معطى

∵ هـ ا جـ د متوازي أضلاع ∴ هـ ا // جـ د من خواص متوازي الأضلاع

، هـ، ا، ب على استقامة واحدة

∴ ا ب // د جـ (٣) من ٢، ٣ ينتج أن ا ب جـ د متوازي أضلاع

من ١، ٢، ٣ ينتج أن ا ب جـ د مستطيل

متوازي أضلاع إحدى زواياه قوائم

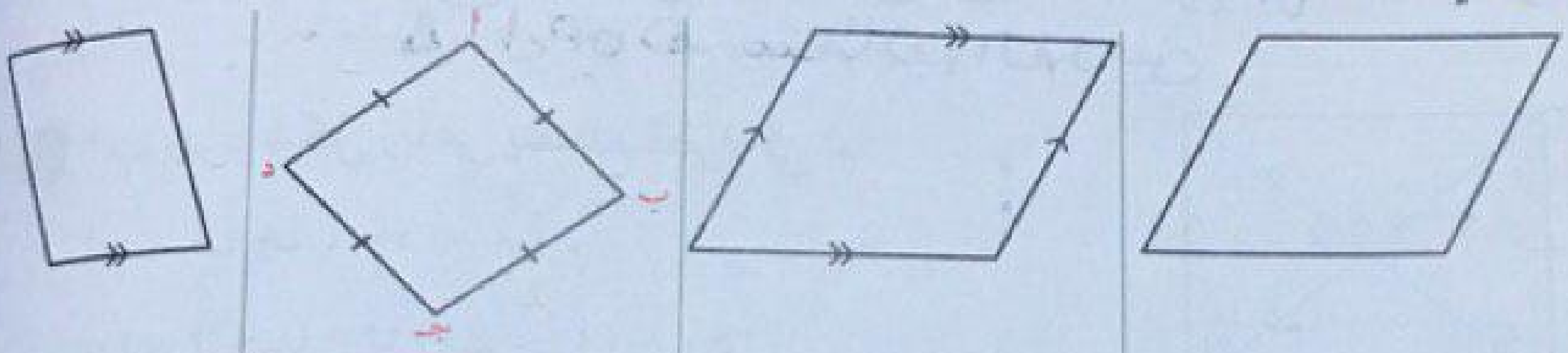
٨-٥ المعين (خواصه والكشف عنه)
Exploring Rhombus and his Properties

سوف تتعلّم : خواص المعين والشروط التي يكون فيها متوازي الأضلاع معينًا .

نشاط :

تذكر أنَّ : المعين هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة .

١ في الأشكال الرباعية التالية ، بم يتميز الشكل (٣) عن الأشكال الأخرى :



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤)

يتميز الشكل الرباعي (٣) بوجود أب = ب جـ = جـ د = أد

٢ ماذا نسمي الشكل (٣) ؟ معين

هل المعين متوازي أضلاع ؟ لمعرفة ذلك لاحظ أنَّ :

أب = د جـ (فرضًا) (١)

أد = ب جـ (فرضًا) (٢)

∴ من (١) ، (٢) نستنتج أنَّ كل ضلعين متقابلين متطابقان .

∴ الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع .

∴ المعين أ ب جـ د متوازي أضلاع وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

تذكر أنَّ : خواص متوازي الأضلاع هي كالتالي :
١ - كل ضلعين متقابلين متطابقان .
٢ - كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .
٣ - كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .
٤ - القطران ينصف كل منهما الآخر .

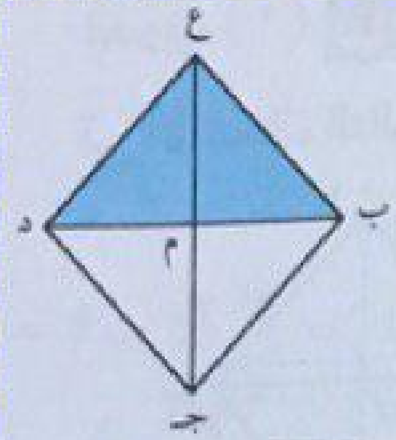
سنبحث الآن ما إذا كان للمعين خواص أخرى وسوف نبيّن أنَّ :

١ المعين قطراه متعامدان .

٢ كل قطر في المعين ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما .

ع ب جـ د معين تقاطع قطريه في م ،

أثبت أنَّ القطرين متعامدان $\overline{ع جـ} \perp \overline{ب د}$.



المعطيات : ع ب جـ د معين ، م منتصف القطرين .

المطلوب : إثبات أنَّ القطرين متعامدان .

البرهان : لإثبات أنَّ القطرين متعامدان سوف نبحث عن مثلثين يحويان $\overline{ع جـ}$ ، $\overline{ب د}$ (أو جزءًا منهما) .

نأخذ المثلثين : Δ ع م ب ، Δ ع م د فيهما :

(١) $\overline{ع ب} \cong \overline{ع د}$ (من خواص المعين)

(٢) $\overline{ع م}$ (ضلع مشترك)

(٣) $\overline{ب م} \cong \overline{د م}$ (من خواص المعين)

$\Leftarrow$ $\therefore$ Δ ع م ب $\cong$ Δ ع م د بحالة (ض . ض . ض)

ومنه نجد أنَّ $ق(\widehat{ع م ب}) = ق(\widehat{ع م د}) = \frac{١٨٠^\circ}{٢} = ٩٠^\circ$ (بالتجاور على مستقيم واحد)

$\therefore$ القطران متعامدان $\overline{ع جـ} \perp \overline{ب د}$ $\Leftarrow$ قطرا المعين متعامدان .

كذلك ينتج من التطابق : $\because$ $ق(\widehat{ب ع م}) = ق(\widehat{د ع م})$

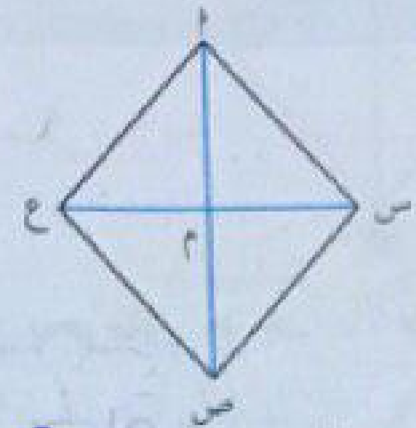
$\therefore$ $\overrightarrow{ع م}$ منصف $(\widehat{ب ع د})$

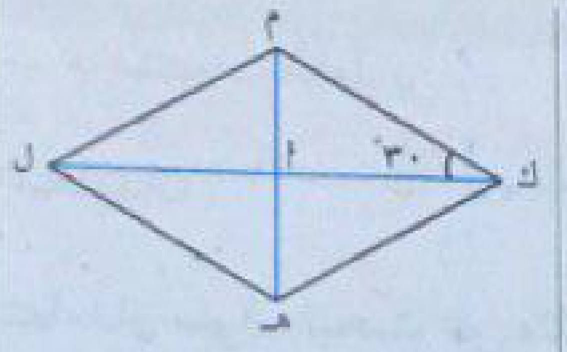
بالمثل نقوم بمطابقة بقية المثلثات لنستنتج أنَّ :

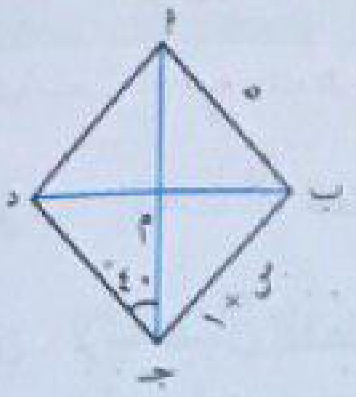
كل قطر في المعين ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما .

تدرَّب (١) :

في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب :







ق (س م̂ أ) = ٩٠°

السبب : القطران متعامدان

ق (م ك̂ هـ) = ٦٠°

السبب : القطر ينصف زوايا الرأس

ق (م ل̂ هـ) = ٦٠°

السبب : زاويتان متقابلتان متطابقتان

ق (ل هـ̂ ك) = ١٢٠°

السبب : زاويتان متتاليتان متكاملتان

طول $\overline{ب جـ}$ = ٥

السبب : أضلاع المعين متطابقة

أوجد قيمة س :

س + ١ = ٥

س = ٤

محيط المعين = ٤ × ٥

= ٢٠ وحدة طول

الكشف عن المعين

ما الشروط التي تجعل متوازي الأضلاع معينًا ؟

الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع فيه :

أولًا : $\overline{س ص} \cong \overline{س ل}$

أكمل ما يلي :

∵ س ص ع ل متوازي أضلاع فإن :

$\overline{س ص} \cong \overline{ع ل}$ (كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان)

$\overline{س ل} \cong \overline{ص ع}$ (كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان)

∵ $\overline{س ص} \cong \overline{س ل}$ (معطى)

∴ س ص = س ل = ل ع = ع ص (من خواص المساواة)

∴ س ص ع ل شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة فهو معين .

نلاحظ أنَّ : يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا تطابق فيه ضلعان متجاوران .

معلومات مفيدة :

يستخدم البناؤون الأشكال الهندسية ، كالمربعات ، المستطيلات ، المثلثات ... إلخ في تنفيذ الفسيفساء .

ثانيًا : $\overline{س ع} \perp \overline{ص ل}$

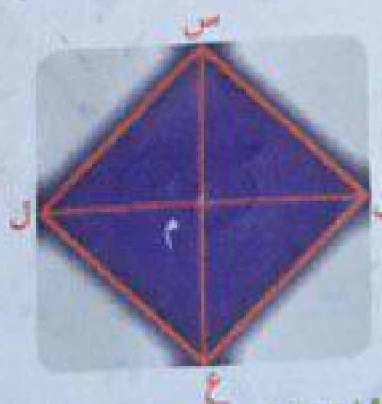
Δ س م ص ، Δ س م ل فيهما :

$\overline{س م}$ (ضلع مشترك)

ص م = ل م (قطرا متوازي الأضلاع متناصفان)

ق (س $\hat{م}$ ص) = ق (س $\hat{م}$ ل) = ٩٠° (فرضًا)

$\therefore \Delta$ س م ص $\cong \Delta$ س م ل بحالة (ض . ز . ض)



$\therefore \overline{س ص} \cong \overline{س ل}$

$\because$ س ص ع ل متوازي أضلاع

$\therefore$ س ص = ص ع = ع ل = س ل

$\therefore$ س ص ع ل شكل رباعي فيه أضلاعه الأربعة متطابقة فهو معين .

نلاحظ أنّ : يكون متوازي الأضلاع معين إذا تعامد قطراه .

مما سبق نلاحظ أنّه يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا توفر فيه أحد الشرطين التاليين :

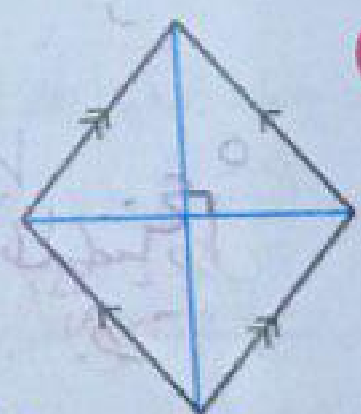
(١) إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه .

(٢) إذا تعامد قطراه .

تدرّب (٢) :

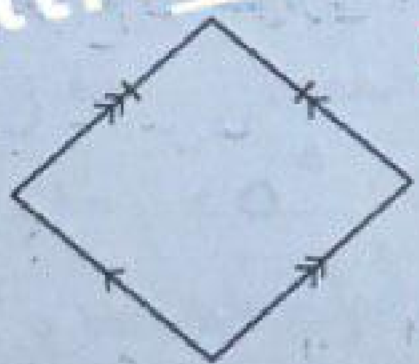
أي الأشكال التالية يمثل معينًا مع ذكر السبب ؟

أ



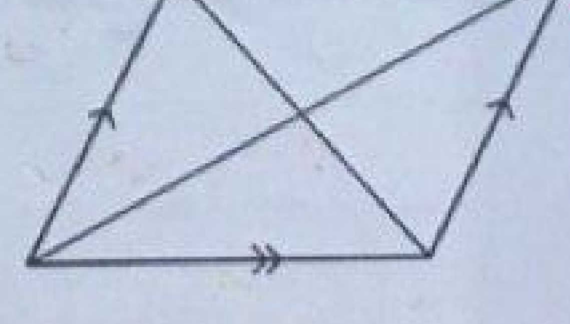
نعم متوازى اضلاع قطراه متعامدان

ب



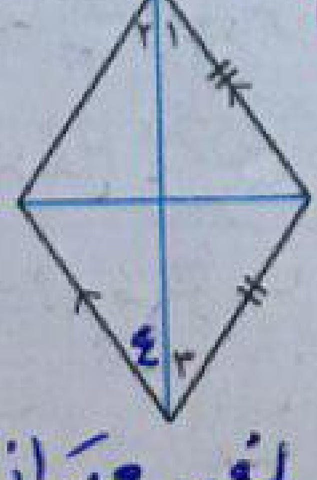
نعم متوازى اضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

جـ



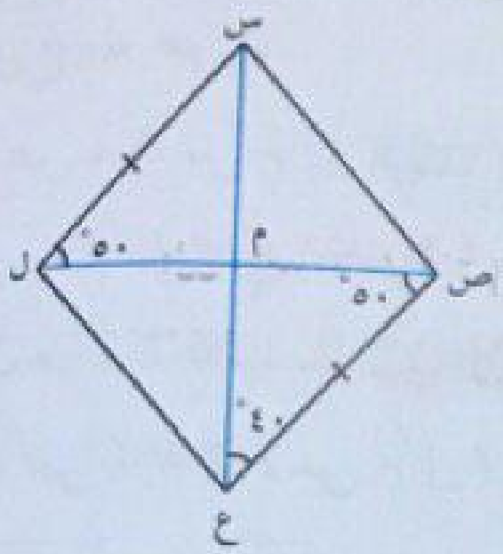
لا لعدم توفر الشروط

د



نعم متوازى اضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان

تدرّب (٣) :



في الشكل المقابل :

ق (س لَ̂ ص) = ق (ع صَ̂ ل) = ٥٠° ،

ق (ص عَ̂ س) = ٤٠° ، س ل = ص ع .

أثبت أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل معين .

المعطيات :

(١) س ل = ص ع

(٢) ق (س لَ̂ ص) = ق (ع صَ̂ ل) = ٥٠°

(٣) ق (ص عَ̂ س) = ٤٠°

المطلوب : إثبات أنَّ الشكل س ص ع ل معين

البرهان :

∵ س ل = ص ع (فرضًا) (١)

∵ ق (س لَ̂ ص) = ق (ع صَ̂ ل) = ٥٠° (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) يكون الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع لأنَّ فيه ضلعين متقابلين متوازيين ، متطابقين (٣)

في $\triangle$ ص م ع فيه :

∵ ق (ع صَ̂ م) = ٥٠° (فرضًا) ، ∵ ق (ص عَ̂ م) = ٤٠° (فرضًا)

∴ ق (ص مَ̂ ع) = ١٨٠° - (٥٠° + ٤٠) = ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠°)

ومنه نستنتج أن : $\overline{\text{س ع}}$ $\perp$ $\overline{\text{ص ل}}$

∴ القطران متعامدان (٤)

∴ من (٣) ، (٤) الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع قطراه متعامدان .

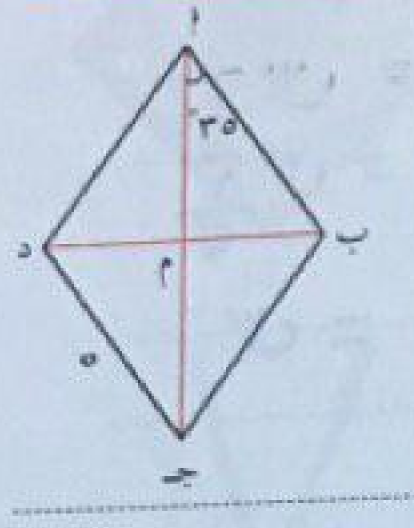
∴ الشكل س ص ع ل معين .

تذكر أنَّ :
- الرمز $\perp$ هو رمز عمودي على .
- الرمز // هو رمز موازٍ لـ .
- مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠° .

فكِّر وناقش

يستطيع خالد أنَّ يذكر الحالات التي يكون فيها متوازي أضلاع معينًا . فهل تستطيع أن تتحدى خالد بإعطاء أمثلة لكل حالة .

تمــرَّنْ :



١ أ ب جـ د معين تقاطع قطريه في م ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) = ٣٥° ، جـ د = ٥ وحدة طول .

أ احسب قياسات زوايا المعين .

م($\hat{أ}$) = ٧٠°   م($\hat{جـ}$) = ٧٠°

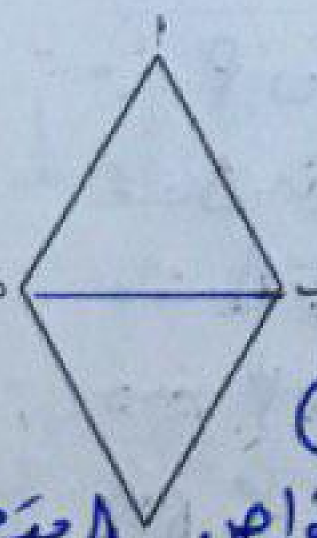
م($\hat{ب}$) = ١١٠°   م($\hat{د}$) = ١١٠°

ب أوجد طول $\overline{ب جـ}$.

ب جـ = ٥

جـ أوجد قياس أ $\hat{م}$ ب .

م(أ م̂ ب) = ٩٠°



٢ أ ب جـ د معين طول قطره $\overline{ب د}$ يساوي طول ضلعه .

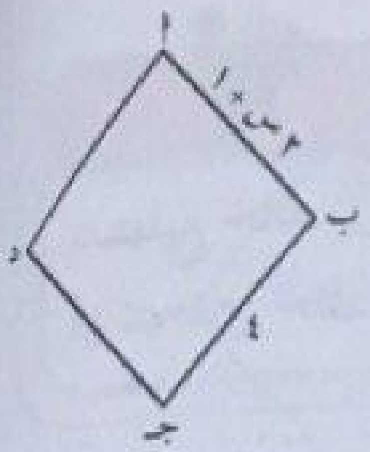
أوجد قياسات زوايا المعين أ ب جـ د الأربع .

∵ أ ب جـ د معين ، ب د = طول ضلعه

∴ Δ أ ب د ، Δ ب جـ د متطابقا الأضلاع

∴ م($\hat{أ}$) = ٦٠° ، م($\hat{جـ}$) = ٦٠° من خواص Δ متطابق الأضلاع

، م($\hat{ب}$) = ١٢٠°   م($\hat{د}$) = ١٢٠° بالتقابل بالمطابقة



٣ أب جـ د معين، أب = ٢ س + ١ وحدة طول، ب جـ = ٤ وحدة طول. أوجد قيمة س.

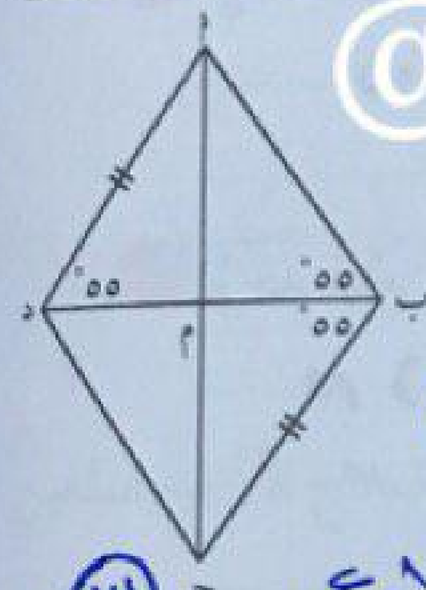
∵ أ ب جـ د معين

∴ ٢س + ١ = ٤ من خواص المعين

٢س = ٤ − ١

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٣}{٢}$

س = ١,٥



٤ في الشكل أمامك، أثبت أنَّ أب جـ د معين.

∵ أد = ب جـ معطى ①

∵ ق(∠جـ ب م) = ق(∠ب د أ) = ٥٥° معطى وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أد} \parallel \overline{ب جـ}$ ②

من ١، ٢ ينتج أن أ ب جـ د متوازي أضلاع ③

∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع

، Δ أ ب د فيه ق(∠أ ب د) = ق(∠أ د ب) = ٥٥° معطى

∴ Δ أ ب د متطابق الضلعين من خواص Δ المتطابق الضلعين

∴ أب = أد ④

من ٣، ٤ ينتج أن أ ب جـ د معين

"متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان".

٥ يستعمل مصممو المجوهرات أشكالًا هندسية في تصميماتهم للحصول على أشكال جذابة ومميزة تخصهم.
الصورة المقابلة لقطعة ألماس تبدو رُباعية الشكل.

الشكل ع و ل هـ فيه:

$\overleftarrow{\text{ع ل}}$ منصف لكل من (و ل̂ هـ) ، (و ع̂ هـ)

ق(و ع̂ م) = ق(و ل̂ م) = ٢٥°، ق(ع و̂ م) = ٦٥°

أثبت أنَّ الشكل الرباعي ع و ل هـ معين.

∵ $\overleftarrow{\text{ع ل}}$ منصف (و ل̂ هـ) معطى

∴ ق(ع ل̂ هـ) = ٢٥° استنتاجاً

كذلك ∵ ع ل منصف (و ع̂ هـ) معطى

∴ ق(ل ع̂ هـ) = ٢٥° استنتاجاً

بالتالي ق(و ع̂ ل) = ق(ع ل̂ هـ) من وضع تبادل

∴ و ع ∥ ل هـ (١)

كذلك ق(هـ ع̂ ل) = ق(ع ل̂ و) من وضع تبادل

∴ ع هـ ∥ و ل (٢)

من ١، ٢ ينتج أن و ع ل هـ متوازي أضلاع (٣)

"كل ضلعان متقابلان متوازيان"

في △ و ع م

ق(و م̂ ع) = ١٨٠° − (٦٥° + ٢٥°)

= ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° ∴ ع ل ⊥ و هـ (٤)

من ٣، ٤ ينتج أن و ع هـ ل معين

"متوازي أضلاع وقطراه متعامدان"

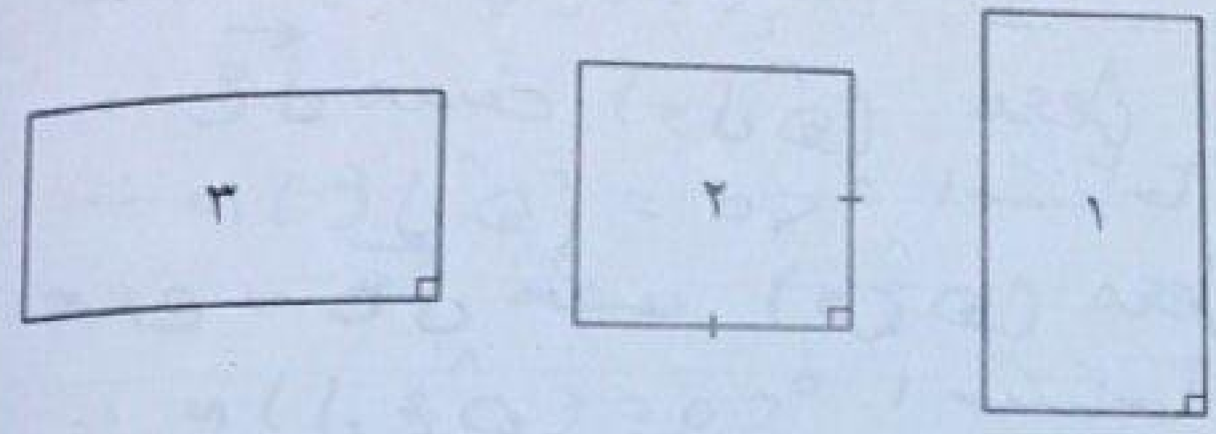
٨-٦ المربع (خواصه والكشف عنه)
Exploring Square and his Properties

سوف تتعلّم : خواص المربع والشروط التي يكون فيها متوازي الأضلاع مربعًا .

نشاط (١) :

لديك مجموعتان من الأشكال الرباعية :

مجموعة (١)
مستطيلات



• الأشكال (١) ، (٢) ، (٣) كل منها يمثل مستطيلًا ، إلا أنَّ الشكل رقم (٢) يتميز بـ ضلعان متجاوران متطابقان ونسمي هذا الشكل مربعاً .

المربع هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان (متساويان في الطول) .

مجموعة (٢)
معينات

• الأشكال (٤) ، (٥) ، (٦) كل منها يمثل معينًا ، إلا أنَّ الشكل رقم (٦) يتميز بـأنَّ إحدى زواياه قياسها ٩٠° .

نسمي هذا المعين والذي إحدى زواياه = ٩٠° بالمربع .

المربع هو معين قياس إحدى زواياه ٩٠° .

نلاحظ ممّا سبق أنَّ :

للمربع كل خواص المستطيل وكل خواص المعين .

تذكر أنَّ :
خواص متوازي الأضلاع
١ - كل ضلعين متقابلين متطابقان .
٢ - كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .
٣ - القطران ينصف كلّ منهما الآخر .

تذكر أنَّ :
خواص المستطيل :
١ - له جميع خواص متوازي الأضلاع .
٢ - القطران متطابقان .
٣ - زواياه الأربع قوائم .

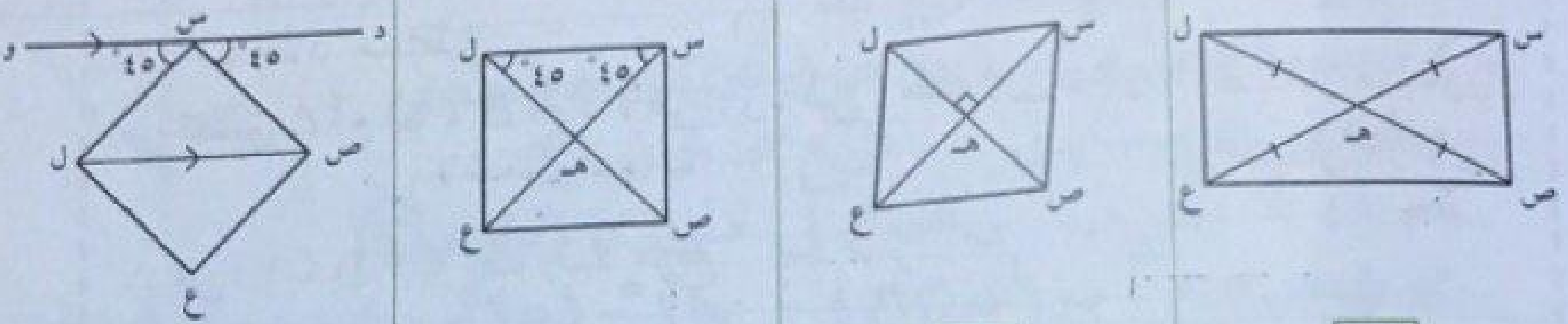
تذكر أنَّ :
خواص المعين :
١ - له جميع خواص متوازي الأضلاع .
٢ - القطران متعامدان .
٣ - الأضلاع متطابقة .
٤ - القطران ينصف كلّ منهما زواياه المتقابلة .

فكِّر وناقِش

هل المربع متوازي أضلاع ؟ فسر ذلك .

تدرَّب (١) :

إذا كان س ص ع ل متوازي أضلاع ، فضع علامة (✓) أسفل الشكل الذي يمثل مربعًا مع ذكر السبب :

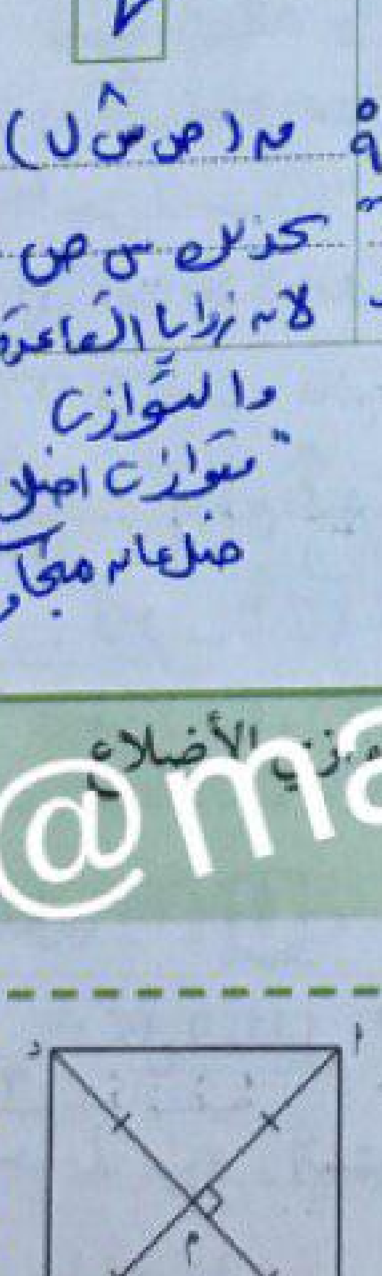


✓	✓	☐	☐
ق(ص س ل) = ٩٠° بالتجاور على مستقيم كذلك س ص = س ل لأن زوايا القاعدة متطابقة ٤٥° بالتبادل والتوازي "متوازي أضلاع زواياه قوائم فيه ضلعان متجاوران متطابقان"	لأن ق(س هـ ل) = ٩٠° "القطران متعامدان" كذلك س هـ = ل هـ		

الكشف عن المربع

ما الشروط التي يجب أن يحققها متوازي الأضلاع ليكون مربعًا ؟

إذا كان في متوازي الأضلاع القطران متطابقان ومتعامدان فإن متوازي الأضلاع هو مربع .



في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع ،

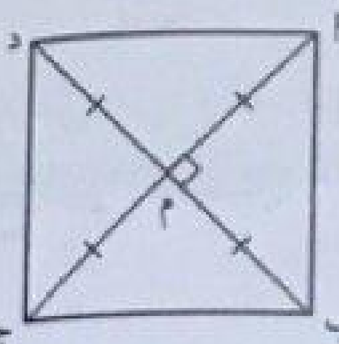
أثبت أنَّ : أ ب جـ د مربع .

المعطيات :

أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{\text{أجـ}} \perp \overline{\text{ب د}}$ ، أجـ = ب د

المطلوب : إثبات أنَّ أ ب جـ د مربع

خطوات البرهان كالتالي :



الحالة الأولى :

∵ اب جـ د متوازي أضلاع فيه :

اجـ = ب د (قطراه متطابقان)

(١)

∴ اب جـ د مستطيل

من تطابق △ ام ب ، △ ام د (ض . ز . ض) ⟸ اب = اد (ضلعان متجاوران متطابقان) (٢)

∴ من (١) ، (٢) اب جـ د مربع

الحالة الثانية :

∵ اب جـ د متوازي أضلاع فيه :

$\overline{اجـ} \perp \overline{ب د}$ (قطراه متعامدان)

(١)

∴ اب جـ د معين

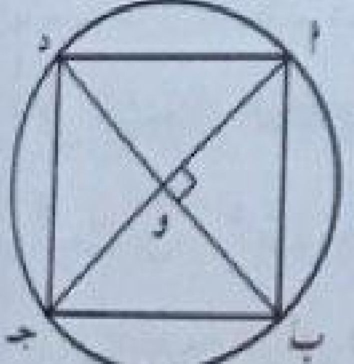
∵ △ ام ب قائم ومتطابق الضلعين (م ا = م ب) ⟸ ق (م $\hat{ا}$ ب) = ٤٥° ،

بالمثل ق (م $\hat{ا}$ د) = ٤٥° (قطرا المعين ينصفان زواياه)

∴ ق (ب $\hat{ا}$ د) = ٩٠° (قياس إحدى الزوايا قائمة) (٢)

∴ من (١) ، (٢) اب جـ د مربع

تدرّب (٢) :



في الشكل المقابل $\overline{اجـ}$ ، $\overline{ب د}$ قطران في دائرة مركزها و ،

$\overline{اجـ} \perp \overline{ب د}$. أثبت أنَّ اب جـ د مربع .

المعطيات : (١) و مركز الدائرة ، (٢) $\overline{اجـ} \perp \overline{ب د}$

المطلوب : إثبات أنَّ اب جـ د مربع

البرهان : ∵ و مركز الدائرة

∴ او = جـ و = ب و = د و (١)

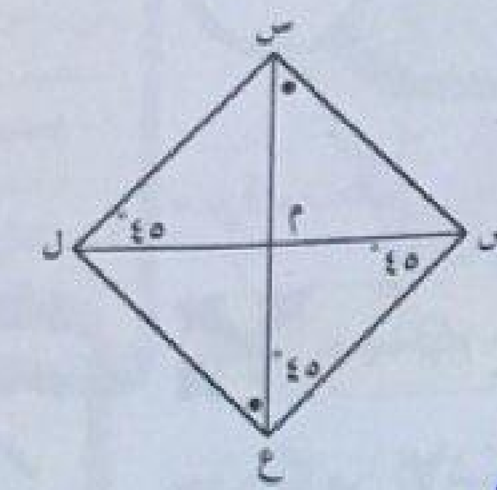
∴ اجـ = ب د ، القطران متطابقان (٢)

ولكن $\overline{اجـ} \perp \overline{ب د}$ (٣)

∴ من (١) ، (٢) ، (٣) اب جـ د مربع

تمـــرَّنْ :

١ باستخدام المعطيات في الرسم أثبت أنَّ :
س ص ع ل مربع الشكل .



∵ ق(ص س ع) = ق(س ع ل) معطى وهما في وضع تبادل ∴ س ص // ل ع (١)

∵ ق(ع ص ل) = ق(س ل ص) = ٤٥° معطى وهما في وضع تبادل ∴ ص ع // س ل (٢)

من ١، ٢ ينتج أن س ص ع ل متوازي أضلاع (٣)

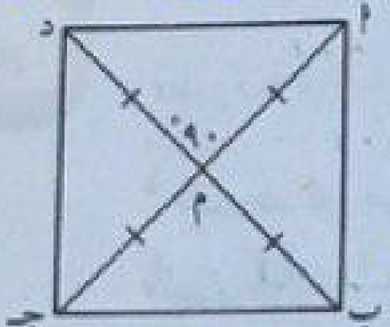
في Δ ص م ع ق(ص م ع) = ١٨٠° − (٤٥° + ٤٥°) = ٩٠° مجموع قياسات زوايا Δ ١٨٠° ∴ س ع ⊥ ص ل ∴ س ص ع ل معين (٤)

∵ س ص ع ل متوازي أضلاع (معين) ∴ ص م = م ل كذلك س م = م ع

ولكن ص م = م ع لأن Δ ص م ع متطابق الضلعين ∴ س م = م ع = ص م = م ل

∴ س ع = ص ل ∴ س ص ع ل مستطيل (٥) من ٣، ٤، ٥ ينتج أن الشكل س ص ع ل مربع

٢ مستعينًا بالمعطيات على الرسم أثبت أنَّ الشكل مربع .



∵ أ جـ = ب د معطى

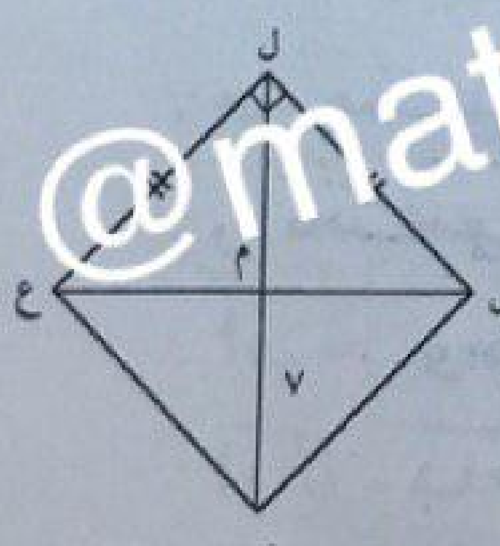
∴ أ ب جـ د مستطيل (١) القطران متطابقان

∵ ق(أ م د) = ٩٠° معطى

∴ أ ب جـ د معين (٢) القطران متعامدان

من ١، ٢ ينتج أن أ ب جـ د مربع

٣ في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ب + ٤ ،
ع م = ٢ جـ − ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كل من ب ، جـ .



∵ ل س ص ع مربع

∴ ل م = م ص

∴ ٣ب + ٤ = ٧ ⟸ ٣ب = ٧ − ٤

$\frac{٣ب}{٣} = \frac{٣}{٣}$ ⟸ ب = ١

بالمثل ع م = م ص لأنه مربع

٢جـ − ١ = ٧ ⟸ ٢جـ = ٧ + ١

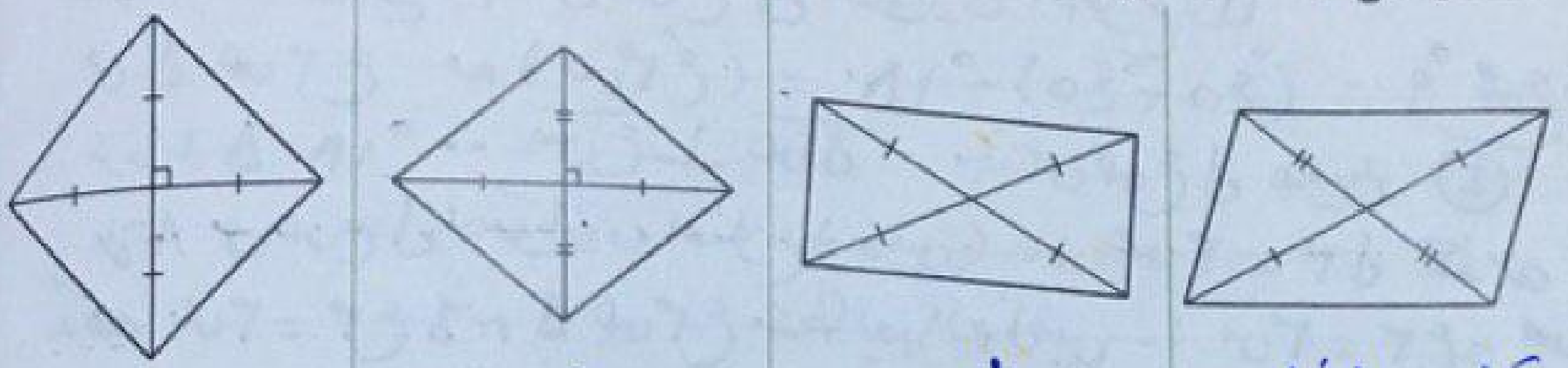
$\frac{٢جـ}{٢} = \frac{٨}{٢}$ جـ = ٤ وهو المطلوب

سوف تتعلّم : حل مسائل على الأشكال الرباعية .

تذكر أنَّ :
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كان :
- فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان .
- فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان .
- فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان .
- فيه القطران ينصف كل منهما الآخر .
- فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .

نشاط :

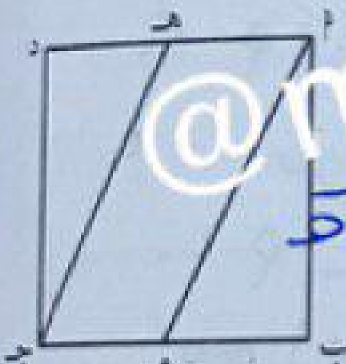
حدّد أيًا من الأشكال الرباعية التالية (متوازي أضلاع - مستطيل - معين - مربع) :



متوازى اضلاع | مستطيل | معين | مربع

تدرّب (١) :

أ ب جـ د مربع ، هـ منتصف $\overline{أد}$ ، و منتصف $\overline{ب جـ}$
أثبت أنَّ : أ و جـ هـ متوازي أضلاع .



المعطيات : أ ب جـ د مربع هـ منتصف $\overline{أد}$ ، و منتصف ب جـ

المطلوب : إثبات أنَّ : أ و جـ هـ متوازى اضلاع

البرهان :

أ ب جـ د مربع (معطى)

∴ أ د = ب جـ (أطوال أضلاع المربع متطابقة)

∵ هـ منتصف $\overline{أد}$ (معطى) ، ∴ أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ د

∵ و منتصف $\overline{ب جـ}$ (معطى) ، ∴ و جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

∴ أ هـ = و جـ (من خواص المساواة) (١)

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ (من خواص المربع)

∴ $\overline{أهـ}$ // $\overline{و جـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

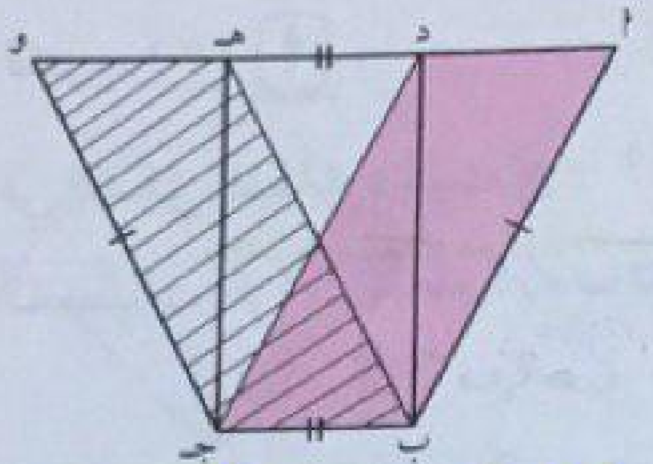
الشكل أ و جـ هـ متوازى اضلاع (لأنه شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان

تدرّب (٢) :

أب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع .

د ، هـ ∈ $\overline{أو}$ بحيث د هـ = ب جـ ، أب = و جـ

أثبت أنَّ : د ب جـ هـ مستطيل .



تذكر أنَّ :
يكون متوازي الأضلاع مستطيلًا إذا كان :
١ - إحدى زواياه قائمة (قياسها ٩٠°) .
٢ - القطران متساويان في الطول .

المعطيات : أب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع د هـ = ب هـ أب = و جـ

المطلوب : إثبات أنَّ : د ب جـ هـ مستطيل

البرهان :

∵ أب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع (معطى)

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب هـ}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

∵ د ، هـ ∈ $\overline{أو}$ (معطى)

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب هـ}$ (١)

د هـ = ب هـ (معطى) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أنَّ :

د ب جـ هـ متوازي أضلاع (لأنه شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان) (٣)

∵ أب = د هـ ، و جـ = ب هـ (من خواص متوازي الأضلاع)

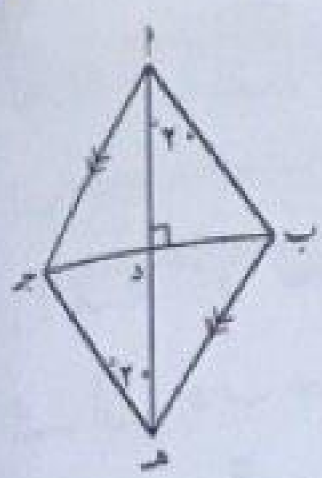
∵ أب = و جـ (معطى)

∴ أب = د جـ = ب هـ = و جـ (من خواص المساواة)

∴ د جـ = ب هـ ، ∴ القطران متطابقان (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج أنَّ :

الشكل د ب جـ هـ مستطيل (لأنَّه متوازي أضلاع فيه قطراه متطابقان)



تدرّب (٣) :

في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ : ا ب هـ جـ معين .

المعطيات : (١) $\overline{اجـ} // \overline{ب هـ}$ ، (٢) ق(ا د ب) = ٩٠° (٣) ق(ب ا هـ) = ق(جـ هـ ا)

المطلوب : اثبات ا ب هـ جـ معين

البرهان : $\overline{اجـ} // \overline{ب هـ}$ .... (١)

∵ ق (ب $\hat{ا}$ هـ) = ق (جـ $\hat{هـ}$ ا) (وهما في وضع تبادل)

∴ $\overline{اب} // \overline{جـ هـ}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) الشكل ا ب هـ جـ متوازي اضلاع

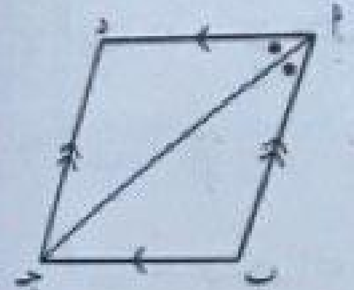
∵ $\overline{اهـ} \perp \overline{ب جـ}$ (معطى)

∴ الشكل ا ب هـ جـ معين لأنه متوازي اضلاع قطراه متعامدان

> **تذكر أنَّ :**
> يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا كان :
> ١ - فيه ضلعان متجاوران متطابقان .
> ٢ - القطران متعامدان .

تمــرّن :

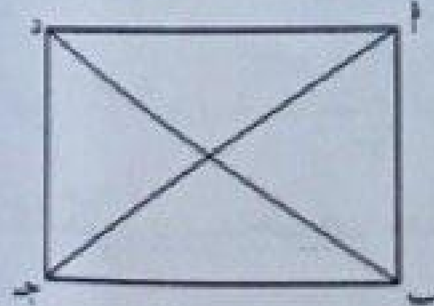
١ اكتب اسم الشكل في كل مما يلي حسب المعطيات على الرسم :



أ ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه $\overline{اجـ}$ ينصف $\hat{ا}$

معين

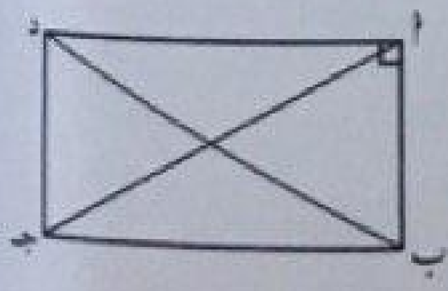
القطر ينصف زاوية الرأس



ب ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه ا جـ = ب د .

مستطيل

القطران متطابقان

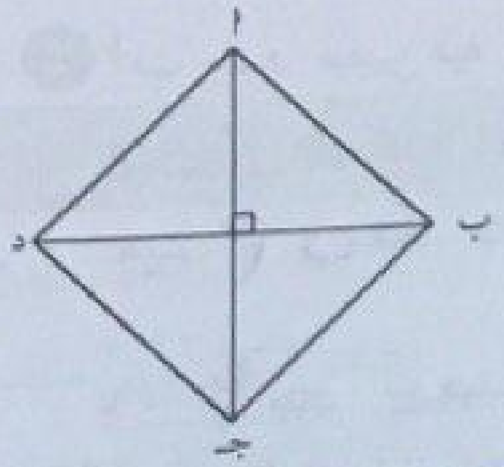


جـ ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه ق ($\hat{ا}$) = ٩٠° .

مستطيل

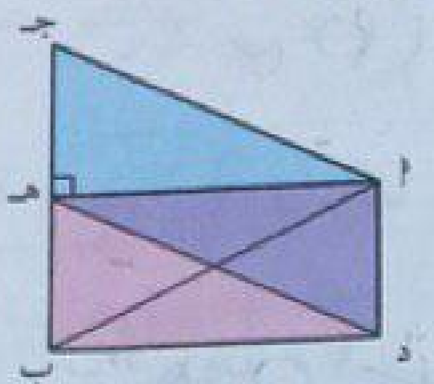
احدى زواياه قوائم

> **تذكر أنَّ :**
> يكون متوازي الأضلاع مربعًا إذا كان :
> ١ - إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متطابقان .
> ٢ - إحدى زواياه قائمة وقطراه متعامدان .
> ٣ - القطران متساويان في الطول ومتعامدان .



٥ أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه $\overline{أجـ} \perp \overline{ب د}$ ،
أجـ = ب د .

مربع
متوازي اضلاع قطراه متعامدان
ومتطابقان

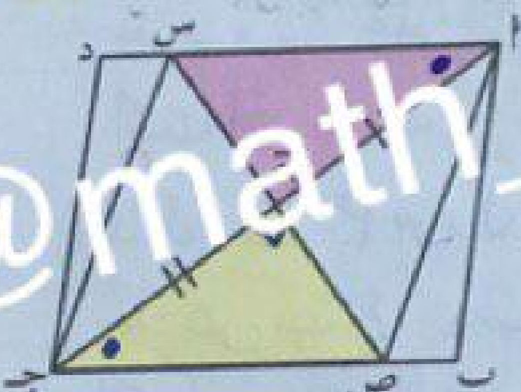


٢ في الشكل أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين ،
أ د هـ جـ متوازي أضلاع ، $\overline{أهـ} \perp \overline{ب جـ}$.
أثبت أنَّ : الشكل أ د ب هـ مستطيل .

أ د هـ د متوازي اضلاع ① معطى

∵ $\overline{أهـ} \perp \overline{ب جـ}$ ∴ ق(أهـ̂ب) = ٩٠° ②

من ١ ، ٢ ينتج ان أ د هـ د مستطيل
«متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة»



٣ أ ب جـ د متوازي أضلاع ، $\overline{س ص} \perp \overline{أجـ}$
هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، س ∈ $\overline{أد}$ ، ص ∈ $\overline{ب جـ}$.
أثبت أنَّ : الشكل أ ص جـ س معين .

∵ أ ب جـ د متوازي اضلاع

∴ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ من خواص متوازي الاضلاع

∵ س ∈ $\overline{أد}$ ، ص ∈ $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{أس}$ // $\overline{ص جـ}$ ①

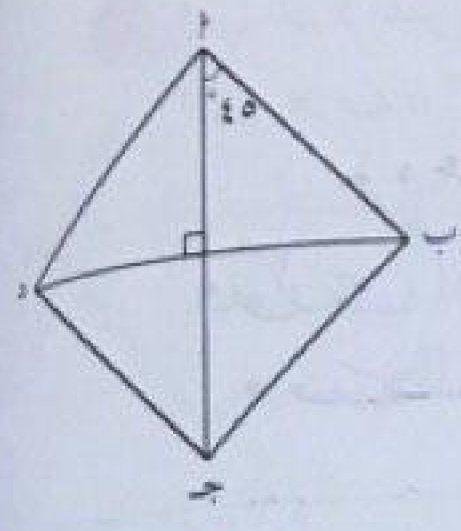
Δ Δ أ هـ س ، جـ هـ ص فيهما
① ق(أ هـ̂ س) = ق(جـ هـ̂ ص) بالتقابل بالرأس
② أ هـ = هـ جـ معطى
③ ق(س أ̂ هـ) = ق(ص جـ̂ هـ) بالتبادل والتوازي

∴ Δ أ هـ س ≅ Δ جـ هـ ص (ز. ض. ز) وينتج ان
أ س = ص جـ ②

من ١ ، ٢ ينتج ان أ س ص جـ متوازي اضلاع ③
ولكن $\overline{س ص} \perp \overline{أجـ}$ ④ معطى

∴ من ٣ ، ٤ ينتج ان أ ص جـ س معين «متوازي اضلاع قطراه متعامدان»

٤ اب جـ د معين فيه ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٥°،



أثبت أنَّ: الشكل اب جـ د مربع.

∵ أ ب جـ د معين معطى

∴ أهـ ينصف $\hat{أ}$

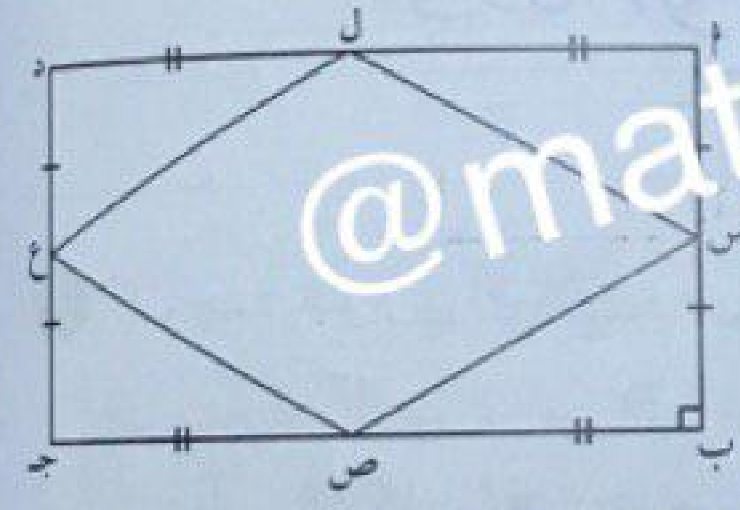
، ∵ ق(ب أ $\hat{هـ}$) = ٤٥°

∴ ق($\hat{أ}$) = ٢×٤٥ = ٩٠°

∴ أ ب جـ د مربع

"معين احدى زواياه ٩٠°"

٥ اب جـ د مستطيل فيه س، ص، ع، ل منتصفات أضلاعه $\overline{اب}$، $\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ د}$، $\overline{د ا}$ على الترتيب.



أثبت أنَّ س ص ع ل معين.

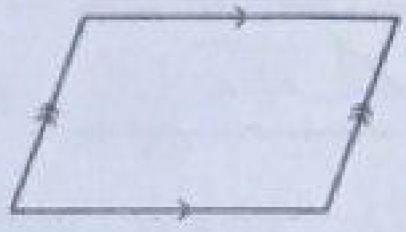
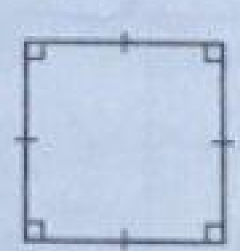
المثلثات أ س ل، ل د ع، س ب ص، ص جـ ع مثلثات متطابقة جميعا بحالة (ض. ز. ض)

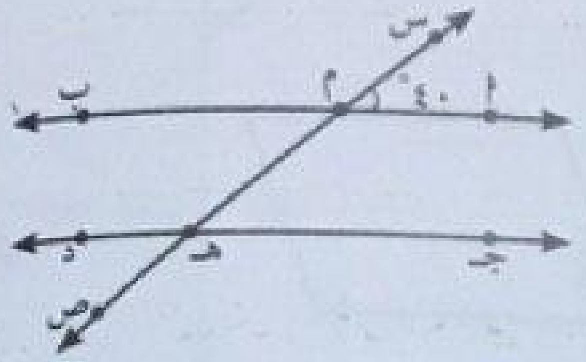
وينتج من التطابق انه س ل = س ص = ص ع = ل ع

∴ الشكل س ص ع ل متوازي اضلاع "كل ضلعان متقابلان متطابقان"

وايضا س ص ع ل معين لانه متوازي اضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان. وهو المطلوب.

الأشكال الرباعية

اسم الشكل	رسم الشكل	تعريف الشكل	خواص الشكل
متوازي الأضلاع		هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان .	- الأضلاع المتقابلة متطابقة . - يتقاطع القطران في منتصفهما . - نقطة تقاطع قطريه هي مركز تناظر له . - كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس . - كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .
المعيّن		هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان .	- أضلاعه الأربعة متطابقة . - القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر . - كل قطر ينصف زاويتي الرأس الواصل بينهما .
المستطيل		هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة .	- زواياه الأربع قائمة . - قطراه متطابقان .
المربع		- هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متطابقان وإحدى زواياه قائمة. - هو معيّن إحدى زواياه قائمة . - هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان .	- قطراه متطابقان متعامدان ويتقاطعان في منتصفهما . - زواياه الأربع قائمة وأضلاعه متطابقة . - قطر المربع يصنع مع كل ضلع من أضلاعه زاوية قياسها ٤٥° .
شبه المنحرف		هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متقابلان متوازيان .	



١ في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، $\overleftrightarrow{س ص}$ قاطع لهما في م ، هـ على الترتيب ، ق (أ$\hat{م}$ س) = ٤٠° ، أوجد مع ذكر السبب :

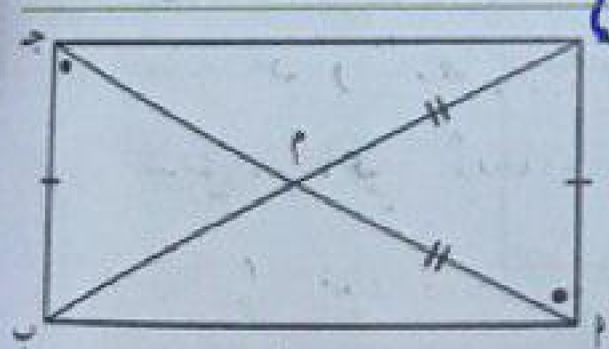
أ ق (جـ $\hat{هـ}$ م) = ٤٠° السبب : بالتناظر والتوازي

ب ق (جـ $\hat{هـ}$ ص) = ١٤٠° السبب : بالتجاور على مستقيم واحد

جـ ق (م $\hat{هـ}$ د) = ١٤٠° السبب : بالتقابل بالرأس

٢ أثبت أنَّ : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .

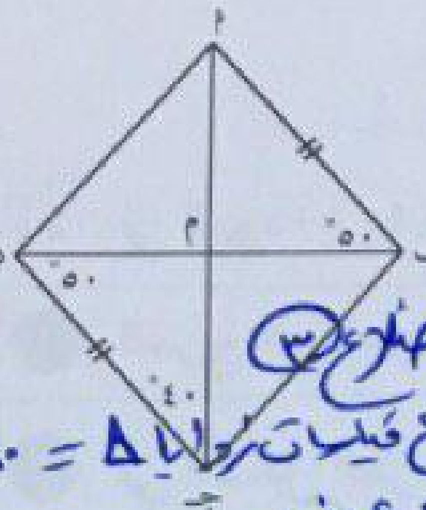
س ل = ص ع معطى ①
في Δ ل و ع ق (ل $\hat{و}$ ع) = ق (ل $\hat{ع}$ و) معطى
∴ ل و = ل ع من خواص المثلث متطابق الضلعين
ولكن س ص = ل و معطى
∴ س ص = ل ع ② من خواص المساواة
من ١ ، ٢ ينتج أن س ص ع ل متوازي اضلاع



٣ أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د مستطيل .

أ د = ب هـ معطى ①
∵ ق (أ $\hat{د}$ هـ) = ق (ب $\hat{أ}$ د) وهما في وضع تبادل
∴ أ د // ب هـ ②
من ١ ، ٢ ينتج ان أ ب هـ د متوازي اضلاع ③
∴ أ ب هـ د متوازي اضلاع "استنتاجاً"
∴ د م = م ب ، أ م = م هـ القطران ينصف كلا منهما الآخر
ولكن د م = أ م معطى ∴ د م = م ب = أ م = م هـ من خواص المساواة
∴ د ب = أ هـ ④
من أ ب هـ د مستطيل "متوازي اضلاع قطراه متطابقان"

٤ أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د معين .



أب = هـ د معطى ①

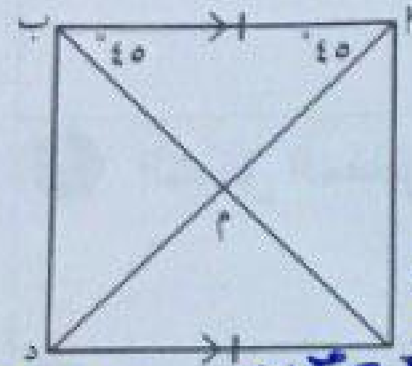
∵ ق(أ ب̂ د) = ق(ب د̂ هـ) = ٥٠° وهما في وضع تبادل

∴ أب // هـ د ② من ١، ٢ ينتج أن أ ب هـ د متوازي أضلاع ③

في Δ هـ م د ق(هـ م̂ د) = ١٨٠° − (٥٠ + ٤٠) = ٩٠° مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°

∴ أهـ ⊥ ب د ④ من ٣، ٤ ينتج أن أ ب هـ د معين

٥ أثبت أنَّ : الشكل أ ب د جـ مربع .



أب = هـ د معطى ① ، أب // هـ د معطى ②

من ١، ٢ ينتج أن أ ب هـ د متوازي أضلاع ③

Δ أ م ب ق(أ م̂ ب) = ١٨٠ − (٤٥ + ٤٥) = ٩٠° ∴ أ د ⊥ ب هـ

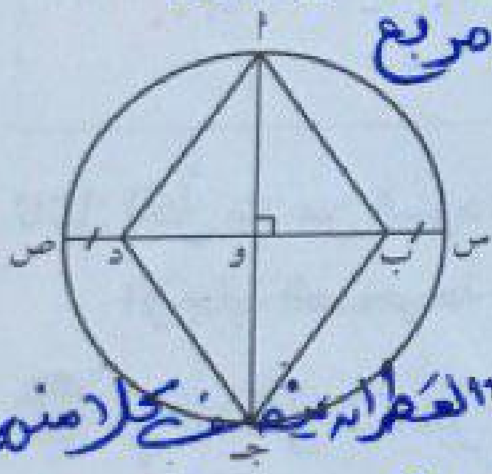
∴ أ ب هـ د معين ④ ، ∵ أ ب هـ د معين ∴ أم = م د ، م هـ = م ب

ولكن أم = م ب لأن Δ أ م ب متطابق الضلعين ∴ أم = م د = م هـ = م ب ∴ أ ب هـ د مستطيل ⑤

من ٣، ٤، ٥ ينتج أن أ ب هـ د مربع

٦ في الشكل المقابل : و مركز الدائرة ،

أثبت أنَّ الشكل : أ ب جـ د معين .



أو = و هـ أنصاف أقطار في الدائرة ①

∵ س ب = ص د معطى و س و = ص و أنصاف أقطار

∴ ب و = و د ② من ١، ٢ الشكل أ ب هـ د متوازي أضلاع "القطران ينصف كل منهما الآخر" ③

∵ ق(أ و̂ ب) = ٩٠° معطى ∴ أهـ ⊥ ب د ④ من ٣، ٤ ينتج أن أ ب هـ د معين

٧ تهتم شركات الإلكترونيات الحديثة في تصميماتها على الأشكال الهندسية المتنوعة . ففي الصورة أمامك شاشة لجهاز التلفاز رُباعية الشكل .

الشكل الرباعي أ ب جـ د فيه :

ق(١̂) = ق(٢̂) = ق(٣̂) ، ب جـ = أ د .

أثبت أنَّ الشكل أ ب جـ د مستطيل .

أ د = ب هـ ① معطى ∵ ق(١̂) = ق(٢̂) وهما في وضع تبادل

∴ أ د // ب هـ ② من ١، ٢ ينتج أن أ ب هـ د متوازي أضلاع ③

∵ أ ب هـ د متوازي أضلاع ∴ أم = م هـ كذلك ب م = م د "القطران متناصفان"

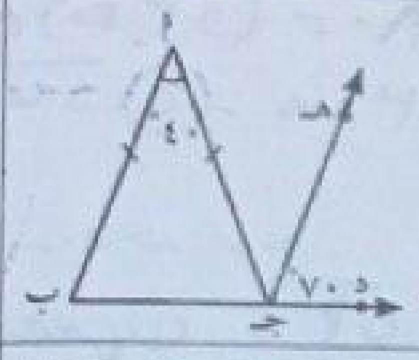
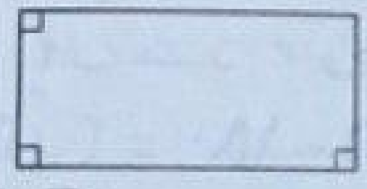
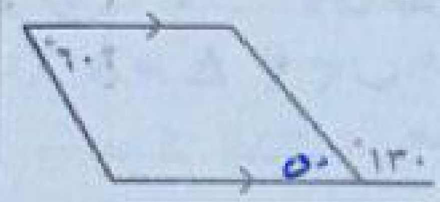
∴ في Δ ب م هـ ق(٣̂) = ق(٢̂) ∴ ب م = م هـ

∴ أم = م هـ = ب م = م د ∴ أ هـ = ب د ④

من ٣، ٤ ينتج أن أ ب هـ د مستطيل "متوازي أضلاع وقطراه متطابقان"

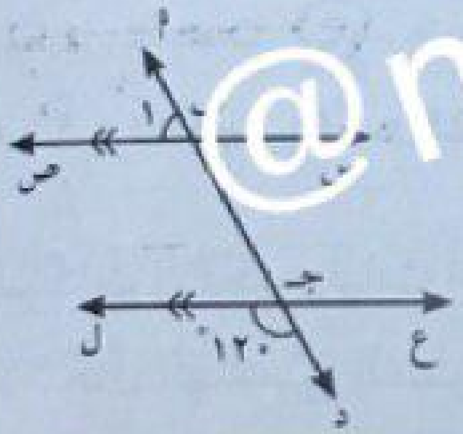
اختبار الوحدة الثامنة

أولًا : في البنود (١ - ٤) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة

١ المربع هو معين قطراه متطابقان .	أ	ب
٢ في الشكل المرسوم $\overleftrightarrow{ب أ} \parallel \overleftrightarrow{جـ هـ}$ 	أ	ب
٣ الشكل المقابل يمثل مستطيلًا 	أ	ب
٤ الشكل الرباعي المرسوم يمثل متوازي أضلاع 	أ	ب

ثانيًا: لكلّ بند من البنود التالية أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة :

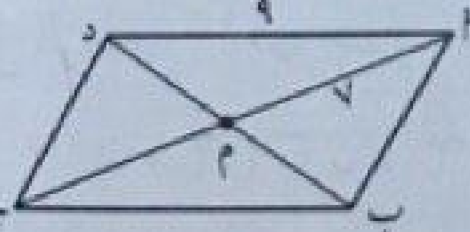
٥ في الشكل المقابل ق ($\hat{١}$) يساوي :



أ ٦٠° ب ١٢٠°

جـ ١٨٠° د ٣٦٠°

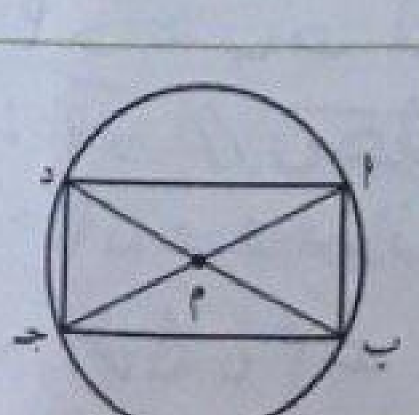
٦ في متوازي الأضلاع المرسوم ، أ جـ =



أ ٧ وحدة طول ب ٣ وحدة طول

جـ ١٤ وحدة طول د ٩ وحدة طول

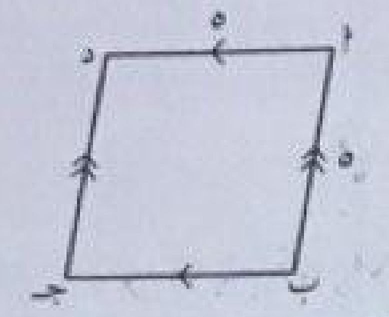
٧ الشكل المقابل يمثل دائرة مركزها م فإنّ الشكل أ ب جـ د هو :



أ مربع ب مستطيل

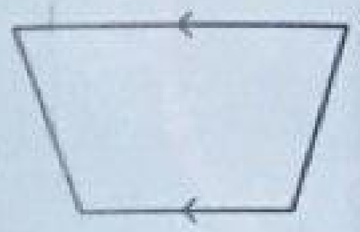
جـ معين د شبه منحرف

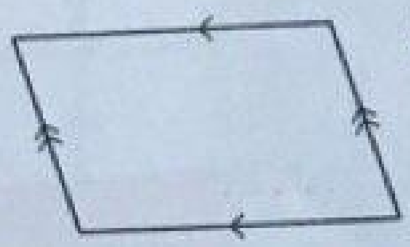
٨ في الشكل المقابل أ ب جـ د يمثل :

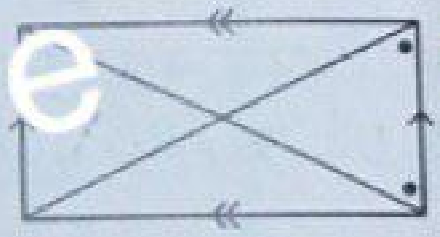


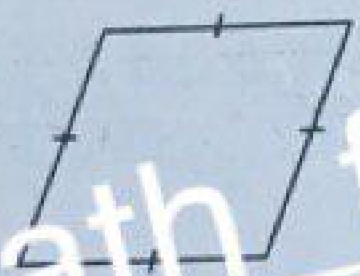
أ معين
ب مستطيل
جـ مربع
د شبه منحرف

٩ الشكل الذي يمثل مستطيلًا هو :

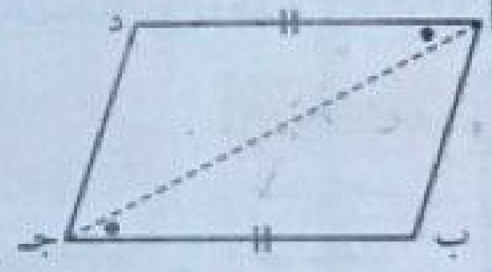
أ


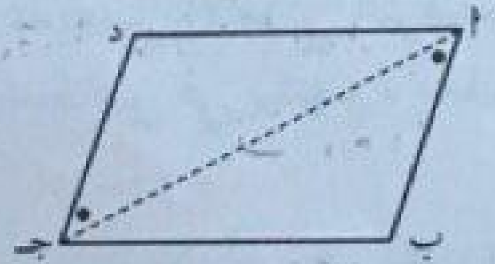
ب


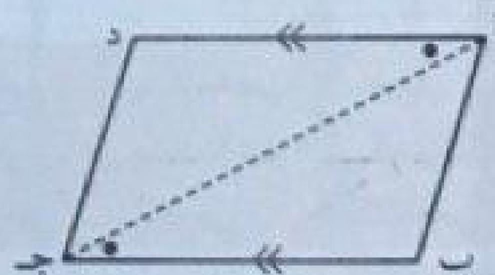
جـ


د


١٠ الشكل الذي يمثل متوازي أضلاع فيما يلي هو :

أ


ب


جـ


د