

مخطّط الشجرة البيانية ومبدأ العدّ Tree Diagram and Counting Principle

١-١٢

سوف تتعلّم : كيف تحصى عدد نواتج سلسلة من التجارب وتصنع شجرة بيانية وتستخدم مبدأ العدّ .

العبارات والمفردات :

مخطّط الشجرة

Tree Diagram

مبدأ العدّ

Counting Principle

نشاط :

في إحدى الألعاب الإلكترونية لسباق السيارات ، عليك اختيار لون سيارتك من الألوان (أحمر ، أزرق ، أصفر) ونوع المحرّك (ديزل ، بنزين) .

ما عدد السيارات المختلفة التي يمكنك اختيارها ؟

١ ما عدد ألوان السيارات ؟

٢ ما عدد أنواع المحرّكات ؟

٣ أرسم مخطّط الشجرة البيانية لتجد عدد

النواتج الممكنة للسيارات المختلفة التي

يمكن اختيارها ؟

٤ ما العلاقة بين عدد النواتج الممكنة في مخطّط الشجرة والنواتج في

السؤالين (١) و (٢) ؟

معلومات مفيدة :

يستخدم علماء

البيانات جداول

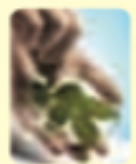
مبنية على الشجرة

البيانية ، لتحديد كلّ

الاحتمالات المتوقعة

لنواتج مجهول نوعين

مختلفين من البيانات .



يمكن استخدام مخطّط الشجرة البيانية لتسجيل عدد نواتج تجربة من خطوتين مستقلّتين أو أكثر ، ويمكن إيجاد عدد نواتج تجربة مكوّنة من عدّة خطوات مستقلة ، باستخدام قاعدة تُسمّى : **مبدأ العدّ** .

إذا كان عدد نواتج الخطوة الأولى **ل** وعدد نواتج الخطوة الثانية **م** ، فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو **ل × م** .

مثال :

من تجربة رمي قطعة نقود مرّتين متتاليتين ، أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة :

• الطريقة الأولى : باستخدام مخطّط الشجرة البيانية

صورة

صورة ← ص ، ص

كتابة ← ص ، ك

صورة ← ك ، ص

كتابة ← ك ، ك

صورة

كتابة

• الطريقة الثانية : باستخدام مبدأ العدّ .

عدد جميع النواتج الممكنة .

عدد نواتج الرمية الأولى × عدد نواتج الرمية الثانية

$$2 \times 2 = 4 \text{ نواتج}$$

عدد النواتج الممكنة هو ٤ نواتج .

إليك طرائق الحل

تدزب (١) ↑↑

من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وحجر نرد مرّقم منتظم ،
أرسم مخطط شجرة بيانية يوضح جميع النواتج الممكنة ،
ثم استخدم مبدأ العدّ في إيجاد عدد النواتج الممكنة .



صورة ، العدد ١

صورة ، العدد ٢

صورة ، العدد ٣

صورة ، العدد ٤

صورة ، العدد ٥

صورة ، العدد ٦

كتابة ، العدد ١

كتابة ، العدد ٢

كتابة ، العدد ٣

كتابة ، العدد ٤

كتابة ، العدد ٥

كتابة ، العدد ٦

باستخدام مبدأ العدّ : عدد النواتج الممكنة = $6 \times 2 = 12$

تدزب (٢) ↑↑

استخدم مبدأ العدّ لتجد عدد النواتج الممكنة في الحالات التالية :

أ رمي قطعة نقود من فئة ٥٠ فلساً ، وقطعة أخرى من فئة ١٠٠ فلس ، وقطعة ثالثة من فئة ٢٠ فلساً .

٨

ب اختيار بطاقة من ٥ بطاقات مرّقة من (١ إلى ٥) وسحب بطاقة من ثلاث بطاقات ملونة بالألوان : أحمر ، أزرق ، أبيض .

١٥

ج اختيار شهر من أشهر السنة ويوم من أيام الأسبوع .

٨٤

تذكّر أنّ :

عندما نقول مكعباً

مرّقاً نعني مكعباً

مرّقاً : من ١-٦

تدرب (٣) ،



تلعّب لولوة لعبة القرص الدوّار ذي المؤشّر ، فأدارت الدوّارتان في الوقت نفسه ، فما عدد النواتج الممكنة التي يمكنها الحصول عليها ؟

٣٢

فكر وناقش



متى يُفضّل استخدام مخطط الشجرة البيانية ؟ ومتى يُفضّل استخدام مبدأ العدّ لإيجاد النواتج الممكنة لتجربة ما ؟ يُستخدَم مبدأ العدّ إذا كان عدد النواتج كبيراً .

تمرّن ،

١ من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ، وسحب بطاقة عشوائية من بين ثلاث بطاقات

مرفّعة بالأرقام ١ ، ٢ ، ٣

أرسم مخطط الشجرة البيانية لتوضيح جميع النواتج الممكنة ، ثم استخدم مبدأ العدّ في إيجاد عدد جميع النواتج الممكنة .



عدد النواتج : $3 \times 2 = 6$

في التمرينين (٢ و ٣) أرسم مخطط شجرة بيانية يوضح كل النواتج الممكنة لكل حالة:

٢ خيارات وجبة غداء اليوم هي فطيرة دجاج أو فطيرة لحم مع تفّاح أو برتقال أو موز

ومع عصير أو حليب . حدّد عدد وجبات الغداء المختلفة التي يمكن تكوينها .

عدد الوجبات : ١٢



٣ يأخذ كل لاعب قطعتين للعب بهما على لوحة اللعبة : مكعب (أحمر أو أزرق أو أخضر أو أصفر) وأسطوانة (ارتفاعها ١ سم أو ٢ سم أو ٣ سم) .



٤ في التمارين من (أ - ج) استخدام مبدأ العد.



١ إذا أدركت اللوحين الدائريتين التاليين
ذواتي المؤشر في الوقت نفسه ، فما عدد
النواتج الممكنة التي يمكن الحصول عليها ؟

$$\Psi_0 = \frac{1}{2} \times 0$$

٥٠ يبيع أحد المتاجر ٥ أنواع مختلفة من الدراجات . وتتوفر ثلاثة موديلات مختلفة من كل نوع (سرعة واحدة ، ثلاث سرعات ، عشر سرعات) . وتكون الدراجات إما من اللون الأحمر أو اللون الأزرق . ما عدد الدراجات المختلفة التي يبيعها هذا المتجر ؟

$$3^0 = 2 \times 2 \times 0$$

إذا كان عدد شركات الخطوط الجوية العاملة بين الكويت والقاهرة ٥ شركات ، فيكم طريقة يمكن لشخص أن يسافر من الكويت إلى القاهرة ثم يعود إلى الكويت .

٢٥ طريقة

مثال (١) :

من تجربة إلقاء حجر نرد متمايزين ومتنظمين .

١ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة :

عدد النواتج الممكنة : $6 \times 6 = 36$

٢ حدّد نوع الأحداث في كلّ ممّا يلي :

أ ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٢ (حدث بسيط)

ب ظهور عددين مجموعهما يساوي ٨ (حدث مركّب)

ج ظهور عددين مجموعهما أصغر من ٧ (حدث مركّب)

د ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣ (حدث مستحيل)

ه ظهور عددين مجموعهما أصغر من ١٣ (حدث مؤكّد)

٦	٥	٤	٣	٢	١	+
٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤
١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥
١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦

ناتج الجمع

تمزّب (١) :



من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية ثم حجر نرد متنظم ، أرسم الشجرة البيانية ، وأوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة ، ثم بيّن ما إذا كان كلّ حدث من الأحداث التالية :

(بسيطاً ، مركّباً ، مؤكّداً ، مستحيلاً)

١ ظهور صورة و عدد زوجي **مركّب**

٢ ظهور كتابة و عدد أولي **مركّب**

٣ ظهور صورة و العدد ٤ **بسيط**

٤ ظهور صورة و العدد ٨ **مستحيل**

٥ ظهور كتابة و عدد أصغر من ٢ **بسيط**

٦ ظهور صورة أو كتابة و عدد أصغر من ٧ **مؤكّد**



فكر وناقش

ما الفرق بين الحدث المركّب والحدث البسيط ؟ وبين الحدث المؤكّد والحدث المستحيل ؟ الحدث المركّب يظهر عدّة مرّات في النواتج الممكنة، بينما الحدث البسيط يظهر مرّة واحدة فقط.

الحدث المستحيل لا يظهر في النواتج الممكنة، بينما الحدث المؤكّد مؤكّد ظهوره في النواتج.

تجربة عشوائية : الأحداث و الاحتمال Random Experiment : Events and Probability

١٢-٢

سوف تتعلم : إيجاد حدث من تجربة عشوائية وتحديد نوعه .



نشاط

- لديك أنت ومجموعتك بطاقات مرقمة من (١ إلى ٨) .
- قام كل متعلم بسحب بطاقة بطريقة عشوائية من البطاقات الثماني .
 - لاحظ الرقم على البطاقة .
 - أوجد عدد نواتج الأحداث التالية :

- ١ ظهور العدد ٥
- ٢ ظهور عدد أصغر من ٩
- ٣ ظهور عدد أكبر من ٨
- ٤ ظهور عدد زوجي
- ٥ ظهور عدد أولي
- ٦ ظهور عدد أولي وليس فردياً

تجربة الاحتمال : هي تجربة يمكن ملاحظتها وتحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ، إلا أننا لا نستطيع أن نجزم أن أيًا من هذه النواتج سيقع فعلاً عند إجرائها .

وجميع النواتج الممكنة من تجربة تُسمى فضاء النواتج (فضاء الإمكانات) .

الحدث هو جزء من فضاء الإمكانات (فضاء النواتج) . وأنواع الحدث هي :

الحدث البسيط : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتج واحد فقط من نواتج تجربة الاحتمال .

الحدث المركّب : هو الحدث الذي يتكوّن من ناتجين أو أكثر من نواتج تجربة الاحتمال .

الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يقع أبداً عند إجراء التجربة .

الحدث المؤكّد : هو الحدث الذي يقع دائماً عند إجراء التجربة .

نواتج التجربة : هي كلّ فرص حدوثها .

المعارف والمفاهيم :

تجربة الاحتمال

(التجربة العشوائية)

Random

Experiment

الحدث

Event

الحدث البسيط

Simple Event

الحدث المركّب

Composite

Event

الحدث المؤكّد

Certain Event

الحدث المستحيل

Impossible

Event

نواتج التجربة :

أحمر ، أزرق ، أصفر



نواتج التجربة :

٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١



نواتج التجربة :

صورة ، كتابة



تمرُّن :

١ من تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية وسحب بطاقة من بين بطاقتين مرقمتين بالأرقام ٥ و ٦

١ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة . $4 = 2 \times 2$

ب لكلٍّ من الأحداث التالية ، بيِّن ما إذا كان الحدث بسيطًا ، مركَّبًا ، مؤكدًا ، مستحيلًا .

- ظهور كتابة وظهور العدد ٥ **بسيط**

- ظهور كتابة وظهور العدد ٤ **مستحيل**

- ظهور صورة وظهور صورة **مستحيل**

- ظهور صورة أو كتابة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ **مؤكد**

- ظهور صورة وظهور العدد ٥ أو العدد ٦ **مركَّب**

٢ ثلاث كرات ملوَّنة : حمراء ، خضراء ، زرقاء . إذا سُحِبَت كرة واحدة عشوائيًا ثم أُعيدت ، و سُحِبَت كرة مرَّة أخرى عشوائيًا :

١ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة . $9 = 3 \times 3$

ب بيِّن نوع كلٍّ من الأحداث التالية :

- سحب كرتين إحداهما حمراء والأخرى خضراء . **مركَّب**

- سحب كرة حمراء ثم كرة حمراء . **بسيط**

- سحب كرة خضراء ثم كرة زرقاء . **بسيط**

- سحب كرتين من اللون نفسه . **مركَّب**

- سحب كرة حمراء ثم كرة سوداء . **مستحيل**



٣ تم تدوير اللوحة الدائرية ذات المؤشر مرتين :

١ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة .

$$2 \times 5 = 10$$

ب يبين نوع كلٍّ من الأحداث التالية :

- تفق اللوحة عند اللون الأصفر ثم عند اللون الأحمر .

بسيط

- تفق اللوحة عند اللون الأصفر ثم اللون الأزرق أو عند اللون الأزرق ثم اللون الأصفر .

مركب

- تفق اللوحة عند اللون الأخضر ثم عند اللون الأخضر .

بسيط

- تفق اللوحة عند اللون نفسه .

مركب

- تفق اللوحة عند لونين مختلفين .

مركب

- تفق اللوحة عند اللون الرمادي واللون البني .

مستحيل

٤ يقدم أحد المطاعم قائمة طعام تتضمن طبقاً رئيسياً من لحم أو دجاج ، فاكهة من تفاح أو موز أو فراولة ، ومشروب من عصير أو حليب . إذا كانت الوجبة تتألف من طبق رئيسي وفاكهة ومشروب :

١ أوجد عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة .

١٢. وجبة طعام

ب يبين نوع كلٍّ حدث من الأحداث التالية :

- تتألف الوجبة من : لحم ، موز ، عصير .

بسيط

- تتألف الوجبة من طبق رئيسي ، تفاح ، حليب .

مركب

- تتألف الوجبة من دجاج ، فاكهة ، عصير .

مركب

- تتألف الوجبة من دجاج ، تمر ، عصير .

مستحيل

الاحتمال Probability

٣-١٢

المباراة والمقررات :

الحدث

Event

الاحتمال

Probability

سوف نتعلم : كيف تصنف احتمال حدوث شيء ما ، وإيجاد احتمال حدث ما .

نشاط :

ما الاحتمالات ؟

تصنف الكلمات الآتية احتمالات حدوث شيء :

مستحيل نادر رتبا احتمال متوازن ممكن مرجح مؤكد
حدوثه حدوثه لا يحدث (متكافئ) حدوثه حدوثه حدوثه

١ ضَع الاحتمال المناسب من القائمة السابقة إلى جانب البند الذي يناسبه :

١ ظهور صورة عند إلقاء قطعة نقود معدنية . **إحتمال متوازن**

ب كسب أحد والديك مبلغًا كبيرًا من المال في إحدى المسابقات التلفزيونية .
رتبا لا يحدث

ج تسقط الأمطار في مدينتك الأسبوع القادم . **ممكن حدوثه**

د مشرق الشمس في الصباح الباكر . **مؤكد حدوثه**

هـ سيزور مدير المدرسة غرفة فصلك اليوم . **نادر حدوثه**

ز سيكون في غرفة فصلك متعلمون ومتعلمات لحضور حصّة الرياضيات القادمة .
مؤكد حدوثه

ح سيحضر أحد زملائك إلى غرفة الفصل حيوانًا أليفًا . **مستحيل حدوثه**

٢ إذا قارنت بين القوائم التي أعدها زملاؤك في الفصل للإجابة عن السؤال (١) ،
فهل تعتقد أن القوائم جميعها سوف تكون متشابهة ؟ فسر إجابتك . **ليس بالضرورة ، لأن بعض الأسئلة لها إجابات مختلفة.**

التجربة العشوائية (تجربة الاحتمال) هي التجربة التي يمكن ملاحظتها وتحديد
الناتج الممكنة لها قبل إجرائها .

ويمكنك تعريف **الاحتمال** على أنه قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج
الممكنة كلها :

حيث يُرمز إلى احتمال الحدث بالرمز

ل (الحدث)

عدد نواتج الحدث

ل (حدث) = $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلها}}$

ويمكن التعبير عن احتمال الحدث في صورة كسر عشري أو نسبة مئوية .

معلومات مفيدة :

يستخدم قير

فحص أمان

السيارات الاحتمال

لتحديد احتمالات

حدوث عطل

في أجهزة الأمان

الحائسة بالسيارة .



تدرب (١)

عند إلقاء حجر نرد منتظم ، ما احتمال ظهور عدد زوجي ؟

الحل :

النواتج الممكنة : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ عدد النواتج كلها = ٦

نواتج الحدث (ظهور عدد زوجي) : ٢ ، ٤ ، ٦

عدد نواتج الحدث = ٣

$$L(\text{ظهور عدد زوجي}) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلها}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

تدرب (٢)

في الصندوق المقابل ٦ بطاقات مكتوب عليها الأحرف

A ، B ، C ، D عند سحب بطاقة عشوائيًا ، ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب عليها الحرف A أو الحرف D ؟



النواتج الممكنة : A ، B ، C ، D عدد النواتج كلها = ٦

نواتج الحدث (ظهور بطاقة A) : A ، A عدد نواتج الحدث (A) = ٢

نواتج الحدث (ظهور بطاقة D) : D عدد نواتج الحدث (D) = ١

إذا نواتج الحدث (ظهور A أو D) : D ، A ، A عدد نواتج الحدث (A أو D) = ٣

$$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

$$L(\text{ظهور A أو D}) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{عدد النواتج الممكنة كلها}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- أكتب الاحتمال السابق في صورة كسر عشري ٠,٥ ، وفي صورة نسبة مئوية ٥٠٪

ملاحظة :

عند كتابة الاحتمال
بُرامس وضع الكسر
الذي يمثل في أبسط
صورة .

مثال :

ما احتمال أن يثبت مؤشر اللوحة الدائرية رقم (١) عند الأحرف (ب أو ج أو د)
وأن يثبت المؤشر عند عدد أولي في اللوحة الدائرية رقم (٢) ؟



(اللوحة رقم ٢)



(اللوحة رقم ١)

باستخدام مبدأ العد :

عدد النواتج الممكنة = $6 \times 4 = 24$ ناتيحا ممكنًا .

تذكر أن :

الحدث المستحيل :

هو حدث لا يمكن وقوعه واحتماله = صفرًا .

الحدث المؤكد :

هو حدث يقع دومًا واحتماله = ١

ثمة ٣ فرص للحصول على الأحرف الثلاثة من اللوحة الدائرية الأولى ، و ٣ فرص للحصول على عدد أولي من اللوحة الدائرية الثانية .

أي أن هناك $3 \times 3 = 9$ فرص للحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أولي ، إذا احتمال الحصول على حرف من الأحرف الثلاثة وعدد أولي هو $\frac{9}{24}$.

تدرب (٣) :

عند إلقاء ثلاث قطع نقود معدنية مختلفة معًا ، ما احتمال ظهور الصورة في قطع النقود الثلاث معًا ؟



$\frac{1}{8}$

تدرب (٤) :

ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١ ، ٥ ، ٦ موضوعة في كيس ورقي ، سُحِبَت بطاقة بطريقة عشوائية ثم أعيدت ، وسُحِبَت بطاقة أخرى .
أوجد احتمال ظهور عدد فردي ثم ظهور عدد زوجي .

$\frac{2}{9}$

فكر وناقش

هل يمكن أن يكون احتمال حدث ما أكبر من واحد ؟ فسر إجابتك .
كلًا ، لأن احتمال الحدث المؤكد هو واحد .

تمرّن



١ في لعبة سباق القوارب الإلكترونية رُقمت القوارب بالأرقام من (١ إلى ٨) . ما احتمال اختيار اللاعب أحد القوارب المرقمة برقم أصغر من ٦ ؟ $\frac{5}{8}$

٢ مجموعة بطاقات مرقمة من (١ إلى ١٠) . افترض أنك اخترت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية . أوجد كلاً ممّا يلي :

أ ل (ظهور العدد ١)	ب ل (ظهور مضاعف للعدد ٣)
$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$
ج ل (ظهور عدد مكوّن من رقمين)	د ل (ظهور العدد ٦ أو العدد ٢)
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
هـ ل (ظهور العدد ١٢)	و ل (ظهور عدد أصغر من ١١)
صفر	$\frac{1}{10}$
ز ل (ظهور عدد فردي)	ح ل (ظهور العدد ٥)
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

٣ افترض أنك ألقيت حجر نرد مستطيلاً مرّة واحدة . أوجد كلاً ممّا يلي :

أ ل (ظهور عدد أصغر من ٧)	ب ل (ظهور عدد زوجي)
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
ج ل (ظهور عدد أصغر من ٦)	د ل (عدم ظهور العدد ٤)
$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

٤ ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١ ، ٤ ، ٧ موضوعة في كيس ورقي ، سُحِبَت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية ثم أُعيدَت ، وسُحِبَت بطاقة مرّة أخرى . أوجد احتمال كلّ حدث ممّا يلي :

أ ل (عدد فردي ثم عدد زوجي)	$\frac{2}{9}$
ب ل (عدد زوجي ثم عدد زوجي)	$\frac{1}{9}$
ج ل (عدد فردي ثم عدد فردي)	$\frac{4}{9}$
د ل (عدد زوجي ثم عدد فردي)	$\frac{2}{9}$



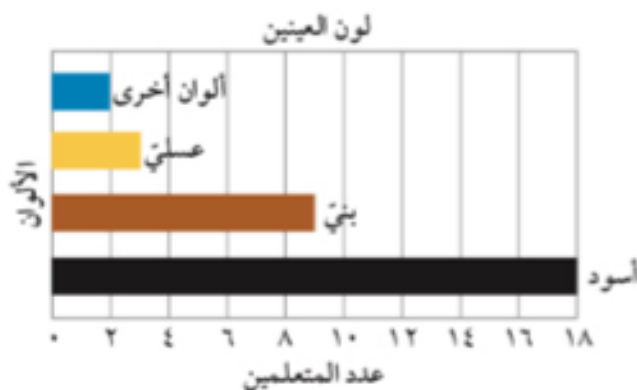
- ٥ في اللوحة الخاصة بلعبة منى ٨ علامات ، جميعها زرقاء عدا واحدة حمراء . إذا وضعت هذه العلامات في حقيبة بحيث لا يمكنها رؤيتها ، فما احتمال التقاطها علامة زرقاء ؟ وما احتمال التقاطها العلامة الحمراء ؟

العلامة الزرقاء : $\frac{7}{8}$ ، العلامة الحمراء : $\frac{1}{8}$

- ٦ افترض أن احتمال حدث ما هو $\frac{7}{13}$. أيهما أكبر : احتمال حدوث هذا الحدث ، أم احتمال عدم حدوثه ؟

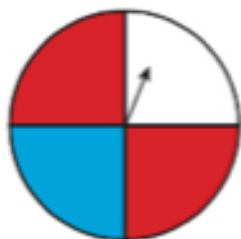
إحتمال حدوثه

- ٧ يوضح التمثيل البياني بالأعمدة التالي ألوان عيون ٣٢ متعلمًا في أحد فصول الصف السابع . إذا تم اختيار متعلم بطريقة عشوائية ، فما احتمال كلٍّ مما يأتي ؟



- أ أن يكون لون عيني المتعلم بنيًا ؟ $\frac{9}{32}$

- ب أن يكون لون عيني المتعلم أسود أو عسليًا ؟ $\frac{21}{32}$



٨ تم تدوير اللوحة الدائرية ذات المؤشر مرتين :

أ أوجد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المراتين .

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

ب أوجد احتمال أن يقف السهم عند الجزء الأبيض في المرة الأولى وعند الجزء الأحمر في المرة الثانية .

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16} = \frac{2}{4} \times \frac{1}{4}$$

ج أوجد احتمال ألا يقف السهم عند الجزء الأحمر في المراتين .

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

٩ في صندوق أقراص (خضراء اللون ، حمراء اللون ، زرقاء اللون) ،

ل (أخضر) = $\frac{1}{3}$ ، ل (أحمر) = $\frac{1}{4}$. إذا كان عدد الأقراص خضراء اللون

يساوي ٦ ، فما عدد الأقراص زرقاء اللون ؟

عدد الأقراص زرقاء اللون = ٣ أقراص

نماذج هندسية للاحتمال Geometric Models of Probability

٤-١٢

سوف تتعلم : إيجاد الاحتمالات من خلال مساحات الأشكال الهندسية .

بعض الأحداث والنواتج ليست عناصر مفردة بحيث يمكن عدّها . في بعض المواقف ، مثل ألعاب الاحتمالات ولوحات السهام المرمّشة ، يكون احتمال وقوع حدث معتمدًا على مساحات أجزاء الشكل ، إذا استطعت إيجاد كلّ مساحة داخل الشكل ، فإنّه يمكنك إيجاد احتمال الموقف .

نشاط



يمارس خالد هواية الهبوط بالمظلات ، فيهبط على هدف دائري كما في الصورة المقابلة . إذا كان قطر الدائرة الصغرى ٢ م وقطر الدائرة الكبرى ٤ م ، فما احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى ؟

نصف قطر الدائرة الصغرى = ١ م

نصف قطر الدائرة الكبرى = ٢ م

مساحة الدائرة الصغرى = $\pi \times 1^2$ نق' = π م^٢

مساحة الدائرة الكبرى = $\pi \times 2^2$ نق' = 4π م^٢

ل (الحدث) = $\frac{\text{مساحة الدائرة الصغرى}}{\text{مساحة الدائرة الكبرى}} = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$

احتمال أن يهبط خالد في الدائرة الصغرى = $\frac{1}{4}$

تدرب (١)



أوجد احتمال إصابة سهم مريش في لعبة إصابة الهدف في الجزء المظلل على اللوحة الموضّحة أمامك :

شكل اللوحة : مربع
مساحة اللوحة = ٩ وحدات مربعة

شكل الجزء المظلل : مثلث
مساحة الجزء المظلل = ٥ ، ٤ وحدات مربعة

ل (الحدث) = $\frac{5}{9} = \frac{5}{9}$

معلومات مفيدة :

في ألعاب الحماكة الرقمية يستخدم معتمرو هذه الألعاب الاحتمال من خلال الأشكال الهندسية لتحديد أماكن اللاعبين .

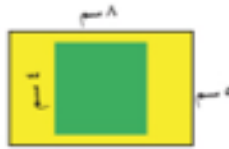
تذكّر لي :

مساحة المنطقة الدائرية $\pi \times r^2$
مساحة المنطقة المثلثة $\frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ع}$
مساحة المنطقة المربعة $\text{ل} \times \text{ل}$
مساحة المنطقة المستطيلة $\text{ل} \times \text{ع}$
مساحة منطقة متوازي الأضلاع $\text{ق} \times \text{ع}$

تذكّر لي :

إحتمال حدث هو قسمة عدد نواتج الحدث على عدد النواتج كلها .

تدرب (٢) :



إذا صُوِّب سهم مرَّيش بطريقة عشوائية على اللوحة المستطيلة الموضَّحة في الرسم ، فما احتمال أن يصيب السهم المنطقة المربعة الخضراء ؟

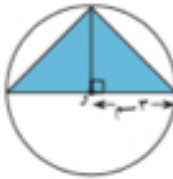
$$ل (الحدث) = \frac{4 \times 4}{8 \times 5} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

فكر وناقش



إحدى لوحات الأسهم المرَّيشة عليها رسم لوردة واحدة مساحتها ٢٠ سم^٢ ، ولوحة أخرى لها مساحة الأولى نفسها عليها رسم لوردين مساحة كلٍّ منهما ١٠ سم^٢ . فأَيُّ اللوحتين سوف تختار كي تلعب ؟ ولماذا ؟ **اللوحة التي عليها وردة مساحتها ٢٠ سم^٢ ، لأنه كلما كان الهدف أكبر كان احتمال إصابته أكبر .**

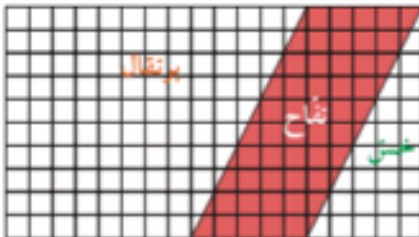
تمرّن :



١ إذا فَرَّض أنك صَوَّيت سهمًا مرَّيشًا على الشكل المقابل ، فما احتمال إصابة هذا السهم للمنطقة المظلَّلة (و مركز الدائرة) ؟
(مستخدمًا $\pi = 3,14$)

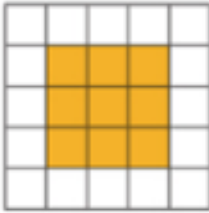
$$ل (الحدث) = \frac{\text{مساحة المنطقة المثلثة}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{9}{9 \times 3,14} = \frac{1}{3,14}$$

٢ مزرعة مقسّمة إلى مناطق كما في الشكل أدناه .



إذا وقف مزارع في مكان ما من المزرعة عشوائيًا لجني المحصول ، فما احتمال أن يكون قد وقف في المنطقة المظلَّلة باللون الأحمر ؟

$$0,27 \approx \frac{5}{18}$$

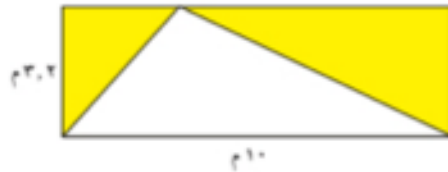


٣ للإعصار القمعي مسار غير منتظم . فعندما يلمس القمع الأرض ، قد يسير في خطٍّ مستقيم ، أو يرتدّ إلى الخلف ، أو يتأثب . إذا هبط الإعصار القمعي على المساحة المرسومة ، فما احتمال هبوطه على المساحة المظلّلة ؟



الإعصار القمعي

$\frac{9}{25}$



٤ في الشكل المقابل ، قطعة أرض مستطيلة الشكل مخصّصة لأحد الأنشطة الرياضية .

١ ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة غير المظلّلة ؟

$\frac{1}{2}$

٢ ما احتمال وقوف أحد اللاعبين في المنطقة المظلّلة ؟

$\frac{1}{2}$

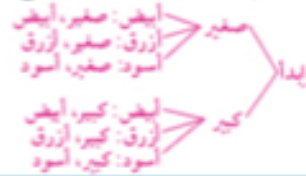
مراجعة الوحدة الثانية عشرة Revision Unit Twelve

١٢-٥

١ في معرض الألعاب الإلكترونية يُباع نوع من أنواع الروبوت (صغير - كبير) الحجم بالألوان (أبيض ، أزرق ، أسود) .

أ ما عدد الروبوتات المختلفة التي يمكن اختيارها من هذا النوع ؟ ٦

ب أرسم مخطط الشجرة لتوضيح الخيارات الممكنة لشراء روبوت من هذا النوع .



٢ في إحدى مسابقات اسحب واربح ، يقوم كل لاعب بسحب بطاقة عشوائياً من الصندوق المجاور ، فيربح اللعبة التي تمثلها الصورة ثم يعيد البطاقة إلى الصندوق .

أ أوجد عدد جميع النواتج . ٩

ب حدّد نوع الأحداث التالية :

- يسحب لاعب بطاقة عشوائياً ليربح كرة القدم . **مركّب**
- يسحب لاعب بطاقة عشوائياً ليربح سيارة . **مستحيل**
- يسحب لاعب بطاقة عشوائياً ليربح طائرة أو كرة قدم أو قطار . **مؤكد**
- يسحب لاعب بطاقة عشوائياً ليربح قطار . **بسيط**

٣ استخدم اللوحة الدائرية ذات المؤشر لإيجاد كل احتمال مما يلي :



أ ل (ظهور أ) $\frac{1}{3}$

ب ل (عدم ظهور ب) $\frac{2}{3}$

ج ل (ظهور هـ) **صفر**

د ل (ظهور ب و ج) **صفر**

هـ ل (ظهور ب أو ج) $\frac{1}{3}$

٤ عند رمي حجر نرد منتظم وتدوير الدوّارة المقابلة ، أوجد احتمال كلّ ممّا يلي :

١ ظهور عدد زوجي و وقوف المؤشّر عند اللون الأخضر .



$\frac{1}{6}$

ب ظهور عدد أولي أو وقوف المؤشّر عند اللون الأحمر .

$\frac{5}{6}$

٥ تلعب منار وصديقتها لعبة بمكعب مرّقم ، تربع منار إذا دحرجت المكعب وحصلت على عدد أكبر من ٤ . ما احتمال أن تفوز صديقتها باللعبة ؟

$\frac{2}{3}$

٦ في أحد الاختبارات تختار ندى إجابتها عشوائياً (دون التدقيق في السؤال) ، ما احتمال أن تختار الإجابة الصحيحة ؟

١ في سؤال اختيار من متعدّد من ٤ اختيارات : $\frac{1}{4}$

ب في سؤال صح أو خطأ : $\frac{1}{2}$

اختبار الوحدة الثانية عشرة

أولاً: في البنود (١-٤) ، ظلّل ① إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل ② إذا كانت العبارة غير صحيحة .

①	②	١ عدد الاختيارات التي يمكن للاعب أن يختار بها في إحدى المسابقات مصباحاً مضئاً من ٣ ألوان مختلفة و ٥ أحجام مختلفة هو ٨
①	②	٢ في تجربة عشوائية لإلقاء حجر نرد مستطمين ومتمايزين ، فإنّ ظهور العدد نفسه على وجهي الحجرين حدث مؤكد .
①	②	٣ احتمال سحب كرة خضراء اللون أو زرقاء اللون من صندوق يحوي ٦ كرات خضراء و ٥ كرات بيضاء و ١١ كرة زرقاء هو $\frac{17}{22}$
①	②	٤ في تجربة إلقاء حجر نرد مستطم مرة واحدة ، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه ، فإنّ احتمال ظهور عدد أولي هو ٥٠ % .

ثانياً: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة :



٥ احتمال أن يثبت المؤشر في اللوحة الدائرية الأولى على حرف من أحرف كلمة (باب) ، ويثبت المؤشر في اللوحة الدائرية الثانية على عدد زوجي هو : ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ١

٦ في تجربة إلقاء حجر نرد مستطم ثم إلقاء قطعة نقود معدنية ثم سحب بطاقة واحدة من بين ٤ بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٤) بطريقة عشوائية . فإنّ عدد جميع النواتج الممكنة للتجربة هو :

① ١٢ ② ٢٤ ③ ٤٨ ④ ٩٦

٧ في صندوق يحوي بطاقات مرقّمة من (١ إلى ٢٠) متماثلة الشكل كلّ منها ملوّنة بأحد ألوان علم دولة الكويت ، فإنّ احتمال سحب بطاقة ملوّنة بلون أزرق رقماً ٢٠ هو :

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ٢٠

٨ إذا كان احتمال فوزك في لعبة ما هو $\frac{3}{5}$ ، فإن احتمال عدم فوزك في صورة نسبة مئوية هو :

- أ ٢٠٪ ب ٤٠٪ ج ٦٠٪ د ٨٠٪

٩ ألقى أسامة حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين ، فإن احتمال ظهور العدد ٦ ثم العدد ١ هو :

- أ $\frac{1}{6}$ ب $\frac{1}{2}$ ج $\frac{1}{64}$ د $\frac{1}{36}$

١٠ في صندوق يحوي ٣ كرات خضراء ، ٦ كرات بيضاء ، إذا سُحِبَت كرة واحدة عشوائيًا ثم أُعيدت ، وسُحِبَت كرة مرةً أخرى عشوائيًا فإن احتمال سحب كرة خضراء ثم بيضاء يساوي :

- أ $\frac{2}{9}$ ب $\frac{3}{9}$ ج $\frac{6}{9}$ د ١