

الترجيح والعدالة – الاحتمال Odds and Fairness – Probability

٤-٥



سوف تتعلم : إيجاد ترجيح وقوع حدث ما ، واحتمال وقوع حدث ما .



نشاط

يلعب جمال وعماد لعبة من ألعاب الفرص وهي رمي مكعبين منتظمين مرقمين من ١ إلى ٦ وملاحظة حاصل ضرب العددين الظاهرين .

يربح جمال نقطة إذا كان حاصل ضرب العددين الظاهرين عددًا فرديًا ، ويربح عماد نقطة إذا كان حاصل ضرب العددين الظاهرين عددًا زوجيًا . بتكرار اللعبة ١٠ مرات لكل لاعب ، الفائز هو اللاعب الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط .

١ حدد أيهما لديه فرصة أكبر للفوز ؟ اشرح ذلك .

٢ هل هذه اللعبة عادلة ؟ ستر إجابتك .

مثال (١) :

اكتب النواتج الممكنة في كل من التجارب العشوائية التالية :

١ رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

الحل :

النواتج الممكنة هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .

ب رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة .

الحل :

النواتج الممكنة هي : صورة ، كتابة .

العبارات والمفردات :
تجربة

Experiment

تجربة عشوائية

Random
Experiment

Event حدث

Odds ترجيح

ألعاب عادلة

Fair Games

الإحتمال

Probability

معلومات مفيدة :

يحتاج مربو الطيور إلى أن يعرفوا ترجيحات ظهور صفات وراثية معينة لدى صغار الطيور .



يمكننا استخدام كلمة **ترجيح** لوصف فرصة وقوع حدث ما .

ترجيح حدث ما هو نسبة عدد نواتج وقوع الحدث إلى عدد نواتج عدم وقوعه .

$$\text{ترجيح حدث ما} = \frac{\text{عدد نواتج وقوع الحدث}}{\text{عدد نواتج عدم وقوع الحدث}}$$

مثال (٢) :

أوجد ترجيح ظهور العدد ٢ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

الحل :

عدد نواتج (ظهور العدد ٢) = ١

عدد نواتج (عدم ظهور العدد ٢) = ٥

$$\text{ترجيح (ظهور العدد ٢)} = \frac{\text{عدد نواتج (ظهور العدد ٢)}}{\text{عدد نواتج (عدم ظهور العدد ٢)}} = \frac{١}{٥} \text{ أو } ٠.٢$$

تدرب (١) :

أوجد ترجيح سحب قرص أزرق من حقيبة تحتوي على قرصين أزرقين اللون و ٥ أقراص حمراء اللون و ٤ أقراص بيضاء اللون .

عدد نواتج (سحب قرص أزرق) = ٢

عدد نواتج (عدم سحب قرص أزرق) = ٩

ترجيح (سحب قرص أزرق) = $\frac{٢}{٩}$

= $\frac{٢}{٩}$

تدرب (٢)

أوجد ترجيح كل حدث مما يلي :

١ ظهور صورة عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة .

عدد نواتج ظهور صورة ١
عدد نواتج عدم ظهور صورة ١
ترجيح ظهور صورة $\frac{1}{2} = 1$

ب ظهور العدد (٢ أو ٥) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

عدد نواتج ظهور ٢ أو ٥ ٢
عدد نواتج عدم ظهور ٢ أو ٥ ٤
ترجيح ظهور ٢ أو ٥ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج وقوع الحدث مساوياً لعدد نواتج عدم وقوعه تسمى لعبة عادلة أي أن اللعبة التي يكون ترجيح الفوز فيها متساوياً لجميع اللاعبين (تكافؤ الفرص) تسمى لعبة عادلة .

مثال (٣)

يلعب كل من عبد الله وخالد وعيسى لعبة المكعبات المرقمة من ١ إلى ٦ .
يحصل عبد الله على نقطة إذا ظهر على المكعب العائد ١ .
يحصل خالد على نقطة إذا ظهر على المكعب عدد زوجي .
يحصل عيسى على نقطة إذا ظهر على المكعب العدد (٣ أو ٥) .
أوجد ترجيح الفوز لكل لاعب ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

الحل :

ترجيح فوز عبد الله $\frac{1}{6}$ ، ترجيح فوز خالد $\frac{3}{6}$ ، ترجيح فوز عيسى $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
∴ اختلف ترجيح الفوز من لاعب لآخر ، لذلك تكون اللعبة غير عادلة .

تدرب (٣)

تبادل كل من عائشة وهناء ومنيرة وسارة تدوير المؤشر في الشكل المقابل ، على أن تحصل كل لاعبة على نقطة إذا توقف المؤشر عند الحرف الأول من اسمها ، أوجد ترجيح الفوز لكل لاعبة ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .



ترجيح فوز عائشة $\frac{1}{4}$ ، ترجيح فوز هناء $\frac{1}{4}$ ، ترجيح فوز منيرة $\frac{1}{4}$ ،
ترجيح فوز سارة $\frac{1}{4}$ ، كل لاعبة نفس
الفرصة من الفوز إذا اللعبة عادلة .

في كل لعبة ، حدّد ترجيح فوز كل لاعب ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

١ ترمي نوب وحنان قطعة نقود معدنية . تفوز نوب بنقطة إذا ظهرت صورة ، وتفوز حنان بنقطة إذا ظهرت كتابة .

$$\text{ترجيح فوز نوب} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ترجيح فوز حنان} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ اللعبة عادلة

ب في الدوّارة المقابلة يدير سالم ونايف المؤشر الدوّار . يفوز سالم بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة الزرقاء ، ويفوز نايف بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة البيضاء .



$$\text{ترجيح فوز سالم} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ترجيح فوز نايف} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

∴ اللعبة غير عادلة

ج عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ . إذا ظهر عدد زوجي تفوز منى بنقطة ، وإذا ظهر عدد أولي تفوز أمل بنقطة ، وإذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ تفوز إيمان بنقطة .

النواحي ٦ ١ ٥ ٢ ٤ ٣ ٢ ٢ ١

$$\text{ترجيح فوز منى} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$


$$\text{ترجيح فوز أمل} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ترجيح فوز إيمان} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

∴ اللعبة غير عادلة

احتمال وقوع حدث (١) :

$$L(1) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث (1)}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

تدرب (٥) 


يحتوي صندوق على ٧ أقلام صفراء ، ٣ أقلام خضراء ، ٤ أقلام زرقاء . إذا تم اختيار قلم واحد عشوائيًا ، فأوجد كلاً مما يلي :

أ ل (أزرق) $= \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

ب ل (أصفر) $= \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

ج ل (ليس أخضر) $= \frac{3}{14}$

د ل (أحمر) $= \frac{0}{14} = 0$

تدرب (٦) 

في تجربة إلقاء مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة ، أكمل ما يلي :

أ عدد النواتج الممكنة = ٦

ب عدد نواتج الحدث ١ (ظهور عدد فردي) = ٣

ج عدد نواتج الحدث ب (ظهور عامل من عوامل العدد ٦) = ٤

د ل (١) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

هـ ل (ب) $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

و ترجيح الحدث ١ $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ز ترجيح الحدث ب $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

مثال (٤) :

إذا كان ترجيح حدث ما هو ٣ : ١٠ ، أوجد احتمال وقوع هذا الحدث .

الحل :

∴ ترجيح الحدث هو ٣ : ١٠

∴ عدد نواتج وقوع الحدث = ٣

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ١٠

∴ عدد النواتج الممكنة = ٣ + ١٠ = ١٣

∴ احتمال وقوع هذا الحدث = $\frac{3}{13}$

تدرب (٧) :

إذا كان ترجيح حدث ما هو ٧ : ١ ، فما هو احتمال وقوع هذا الحدث ؟

ترجيح الحدث هو ٧ : ١

عدد نواتج وقوع الحدث ٧

عدد نواتج عدم وقوع الحدث ١

عدد النواتج الممكنة = ٧ + ١ = ٨

احتمال وقوع الحدث = $\frac{7}{8}$

تدرب (٨) :

إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو $\frac{3}{5}$ ، فما هو ترجيح هذا الحدث ؟

عدد نواتج وقوع الحدث ٣ عدد نواتج عدم وقوع الحدث ٢

عدد النواتج الممكنة ٥

ترجيح هذا الحدث = ٣ : ٢

فكر وناقش

إذا كان احتمال وقوع حدث ما يساوي $\frac{1}{2}$. فما ترجيح هذا الحدث ؟

تمرّن :

١ أوجد ترجيح كل حدث مما يلي :

أ (ظهور كتابة) عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة $\frac{1}{2} = 1$

ب الحصول على (عدد أكبر من أو يساوي ٢) عند رمي مكعب منتظم مرقم من

١ إلى ٦ مرة واحدة $\frac{5}{6}$

ج (سحب كرة خضراء) من حقيبة تحتوي على ٤ كرات خضراء و ٣ كرات

حمراء $\frac{4}{7}$

٢ أوجد ترجيح الفوز في كل حالة ، أم لا . أكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم لا :

أ عند رمي قطعة نقود معدنية ، يحصل سالم على نقطة إذا ظهرت صورة

ويحصل سعود على نقطة إذا ظهرت كتابة .

ترجيح فوز سالم $\frac{1}{2} = 1$

ترجيح فوز سعود $\frac{1}{2} = 1$

اللعبة عادلة

ب عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ ، تحصل حصة على نقطة إذا ظهر

العدد ١ وتحصل عبير على نقطة إذا ظهر العدد (٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥)

وتحصل هدى على نقطة إذا ظهر العدد ٦ .

ترجيح فوز حصة $\frac{1}{6}$

ترجيح فوز عبير $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ترجيح فوز هدى $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} \neq \frac{2}{3}$ اللعبة غير عادلة

٣ أوجد احتمال وقوع كل حدث مما يلي :

أ (ظهور كتابة) عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة $\frac{1}{2}$

ب الحصول على (عدد أكبر من أو يساوي ٢) عند رمي مكعب منتظم مرقم من

١ إلى ٦ مرة واحدة $\frac{5}{6}$

ج (سحب كرة خضراء) من حقيبة تحتوي على ٤ كرات خضراء و ٣ كرات

حمراء $\frac{4}{7}$

٤ أوجد احتمال (سحب كرة سوداء) من حقيبة تحتوي على مجموعة كرات في كل من الحالات التالية :

أ ٢ صفراء ، ٤ سوداء ، ١ حمراء $\frac{4}{7}$

ب ٥ سوداء $1 = \frac{5}{5}$

ج ٢ خضراء $0 = \frac{2}{5}$

٥ يمارس ٢٥ متعلمًا في الصف التاسع رياضات مختلفة ، منهم ١٠ يمارسون رياضة كرة السلة فقط ، ٨ يمارسون رياضة كرة القدم فقط والباقي يمارسون رياضة الجري فقط . اختير متعلم عشوائيًا . ما احتمال أن يكون هذا المتعلم :

أ ممارسًا لكرة السلة : $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$

ب لا يمارس رياضة الجري : $\frac{18}{25}$

ج ممارسًا لكرة القدم أو رياضة الجري : $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

٦ أوجد احتمال وقوع الأحداث التي ترجيحها كما يلي :

أ ١ : ١ $\frac{1}{2}$

ب ٢ : ٣ $\frac{2}{5}$

ج ٧ : ١ $\frac{1}{8}$

د ٩ : ١١ $\frac{11}{20}$

هـ ٤٤ : ٥٥ $\frac{55}{99}$

٧ إذا كان احتمال وقوع حدثًا ما هو $\frac{5}{9}$. فما هو ترجيح هذا الحدث ؟

$\frac{5}{9} = \frac{5}{9}$