١-٤ المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي
Distance Between Two Points In a Plane

سوف تتعلّم : إيجاد المسافة (البعد) بين نقطتين في المستوى الإحداثي .

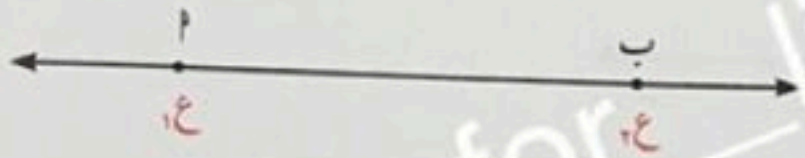
العبارات والمفردات :
المسافة
Distance
المستوى
Plane

نشاط :

المسافة (البعد) بين نقطتين على محور الإحداثيات هي القيمة المطلقة للفرق بين إحداثيي هاتين النقطتين .

$$\text{ا ب} = |\text{ع}_٢ - \text{ع}_١|$$

- ا ب : طول $\overline{\text{ا ب}}$
- $\text{ع}_٢$: إحداثي النقطة ب
- $\text{ع}_١$: إحداثي النقطة ا

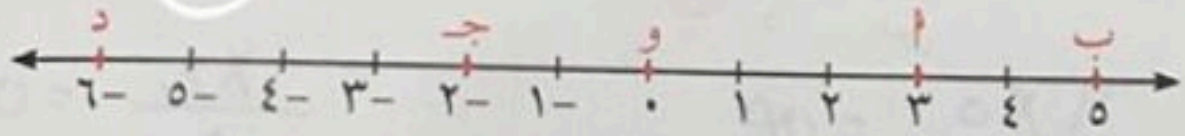


معلومات مفيدة :
يستخدم المساحون البعد بين نقطتين لإيجاد البعد بين القرى والمدن .



لاحظ أن :
$|\text{ع}_٢ - \text{ع}_١| = |\text{ع}_١ - \text{ع}_٢|$

من الشكل المرسوم ، أكمل ما يلي :



١ ا ب = | ٥ - ٣ | = | ٢ | = ٢ وحدة طول

٢ ا جـ = | (-٢) - ٣ | = | -٥ | = ٥

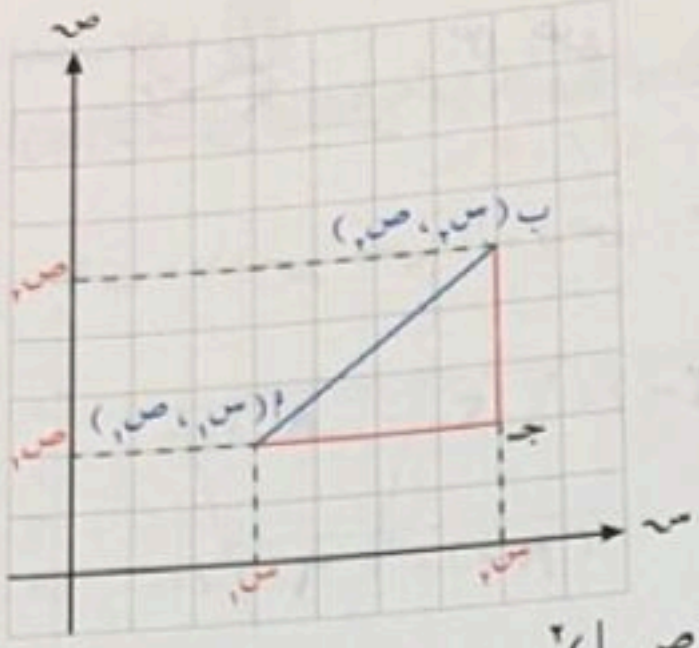
٣ جـ د = | -٦ - ٢ | = | -٤ | = ٤

(تحقق بالعدّ في كلٍّ مما سبق)

@math_for_life

لإيجاد البعد بين النقطتين أ (س١ ، ص١) ،
ب (س٢ ، ص٢) في المستوى الإحداثي .

من الشكل المقابل :



أجـ = | س٢ - س١ |

جـب = | ص٢ - ص١ |

∵ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في جـ

∴ (أب)٢ = (أجـ)٢ + (جـب)٢

= (| س٢ - س١ |)٢ + (| ص٢ - ص١ |)٢

= (س٢ - س١)٢ + (ص٢ - ص١)٢

∴ أب = √(س٢ - س١)٢ + (ص٢ - ص١)٢

لاحظ أن :
| س٢ | = | س |٢ = س٢

أي أن :

البعد بين النقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢) هو :

أب = √(س٢ - س١)٢ + (ص٢ - ص١)٢

لاحظ أن :
(س٢ - س١)٢ = (س١ - س٢)٢

@math_for_life

مثال (١) :

أوجد البعد بين النقطتين أ (١ ، ١) ، ب (٥ ، ٤)

الحل :

أب = √(س٢ - س١)٢ + (ص٢ - ص١)٢

= √(٥ - ١)٢ + (٤ - ١)٢

= √(٤)٢ + (٣)٢

= √١٦ + ٩

= √٢٥ = ٥ وحدة طول

تدرّب (١) :

أوجد البعد بين النقطتين أ(٢، ٥) ، ب(٨، -٣) .

أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(٨ - ٢)^٢ + (-٣ - ٥)^٢}$

= $\sqrt{(٦)^٢ + (-٨)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$

= $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدة طول

@math_for__life

تدرّب (٢) :

إذا كانت أ(٢، -١) ، ب(-٢، -٦) ، أوجد أ ب .

أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

= $\sqrt{(-٢ - ٢)^٢ + (-٦ - -١)^٢}$

= $\sqrt{(-٤)^٢ + (-٥)^٢}$

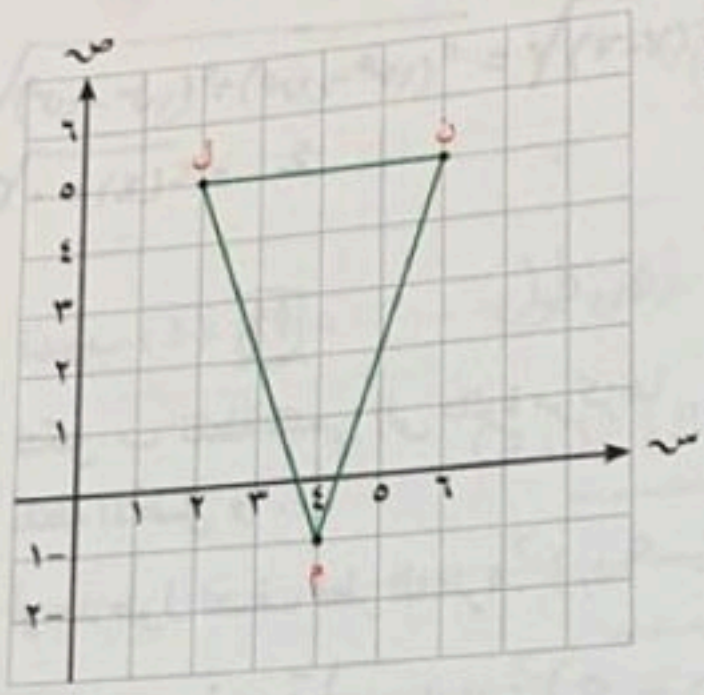
= $\sqrt{١٦ + ٢٥}$

= $\sqrt{٤١}$ وحدة طول

مثال (٢) :

في الشكل أدناه : بيِّن نوع المثلث ل م ن بالنسبة إلى أطوال أضلاعه حيث إحداثيات رؤوسه هي : ل (٢ ، ٥) ، م (٤ ، -١) ، ن (٦ ، ٥) .

الحل :



$$ل م = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٤ - ٢)^٢ + (-١ - ٥)^٢}$$

$$= \sqrt{(٢)^٢ + (-٦)^٢}$$

$$= \sqrt{٤ + ٣٦}$$

$$= \sqrt{٤٠}$$

$$= \sqrt{٤ \times ١٠} = ٢\sqrt{١٠}$$ وحدة طول

$$م ن = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٦ - ٤)^٢ + (-١ - ٥)^٢}$$

$$= \sqrt{(٢)^٢ + (٦)^٢}$$

$$= \sqrt{٤ + ٣٦}$$

$$= \sqrt{٤٠}$$

$$= \sqrt{٤ \times ١٠} = ٢\sqrt{١٠}$$ وحدة طول

$$ل ن = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(٦ - ٢)^٢ + (٥ - ٥)^٢}$$

$$= \sqrt{(٤)^٢ + (٠)^٢}$$

$$= \sqrt{١٦}$$

= ٤ وحدة طول

∵ المثلث ل م ن فيه ل م = م ن

∴ **المثلث ل م ن متطابق الضلعين**

@math_for_life

تدرّب (٣) :

استخدم الحساب الذهني لإيجاد البعد بين النقطتين التاليتين :

١ أ (٧ ، -٦) ، ب (٧ ، -٢)

ب ل (٠ ، -٤) ، ن (٣ ، ٠)

أ ب = $\sqrt{(س_{١} - س_{٢})^{٢} + (ص_{١} - ص_{٢})^{٢}}$ = $\sqrt{(٧-٧)^{٢} + (-٢-(-٦))^{٢}}$

= $\sqrt{٠^{٢} + (٤)^{٢}}$ = ٤

ل ن = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

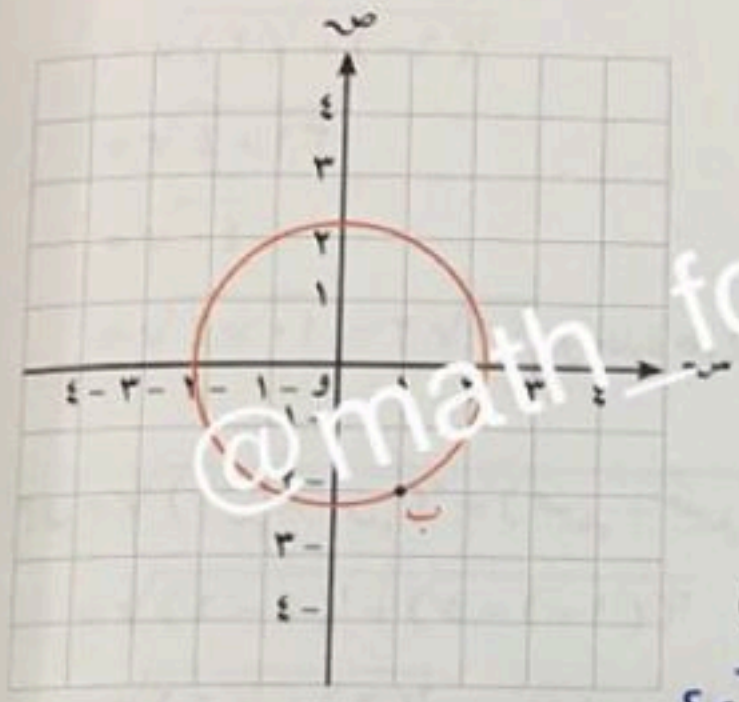
= $\sqrt{(٣-٠)^{٢} + (٠-(-٤))^{٢}}$

= $\sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٩+١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

تدرّب (٤) :

لتكن ب نقطة تنتمي إلى دائرة مركزها نقطة الأصل و .

أوجد طول نصف قطر الدائرة .



@math_for_life

$\overline{ب و}$ تمثل نصف قطر الدائرة

إحداثيات النقطتين ب ، و هما :

ب (١ ، -٢) ، و (٠ ، ٠)

ب و = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

= $\sqrt{(٠-١)^{٢} + (٠-(-٢))^{٢}}$

= $\sqrt{(-١)^{٢} + (٢)^{٢}}$ = $\sqrt{١+٤}$

= $\sqrt{٥}$ وحدة طول

تمـــرّن :

١ أوجد البعد بين النقطتين أ (٤ ، ٢) ، ب (٧ ، ٦) .

أ ب = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

= $\sqrt{(٧-٤)^{٢} + (٦-٢)^{٢}}$

= $\sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٩+١٦}$

= $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

٢ إذا كانت أ (٨، -٣)، ب (٢، ٥)، أوجد طول $\overline{أب}$.

$أب = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٢ - ٨)^2 + (٥ - -٣)^2}$

$= \sqrt{(-٦)^2 + (٨)^2}$

$= \sqrt{٣٦ + ٦٤}$

$= \sqrt{١٠٠} = ١٠$ وحدة طول

٣ أوجد البعد بين النقطتين ع (-٣، ٥)، ك (-١، ٥).

$ع ك = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-١ - -٣)^2 + (٥ - ٥)^2}$

$= \sqrt{(٢)^2 + (٠)^2} = \sqrt{٤}$

$= ٢$ وحدة طول

٤ أوجد البعد بين النقطتين ل (٤، ٠)، ن (٠، -٢).

$ل ن = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٠ - ٤)^2 + (-٢ - ٠)^2}$

$= \sqrt{(-٤)^2 + (-٢)^2} = \sqrt{١٦ + ٤}$

$= \sqrt{٢٠}$ وحدة طول

٥ لتكن أ (٥، ١٢) نقطة تنتمي إلى دائرة مركزها نقطة الأصل و ٠ و = (٠، ٠)
أوجد طول نصف قطر الدائرة.

$أ و = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٠ - ٥)^2 + (٠ - ١٢)^2}$

$= \sqrt{(-٥)^2 + (-١٢)^2} = \sqrt{٢٥ + ١٤٤} = \sqrt{١٦٩}$

$= ١٣$ وحدة طول

@math_for_life

٦ $\overline{ط ل}$ قطر في دائرة حيث ط (٠، ٢) ، ل (٨، -٤) .
أوجد طول نصف قطر الدائرة .

$ط ل = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(٨ - ٠)^2 + (-٤ - ٢)^2}$

$= \sqrt{(٨)^2 + (-٦)^2} = \sqrt{٦٤ + ٣٦} = \sqrt{١٠٠}$

طول $\overline{ط ل}$ = ١٠ وحدة طول

طول نصف القطر = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥ وحدات طول

٧ أوجد طول قطر المستطيل أ ب جـ د الذي إحداثيات رؤوسه هي :
أ (٦، ٢) ، ب (٦، ٨) ، جـ (-١، ٨) ، د (-١، ٢)

قطرا المستطيل متطابقان

قطر المستطيل هو طول $\overline{أ جـ}$ أو $\overline{ب د}$

$أ جـ = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \sqrt{(-١ - ٦)^2 + (٨ - ٢)^2}$

$= \sqrt{(-٧)^2 + (٦)^2} = \sqrt{٤٩ + ٣٦} = \sqrt{٨٥}$

وحدة طول

@math_for_life

٨ بين نوع المثلث ل م ن بالنسبة إلى أطوال أضلاعه حيث إحداثيات رؤوسه هي :

ل (٣ ، -٥) ، م (-٣ ، ٠) ، ن (١ ، ٢) .

ل م = $\sqrt{(س_م - س_ل)^2 + (ص_م - ص_ل)^2}$

= $\sqrt{(-٣ - ٣)^2 + (٠ - -٥)^2}$ = $\sqrt{(-٦)^2 + (٥)^2}$

= $\sqrt{٣٦ + ٢٥}$ = $\sqrt{٦١}$ وحدة طول

ل ن = $\sqrt{(س_ن - س_ل)^2 + (ص_ن - ص_ل)^2}$

= $\sqrt{(١ - ٣)^2 + (٢ - -٥)^2}$ = $\sqrt{(-٢)^2 + (٧)^2}$

= $\sqrt{٤ + ٤٩}$ = $\sqrt{٥٣}$ وحدة طول

م ن = $\sqrt{(س_ن - س_م)^2 + (ص_ن - ص_م)^2}$

= $\sqrt{(١ - -٣)^2 + (٢ - ٠)^2}$

= $\sqrt{(٤)^2 + (٢)^2}$ = $\sqrt{١٦ + ٤}$ = $\sqrt{٢٠}$ = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

مختلف الأضلاع

@math_for_life