

## مساحة السطح – القوانين الجبرية لمساحة السطح

### Surface Area – Algebraic Formulas Of Surface Area

٢-٥

سوف تتعلّم : كيفية إيجاد مساحة سطح المجسّم المتعدّد السطوح .

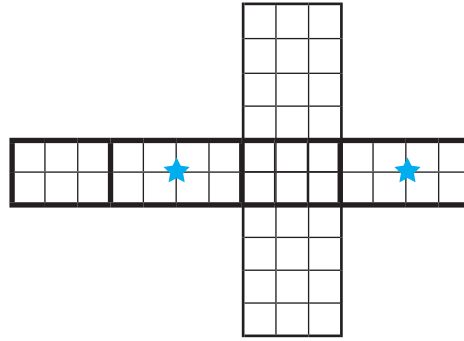
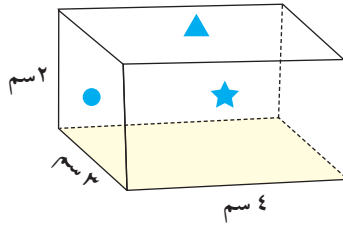


يُعتبر هرم خوفو واحدًا من أشهر وأبرز رموز الحضارة الفرعونية ، ويُعدّ هذا الهرم الأكبر إحدى عجائب الدنيا السبع حيث بلغ ارتفاع الهرم ١٤٩ مترًا تقريبًا وطول قاعدته المربعة الشكل ٢٣٠ متر .

نشاط :



أمامك شبكة لمنشور مرسومة على ورقة مربّعات . ( الأوجه المتطابقة لها نفس الرمز ) .



١ حدّد الأوجه المتطابقة على الشبكة وُضِعَ الرموز المناسبة .

٢ أوجد مساحة كلّ وجه من أوجه المنشور .  $(2 \times 12) + (2 \times 6) + (2 \times 8)$

٣ ما مجموع مساحات أوجه المنشور ؟  $52 = 24 + 12 + 16$  وحدة مربعة

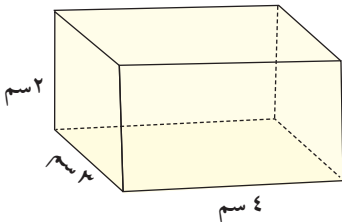
**مساحة سطح المنشور = مجموع مساحات جميع أوجه المنشور .**

يمكنك إيجاد مساحة سطح شبه المكعب بطريقة مختصرة :

**لاحظ أنّ :**

كلّ وجهين متقابلين متطابقان ولهما المساحة نفسها

$$\begin{aligned} & (2 \times 3) \times 2 + (2 \times 4) \times 2 + (3 \times 4) \times 2 = \\ & 12 + 16 + 24 = \\ & 52 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

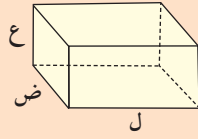


العبارات والمفردات :

مساحة السطح ( م )  
Surface Area

تذكّر أنّ :

- مساحة المربع  
 $(\text{طول الضلع})^2 = l^2$
- مساحة المستطيل  
 $\text{الطول} \times \text{العرض} = l \times w$
- مساحة المثلث  
 $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times c \times h = \frac{c \times h}{2}$
- يُرمز لـ :  
الطول ( ل )  
العرض ( ض )  
الارتفاع ( ع )  
القاعدة ( ق )



مساحة السطح (م) لمنشور طوله (ل)، وعرضه (ض)، وارتفاعه (ع) هي مجموع مساحات أوجهه .  
 $م = ٢ ل ض + ٢ ل ع + ٢ ض ع$

#### معلومات مفيدة :

يستخدم منجدو الأثاث مساحة السطح عند تصميم الأغطية والمراتب .

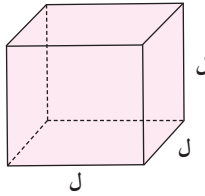


#### فكر وناقش

صف بطريقة مختصرة كيفية إيجاد مساحة سطح المكعب . اشرح ذلك .  
 توجد مساحة أحد أوجهه ثم تضرب هذه المساحة في ٦ ،  $م = ٦ ل^٢$

#### لاحظ أن :

المكعب وشبه المكعب أبعادهما متساوية .



$$م = ٦ ل^٢$$

أو

$$مساحة سطح المكعب = ٦ ل^٢$$

#### تدرب (١)

تريد إسراء تغليف صندوق الهدية المبين في الشكل المقابل . إذا كانت تكلفة المتر المربع من ورق تغليف الهدايا ١,٥٠٠ دينار . فكم تكلفة الحد الأدنى من الورق اللازم لتغليف الصندوق ؟  
 صندوق الهدية هو مجسم لمكعب طول ضلعه ٣ دسم .



$$م = ٦ ل^٢$$

$$= ٦ (٣)^٢$$

$$= ٦ \times ٩ = ٥٤ \text{ دسم}^٢$$

$$= ٥٤ \times ١,٥٠٠ = ٨١,٠٠٠ \text{ دينارًا}$$

إذا تكلفة تغليف الصندوق =  $٨١,٠٠٠$  دينارًا .

#### تذكر أن :

- $١م = ١٠٠ دسم$  في القانون الجبري
- $٦ ل^٢$  العدد (٢) يمثل الأس وهذا يعني أنه يجب عليك ضرب قيمة ل في نفسها .
- طبقاً لترتيب العمليات يجب عليك إجراء عملية الضرب قبل إجراء عملية الجمع .

#### تدرب (٢)

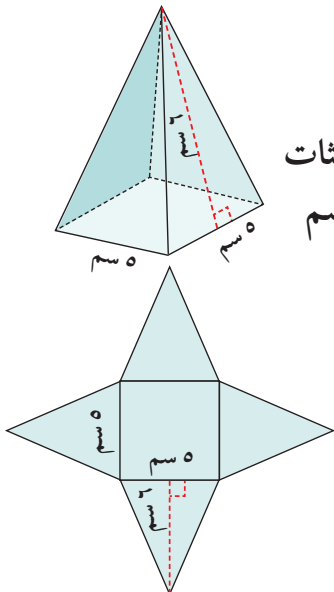
أوجد مساحة سطح الهرم الموضح بالرسم .

تكوّن شبكة المجسم من مربع طول ضلعه ٥ سم + ٤ مثلثات متطابقة طول قاعدة كل منها ٥ سم ، وارتفاع كل منها ٦ سم  
 مساحة سطح الهرم = مساحة المربع + ٤ × مساحة المثلث

$$م = (٥ \times ٥) + ٤ \times \left( \frac{١}{٢} \times ٥ \times ٦ \right)$$

$$= ٢٥ + ٦٠ = ٨٥ \text{ سم}^٢$$

$$= ٨٥ \text{ سم}^٢$$



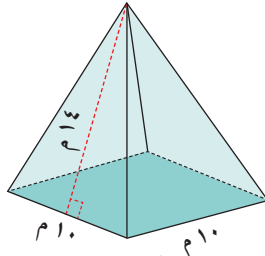
إذا كانت الأوجه المثلثية للهرم متطابقة ، فإنه يمكن استخدام الطريقة المختصرة الآتية لإيجاد مساحة سطحه :

**مساحة سطح الهرم = مساحة القاعدة + ( عدد الأوجه المثلثية × مساحة سطح أي منها )**

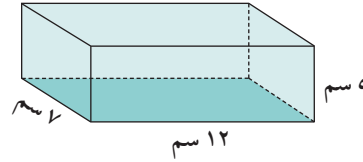
### فكر وناقش

كيف تحسب مساحة سطح هرم قاعدته خماسي منتظم أو سداسي منتظم ؟  
توجد مساحة القاعدة ثم توجد مساحة أحد الأوجه وتضرب في عدد الأوجه وأخيرًا  
تجمع مساحة القاعدة ومجموع مساحة الأوجه المتطابقة .  
**تدرب ( ٣ ) :**

أوجد مساحة سطح كل مجسم :



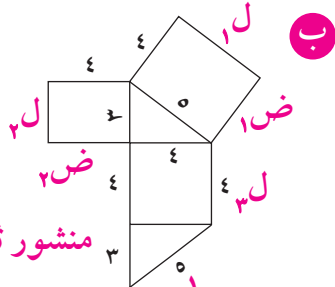
$$\begin{aligned} \text{م} &= 10 + 4 \times \left( \frac{1}{2} \times 10 \times 14 \right) \\ \text{م} &= 10 + 4 \times \left( \frac{1}{2} \times 10 \times 14 \right) \\ \text{م} &= 100 + 280 = 380 \end{aligned}$$



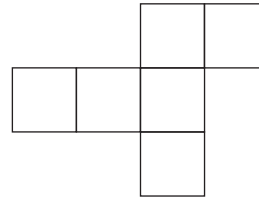
$$\begin{aligned} \text{م} &= (12 \times 5 \times 2) + (7 \times 5 \times 2) + (12 \times 7 \times 2) \\ \text{م} &= 120 + 70 + 168 = 358 \end{aligned}$$

### تمرّن :

١ أوجد مساحة كل شبكة ، أذكر اسم كل مجسم يمكن تكوينه من الشبكة :



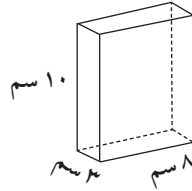
$$\begin{aligned} \text{م} &= 2 \times \left[ \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \right] + [4 \times 4] \\ \text{م} &= 2 \times \left[ \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \right] + [4 \times 4] \\ \text{م} &= 2 \times (6) + 16 = 12 + 16 = 28 \end{aligned}$$



طول كل ضلع ٢ ، ٠ سم

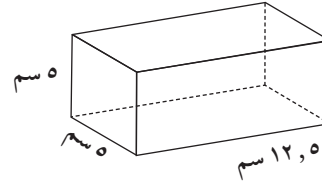
$$\begin{aligned} \text{م} &= 6 \times 2 \\ \text{م} &= 6 \times (2 \times 2) \\ \text{م} &= 6 \times 4 = 24 \end{aligned}$$

٢ أوجد مساحة السطح لكل من المجسمات التالية :



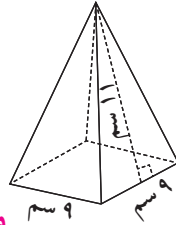
ب

$$[ (8 \times 10) + (10 \times 3) + (3 \times 8) ] \times 2 = \text{م} \\ [ 80 + 30 + 24 ] \times 2 = \\ 134 \times 2 = 268 \text{ سم}^2$$



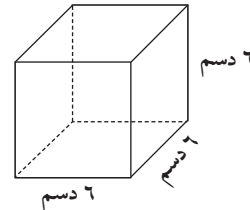
أ

$$[ (5 \times 5 \times 2) + (5 \times 12.5 \times 4) ] = \text{م} \\ 25 \times 2 + 62.5 \times 4 = \\ 50 + 250 = 300 \text{ سم}^2$$



د

$$[ \frac{11 \times 9}{2} \times 4 ] + (9 \times 9) = \text{م} \\ [ 99 \times 2 ] + 81 = \\ 198 + 81 = 279 \text{ سم}^2$$



ج

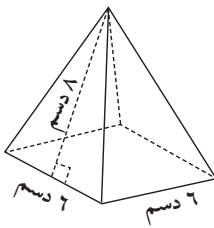
$$2(6) \times 6 = \text{م} \\ 36 \times 6 = \\ 216 \text{ دسم}^2$$

٣ أوجد مساحة سطح شبه المكعب في ما يلي حيث ل ، ض ، ع هي أبعاد شبه المكعب :

ل = ١ ، ٤ سم ، ض = ٣ سم ، ع = ٦ سم

$$[ (6 \times 4, 1) + (6 \times 3) + (3 \times 4, 1) ] \times 2 = \text{م} \\ 54, 9 \times 2 = [ 24, 6 + 18 + 12, 3 ] \times 2 = \\ 109, 8 \text{ سم}^2$$

٤ تريد مها تغطية الهرم المبيّن في الشكل بورق معدني مذهّب :



أ ما الحد الأدنى من الديسيّمترات المربعة من الورق المعدني الذي سوف تحتاج إليه ؟

الحد الأدنى = مساحة سطح الهرم المقابل

$$[ (8 \times 8) + (\frac{6 \times 8}{2} \times 4) ] = \text{م} \\ 64 + 96 = 160 \text{ دسم}^2$$

ب إذا كانت تكلفة المتر المربع ٨٠٠, ٠ دينار ، فأوجد المبلغ الذي ستدفعه مها .

$$160 \text{ دسم}^2 \Rightarrow 1, 6 \text{ م} \text{ المبلغ الذي ستدفعه } = 1, 6 \times 800, 0 = 1, 2800, 0 \text{ دينار}$$

٥ اشترت دانة كعكة طولها ٥ دسم ، وعرضها ٣ دسم وارتفاعها ٢ دسم ، اقترح أبعاداً مناسبة لصنع علبة كرتونية على شكل منشور رباعي قائم لوضع الكعكة فيه . ثم احسب مساحة سطح العلبة .



من الممكن اقتراح الأبعاد التالية ( أو حسب رأي كل متعلّم مع قبول حلول معقولة ) الأبعاد ل = ٦ دسم ، ق = ٤ دسم ، ع = ٣ دسم ( علبة على شكل شبه مكعب )

$$[ (6 \times 3) + (3 \times 4) + (4 \times 6) ] \times 2 = \text{م} \\ 54 \times 2 = [ 18 + 12 + 24 ] \times 2 = \\ 108 \text{ دسم}^2$$