

محيط ومساحة الدائرة Circumference and Area of a Circle

٦-٤

سوف تتعلّم : طريقة إيجاد محيط ومساحة المنطقة الدائرية .

نشاط (١) :



أمامك ثلاث علب أسطوانية الشكل :



لإيجاد محيط المنطقة الدائرية التي تمثل إحدى قاعدتي الأسطوانة ، إتبع الخطوات التالية :

- ١ قس طول قطر المنطقة الدائرية .
- ٢ قس محيط المنطقة الدائرية باستخدام الشريط المترى .
- ٣ أكمل الجدول التالي :

المحيط ÷ طول القطر	المحيط	طول القطر	المنطقة الدائرية
			١
			٢
			٣

نلاحظ ممّا سبق أنّ :

بالنسبة إلى أيّ دائرة يكون ناتج قسمة محيطها على طول قطرها يساوي تقريبًا ٣,١٤١٥٩٢٦٥ وتُسمّى هذه القيمة **ط** ويُرمز لها بالرمز اليوناني π . لأنّ عدد المنزلات العشرية لا نهائي فيستخدم العدد ٣,١٤ كقيمة تقريبية له .

$$\pi = \frac{\text{المحيط}}{\text{طول القطر}}$$

$$\text{المحيط} = \text{طول القطر} \times \pi$$

$$= ٢ \text{ نق} \times \pi$$

العبارات والمفردات :

المحيط
Circumference
ط هي π
Pi

معلومات مفيدة :

يحتاج راكبو الدراجات إلى حساب محيط إطارات الدراجة عند ضبط مؤشر السرعة .



تذكّر أنّ :

ق : طول قطر الدائرة
نق : طول نصف قطر الدائرة



$$3,14159265 \approx \pi$$

$$\frac{22}{7} \approx \pi$$

محيط المنطقة الدائرية = 2π نق

بما أن القطر = 2 نق \iff ق = 2 نق

محيط المنطقة الدائرية = π نق

تدرّب (١) :

١ (باعتبار $\pi = 3,14$ أو $\pi = \frac{22}{7}$) أوجد محيط إطار سيارّة إذا كان طول نصف



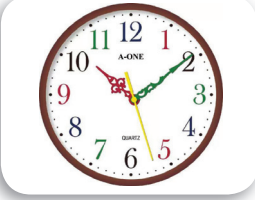
قطره يساوي ٤٠ سم .

المحيط = 2π نق

$$\begin{aligned} \text{مح} &= 2 \times 3,14 \times 40 = \\ \text{مح} &= 251,2 \text{ سم} \end{aligned}$$

تدرّب (٢) :

٢ ساعة حائط دائرية الشكل طول قطرها ٥٠ سم ، أوجد محيط الساعة .



المحيط = 2π نق

$$\begin{aligned} \text{مح} &= 2 \times 3,14 \times 25 = \\ \text{مح} &= 157 \text{ سم} \end{aligned}$$

تدرّب (٣) :

٣ قطعة نقود معدنية إذا كان محيطها $\approx 9,42$ سم ، أوجد طول قطرها .



المحيط = π ق

$$\begin{aligned} 9,42 &= \pi \times \text{ق} \\ 9,42 &= 3,14 \times \text{ق} \\ \text{ق} &= \frac{9,42}{3,14} = 3 \text{ سم} \end{aligned}$$

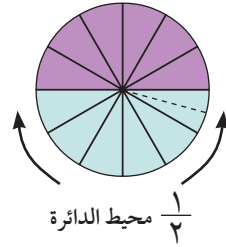
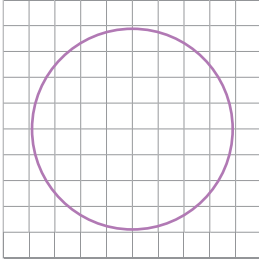
فكر وناقش

عندما تقوم بضرب طول قطر الدائرة في π لتحصل على محيط الدائرة ، لماذا تكون الإجابة غير دقيقة ؟ لأن π عدد غير منتهٍ

HINT

في بعض الآلات الحاسبة مفتاح يحمل العلامة π يمكن الضغط عليه لإدخال القيمة التقريبية له . إذا كان طول قطر دائرة يساوي ١٥,٧ ، فأدخل 1 5 . 7 \times π = سوف تحصل على المحيط .

مساحة المنطقة الدائرية



إنَّ ارتفاع متوازي الأضلاع هو
بمثابة طول نصف قطر الدائرة



نصف المحيط
إنَّ طول قاعدة متوازي الأضلاع (ق)
هي $\frac{1}{2}$ محيط الدائرة تقريبًا .

معلومات مفيدة :

قرّر الإغريق منذ
آلاف السنين أنه لإيجاد
مساحة الدائرة يجب
رسم مربع له المساحة
نفسها ، وقد تبين في
ما بعد أن هذه الطريقة
مستحيلة .

نشاط (٢) :

تأمل الدائرة في الشكل المقابل ، لإيجاد مساحتها
يمكننا محاولة عدّ الوحدات المربعة التي تغطّيها ، ولكنّ
الإجابة تكون غير دقيقة . لماذا ؟

لإيجاد مساحة المنطقة الدائرية ، نتبع الخطوات التالية :

- ١ قسّم الدائرة إلى عدد من القطاعات الدائرية المتطابقة .
- ٢ ضع القطاعات معكوسة لتحصل على شكل هندسي .

أكمل كلاً ممّا يلي :

- ١ ما الشكل الهندسي الذي تمّ الحصول عليه ؟

متوازي أضلاع

- ٢ حدّد من على الرسم كلاً من القاعدة والارتفاع .

$\frac{1}{2}$ محيط الدائرة يمثل القاعدة
طول نصف قطر يمثل الارتفاع

مساحة المنطقة الدائرية = مساحة منطقة متوازي الأضلاع

$$\begin{aligned}
 &= ق \times ع \\
 &= \frac{1}{2} \text{ المحيط} \times نق \\
 &= \frac{1}{2} (٢ \times \pi \times نق) \times نق \\
 &= \pi \times نق \times نق \\
 &= \pi \times نق^2
 \end{aligned}$$

نلاحظ أنّ :

محيط المنطقة الدائرية = $\pi \times نق^2$

تدرّب (٢) :

أوجد مساحة سجّادة دائرية الشكل كما في الشكل المقابل : (مستخدماً $\frac{22}{7} = \pi$)



$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \pi \times \text{نق}^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= 154 \text{ م}^2 \end{aligned}$$

تدرّب (٣) :



مرايا دائرية الشكل طول قطرها ٢٠ سم
أوجد مساحتها (مستخدماً $\pi = 3.14$)

$$\begin{aligned} \text{المساحة} &= \pi \times \text{نق}^2 \\ &= 3.14 \times 10 \times 10 \\ &= 314 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$

مثال :

قام مهندس زراعي بتصميم شبكة تنقيط مياه دائرية الشكل يبلغ محيطها ٤٤ م . أوجد طول نصف قطر الشبكة ، ثم أوجد مساحة المنطقة الدائرية التي تغطّيها الشبكة (مستخدماً $\frac{22}{7} = \pi$) .

الحل :

$$\begin{aligned} \text{محيط المنطقة الدائرية} &= 2\pi \text{ نق} \\ 44 &= 2 \times \frac{22}{7} \times \text{نق} \\ 44 &= \frac{44}{7} \times \text{نق} \\ \text{نق} &= \frac{44}{\frac{44}{7}} = 7 \text{ م} \end{aligned}$$

$$\text{المساحة} = \pi \text{ نق}^2$$

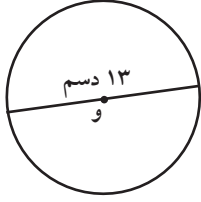
$$= \frac{22}{7} \times (7)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 49 = 154 \text{ م}^2$$

إذاً مساحة المنطقة الدائرية التي تغطّيها الشبكة تساوي ١٥٤ م^٢

تمرّن :

١ أوجد محيط ومساحة كلّ من الأشكال التالية ، حيث و هي مركز الدائرة
(مستخدماً $\pi = 3,14$) .

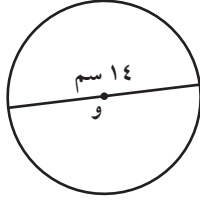


المحيط =

٤٠,٨٢ دسم

المساحة =

١٣٢,٦٦٥ دسم^٢

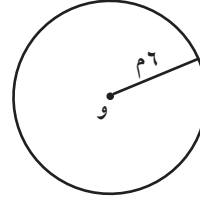


المحيط =

٤٣,٩٦ سم

المساحة =

١٥٣,٨٦ سم^٢



المحيط =

٣٧,٦٨ م

المساحة =

١١٣,٠٤ م^٢

٢ أوجد مساحة ومحيط كلّ من الدوائر التالية ، حيث (نق) هو طول نصف القطر
و (ق) طول القطر (مستخدماً $\pi = \frac{22}{7}$) .

ب ق = ٨,٢ سم

المحيط =

٨,٨ سم

المساحة =

٦,١٦ سم^٢

أ نق = ١٤ سم

المحيط =

٨٨ سم

المساحة =

٦١٦ سم^٢



٣ قطعة أرض دائرية الشكل محيطها ٦٢,٨ م ،
أوجد طول نصف قطرها ومساحتها .

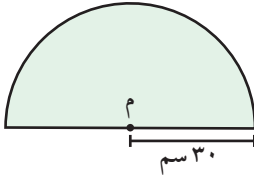
المحيط $\pi = ق$

$$٦٢,٨ = ق \times ٣,١٤$$

$$ق = \frac{٦٢,٨}{٣,١٤} = ٢٠ م ، نق = ١٠ م$$

$$المساحة = \pi نق^2 = ٣١٤ م^2$$

٤ نافذة على شكل نصف دائرة مركزها م ، طول نصف قطر الدائرة ٣٠ سم :



أ أحسب مساحة النافذة .

$$مساحة النافذة = \frac{1}{2} \pi نق^2$$

$$= \frac{1}{2} \times ٣,١٤ \times ٣٠ \times ٣٠$$

$$= ١٤١,٣ سم^2$$

ب أحسب محيط النافذة .

$$محيط نصف الدائرة = \frac{1}{2} \times ٢ \pi نق$$

$$= \frac{1}{2} \times ٢ \times ٣,١٤ \times ٣٠ = ٩٤,٢ سم$$

$$محيط النافذة = ٩٤,٢ + ٦٠ = ١٥٤,٢ سم$$