

الرياضيات



البنود الموضوعية

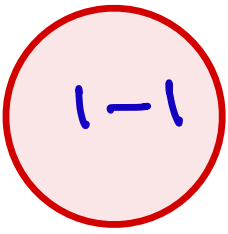
مراجعة ليلة الامتحان

الصف الثاني عشر علمي

الفترة الدراسية الأولى







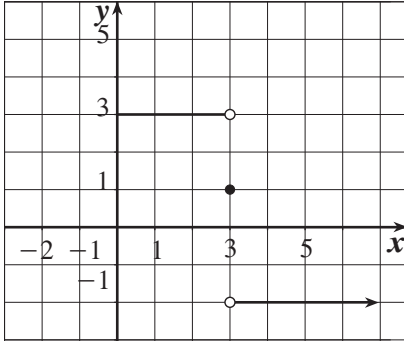
## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -2$  (في الرسم البياني أدناه)

(a)

(b)



(2)  $\lim_{y \rightarrow 2} \frac{y^2 + 5y + 6}{y + 2} = 5$

(a)

(b)

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 - 16x^2} = 0$

(a)

(b)

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$

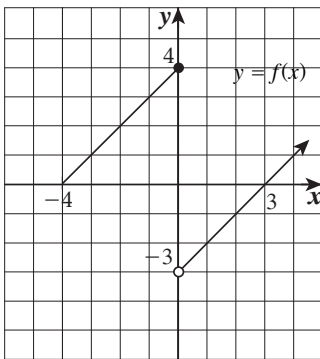
(a)

(b)

(5)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - |x| + 2) = 3$

(a)

(b)



في التمارين (6-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الشكل المقابل هو بيان دالة  $f$ .

العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$





(7)  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 + 3x^2 - 2x - 17) =$

(a) 17

(b) -17

(c) 9

(d) -9

(8)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} =$

(a) 1

(b) 0

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) غير موجودة

(9)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 5x + 2} =$

(a) 1

(b) 0

(c)  $\frac{1}{2}$

(d)  $\frac{1}{3}$

(10)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$

(a) -1

(b) 1

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 0

(11)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} =$

(a)  $\frac{1}{2}$

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{4}$

(d)  $-\frac{1}{4}$

(12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$

(a)  $-\frac{1}{2}$

(b)  $\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{4}$

(d)  $-\frac{1}{4}$

(13)  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

(14)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} =$

(a) 9

(b) 0

(c) -3

(d) -9





نهايات تشتمل على  $-\infty$ ،  $\infty$

Limits Involving  $-\infty$ ،  $\infty$

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (1-4)، أوجد:

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-2}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^3}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x+3}$

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \left( 2 - \frac{x}{x+1} \right) \left( \frac{x^2}{5+x^2} \right) \right)$

في التمارين (5-8)، أوجد إن أمكن:

✗ (5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4x^2}}$

✗ (6)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{|x-5|}$

✗ (7)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-7}{|x+2|}$

✗ (8)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^8}}$

في التمارين (9-12)، أوجد إن أمكن معادلات الخطوط المقاربة الرأسية والأفقية لكل مما يلي:

✗ (9)  $f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{2x^2+5x}$

✗ (10)  $f(x) = \frac{x-2}{2x^2+3x-5}$

✗ (11)  $f(x) = \frac{4x^3-2x+1}{x^3+x^2}$

✗ (12)  $f(x) = \frac{4x}{2x^2-5x+2}$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

✗ (1)  $\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{1}{(x+4)^9} = -\infty$

(a)

(b)

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{|x|-3} = 2$

(a)

(b)

(3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-3}{x+3} = -1$

(a)

(b)

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$

(a)

(b)

(5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(a)

(b)



في التمارين (6 – 13)، ظلّ رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{|x|+1} =$

(a) 0

(b) 1

(c)  $\infty$

(d)  $\frac{1}{2}$

(7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 1

(d) 0

(8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) \left( \frac{5x^2 - 1}{x^2} \right) =$

(a) 0

(b) 5

(c) 1

(d)  $-\infty$

(9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-|x+3|}{2x} =$

(a)  $\frac{1}{2}$

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\infty$

(d)  $-\infty$

✗ (10)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5 =$

(a) 0

(b) 2

(c)  $\infty$

(d)  $-\infty$

✗ (11)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2}{(x-4)^3} =$

(a)  $\infty$

(b) 2

(c)  $-\infty$

(d) 0

✗ (12) المقارب الأفقي والمقارب الرأسى لمنحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{2x-3}{2x+1}$  هما:

(a)  $y = 2$  ,  $x = \frac{1}{2}$

(b)  $y = 2$  ,  $x = -\frac{1}{2}$

(c)  $y = 1$  ,  $x = -\frac{1}{2}$

(d)  $y = 1$  ,  $x = \frac{1}{2}$

✗ (13) المقارب الأفقي والمقاربات الرأسية لمنحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-9}$  هي:

(a)  $y = 3$  ,  $x = 3$  ,  $x = -3$

(b)  $y = 3$  ,  $x = 9$  ,  $x = -9$

(c)  $y = -3$  ,  $x = 3$  ,  $x = -3$

(d)  $y = 0$  ,  $x = 3$  ,  $x = -3$



في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 + 7x - 8) = \infty$  (a) (b)
- (2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = -\infty$  (a) (b)
- (3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x - 3) = -\infty$  (a) (b)
- (4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x + 4}{3x^2 - 5x + 1} = 0$  (a) (b)
- (5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 7x^2 - 1}{2x^3 - 4} = 2$  (a) (b)
- (6)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2}$  (a) (b)

في التمارين (7-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

- (7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$   
 (a)  $\infty$  (b)  $\frac{1}{2}$  (c) 0 (d)  $-\infty$
- (8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 + 1}} =$   
 (a)  $\infty$  (b)  $-\infty$  (c) 3 (d) -3
- (9)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x + 3}{\sqrt{9x^2 - 2x + 4}} =$   
 (a)  $\frac{5}{3}$  (b)  $-\frac{5}{3}$  (c)  $\frac{5}{9}$  (d)  $-\frac{5}{9}$
- (10)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 1}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} =$   
 (a) -1 (b)  $-\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d) 1

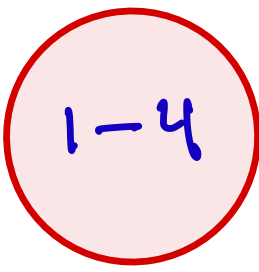
(11) إذا كان:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx^2 + nx + 4}{\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = -2$  فإن قيم  $m$  ,  $n$  هي:

- (a)  $m = 0$  ,  $n = -2$  (b)  $m = 0$  ,  $n = 2$  (c)  $m = 1$  ,  $n = -1$  (d)  $m = 1$  ,  $n = 1$

(12) إذا كانت:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 3}}{mx^2 + nx - 4} = 1$  فإن قيم  $m$  ,  $n$  هي:

- (a)  $m = 0$  ,  $n = -2$  (b)  $m = 0$  ,  $n = 2$  (c)  $m = 0$  ,  $n = 4$  (d)  $m = 0$  ,  $n = -4$





## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

✗ (1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{2x} = \frac{3}{2}$

(a)

(b)

✗ (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 2x}{4x} = \frac{1}{2}$

(a)

(b)

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

(a)

(b)

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$

(a)

(b)

✗ (5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 \sin x + 5x^3}{4x^3} = 2$

(a)

(b)

في التمارين (6-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d)  $\infty$

✗ (7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 3 + x^2 \sin \frac{1}{x} \right) =$

(a) 0

(b) 4

(c) 3

(d)  $\infty$

✗ (8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x \cos x}{2x^2} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) -2

(d) 2

(9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5 \sin^2 x}{3x^2} =$

(a) 3

(b) 9

(c) 0

(d)  $\infty$

✗ (10)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \cos x}{|2x|} =$

(a)  $\frac{1}{2}$

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c) 0

(d)  $\infty$



## المجموعة B تمارين موضوعية


في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- (1) الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$  متصلة عند  $x = -2$  (a) (b)
- (2) الدالة:  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$  متصلة عند كل  $x \in \mathbb{R}$  (a) (b)
- (3) الدالة:  $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$  متصلة عند  $x = -1$  (a) (b)
- (4) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  وكان  $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$  فإن  $f(-1) = 1$  (a) (b)


في التمارين (5-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) نقاط انفصال الدالة  $f(x) = \cot x$  هي: 

- (a)  $0, \pi$  (b)  $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- (c)  $k\pi, k \in \mathbb{Z}$  (d)  $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(6) نقاط الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$  التي يمكن التخلص من الانفصال عندها هي: 

- (a) 2 (b) -2, 2 (c) -2 (d) -5, 2

(7) نقاط الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{2x^3 + 16}{x^2 + x - 2}$  التي لا يمكن التخلص من الانفصال عندها هي: 

- (a) -1, 2 (b) -2 (c) 1, -2 (d) 1

(8) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = 2$  فإن  $f(x)$  يمكن أن تكون:

- (a)  $\frac{1}{|x-2|}$  (b)  $\sqrt{x-2}$  (c)  $\frac{|x-2|}{x-2}$  (d)  $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$

(9) إذا كانت الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$  فإن:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$  (b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  موجودة (d)  $x = 2$  متصلة عند  $f$



(10)  لتصبح الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$  متصلة عند  $x = 1$ ، يجب إعادة تعريفها على الشكل التالي:

- (a)  $\begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & , \quad x \neq 1, \quad x \neq -1 \\ \frac{3}{2} & , \quad x = 1 \end{cases}$       (b)  $\begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & , \quad x > 1 \\ \frac{3}{2} & , \quad x = 1 \end{cases}$
- (c)  $\begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & , \quad x \neq 1, \quad x \neq -1 \\ \frac{1}{2} & , \quad x = 1 \end{cases}$       (d) لا يمكن إعادة تعريفها

(11) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$  فإن  $f(-2)$  تساوي:

- (a) 3      (b) 5
- (c) 9      (d) 11

(12) إذا كانت الدالة  $g$  متصلة عند  $x = 1$  وكانت النقطة  $(-3, 1)$  تقع على منحنى الدالة  $g$  فإن  $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x))^2$  تساوي:

- (a) -6      (b) -3
- (c) 1      (d) 9

في التمارين (13-15)، توجد قائمتان. اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2) لتحصل على عبارة صحيحة:  
إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = a$ ،  $a \in \mathbb{Z}$  وكانت:

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) $g(x) = \begin{cases} x+1 & : \quad x > a \\ 3-x & : \quad x \leq a \end{cases} \Rightarrow a =$	(a) -1
	(b) 2
(14) $g(x) = \begin{cases} 2ax-2 & : \quad x \neq a \\ 3a & : \quad x = a \end{cases} \Rightarrow a =$	(c) 0
	(d) 1
(15) $g(x) = \begin{cases} 3x^2 & : \quad x > a \\ 2x & : \quad x \leq a \end{cases} \Rightarrow a =$	(e) $\frac{2}{3}$



(9) لتكن:  $f(x) = 2x^2 - 3$  ،  $g(x) = \sqrt{x+4}$  . ابحث اتصال الدالة  $g \circ f$  عند  $x = -2$

(10) ابحث اتصال الدالة  $f$ :  $f(x) = |\sqrt{x} - 3|$  عند  $x = 4$

(11) ابحث اتصال الدالة  $g$ :  $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} - |x - 3|$  عند  $x = 3$

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

- |     |     |  |
|-----|-----|--|
| (a) | (b) | (1) الدالة $f$ : $f(x) = x^2 +  x - 1 $ متصلة عند $x = 3$                  |
| (a) | (b) | (2) الدالة $f$ : $f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x = 0$ |
| (a) | (b) | (3) الدالة $f$ : $f(x) = \frac{2x-2}{ x -1}$ متصلة عند $x = 0$             |
| (a) | (b) | (4) الدالة $f$ : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$     |
| (a) | (b) | (5) الدالة $f$ : $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ متصلة عند $x = 2$           |

في التمارين (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

- (6) نقاط انفصال الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{-x+2}{x^2+9}$  عند:
- |             |                         |
|-------------|-------------------------|
| (a) $x = 3$ | (b) $x = -3$            |
| (c) $x = 2$ | (d) لا يوجد نقاط انفصال |

(7) نقاط انفصال الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$  عند  $x$  تساوي:

- |            |            |           |             |
|------------|------------|-----------|-------------|
| (a) 1 , -1 | (b) 2 , -2 | (c) 1 , 2 | (d) -1 , -2 |
|------------|------------|-----------|-------------|

(8) لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = x^2 + 3, x \neq 0$  ، الدالة  $g$ :  $g(x) = \frac{x}{x-3}$  ، فإن:  $(g \circ f)(x)$  تساوي:

- |                                       |                         |                         |                         |
|---------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| (a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ | (b) $\frac{x^2}{x^2-3}$ | (c) $\frac{x^2+3}{x^2}$ | (d) $\frac{x^2}{x^2+3}$ |
|---------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

(9) لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$  ، الدالة  $g$ :  $g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$  ، فإن:  $(f \circ g)(x)$  تساوي:

- |                           |                                |                          |                         |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|
| (a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ | (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ | (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ | (d) $\frac{x^2+3}{ x }$ |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|



(10) لتكن الدالة  $f: f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g: g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي:

(a) 4

(b) -4

(c) 1

(d) -1

(11) إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 2$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي  $f(x)$  تساوي:

(a)  $\sqrt{g(x)}$

(b)  $\frac{1}{g(x)}$

(c)  $\frac{g(x)}{x-2}$

(d)  $|g(x)|$

(12) إذا كانت الدالة  $f: f(x) = \sqrt{x^2 - a}$  متصلة عند  $x = 3$  فإن  $a$  يمكن أن تساوي:

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25





في التمرينين (10-11)، أوجد قيم  $a, b$  بحيث تكون كل دالة متصلة على مجال تعريفها.

✗ (10)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - \sqrt{x} & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$

✗ (11)  $f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < -2 \\ \frac{x^2 - a}{x - b} & : -2 \leq x < 1 \\ x & : x \geq 1 \end{cases}$

(12) لتكن الدالة  $f: \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$ ، أوجد  $D_f$  ثم ادرس اتصالها على  $[0, 4]$

في التمرينين (13-14)، ادرس اتصال كل من الدوال التالية على مجالها:

(13)  $f(x) = \sqrt{8 - 2x^2}$

(14)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

في التمرينين (15-16)، ادرس اتصال كل من الدوال التالية على  $\mathbb{R}$ .

(15)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$

(16)  $f(x) = |3x^2 + 4x - 1|$

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على كل من  $[3, 5]$ ،  $[1, 3]$  فإن  $f$  متصلة على  $[1, 5]$  (a) (b)

(2) الدالة  $f: x^2 - |x|$  متصلة لكل قيم  $x \in \mathbb{R}$  (a) (b)

(3) الدالة  $f: \sqrt{x^2 - 4}$  متصلة على  $[-2, 2]$  (a) (b)

(4) الدالة  $f: \frac{2x-3}{x+2}$  متصلة على  $(-\infty, 0)$  (a) (b)

(5) الدالة  $f: \frac{x+1}{x-2}$  متصلة على  $(-\infty, 2)$  فقط (a) (b)


في التمارين (6-11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن الدالة  $f: \frac{x+1}{x-4}$  فإن الدالة  $f$ :

(a) لها نقطتي انفصال عند كل من  $x = -1$ ،  $x = 4$  (b) متصلة على  $(-\infty, 4]$

(c) متصلة على كل من  $(-\infty, 4)$ ،  $(4, \infty)$  (d) ليس أي مما سبق



(7)  إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-2, 3]$  فإن:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(3)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-2)$


(8) الدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على:

(a)  $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b)  $(5, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $(-5, 5)$

(9)  لتكن  $f$  : فإن  $f$  دالة متصلة على:


$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{2} & : x \leq -3 \\ \frac{\sqrt{x^2+16}}{2} & : -3 < x < 0 \\ \frac{4-x^2}{x-2} & : x \geq 0, x \neq 2 \end{cases}$$

(a)  $(-\infty, \infty)$

(b)  $(-\infty, 2)$

(c)  $(-\infty, 0]$

(d)  $(-\infty, -3]$

(10)  الدالة  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+m}{x-2} & : x < 1 \\ x+n & : x > 1 \\ 2m & : x = 1 \end{cases}$  متصلة على  $\mathbb{R}$  إذا كان:

(a)  $m = -1, n = 3$

(b)  $m = 1, n = -3$

(c)  $m = -1, n = -3$

(d)  $m = 1, n = 3$

(11) الدالة  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & : x > 1 \\ 3x & : x \leq 1 \end{cases}$  متصلة على:

(a)  $(-\infty, 1], (1, \infty)$

(b)  $(-\infty, 1), [1, \infty)$

(c)  $(-\infty, \infty)$

(d)  $(-\infty, 3]$



## معدلات التغير وخطوط المماس

### Rates of Change and Tangent Lines

#### المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (1-4)، أوجد ميل المماس في كل مما يلي عند النقاط المبينة:

(1)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  ,  $x = 2$

(2)  $f(x) = x^2 - 4x$  ,  $x = 1$

(3)  $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$  ,  $x = 2$

(4)  $f(x) = 4 - x^2$  ,  $x = 1$

(5) لتكن الدالة  $f: f(x) = \frac{2}{x}$

(a) أوجد ميل المماس لمنحنى  $f$  عند  $x = a$  حيث  $a \neq 0$ .

(b) تفكير ناقد. صف ماذا يحدث للمماس عند  $x = a$  عندما تتغير  $a$ .

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) ميل مماس منحنى الدالة  $f$  عند النقطة  $(c, f(c))$  هو  $\frac{f(c+h)-f(c)}{h}$  (a) (b)

(2) السرعة المتوسطة لجسيم متحرك على خط مستقيم هي:  $\bar{v} = \frac{d(t_1+h)-d(t_1)}{h}$  (a) (b)

(3) ميل مماس منحنى الدالة  $f: f(x) = x^2$  عند  $x = -2$  هو 4 (a) (b)

(4) ميل مماس منحنى الدالة  $f: f(x) = |x|$  عند  $x = -2$  هو 2 (a) (b)

(5) يكون مماس منحنى الدالة  $f: f(x) = 4$  عند النقطة  $(-1, 4)$  موازيًا لمحور السينات. (a) (b)



في التمرينين (6-7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) ميل مماس منحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = 9 - x^2$  عند  $x = 2$  هو:

- (a) -5      (b) -4      (c) 4      (d) 5

(7) ليكن منحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًا هي:

- (a) (3 , 0)      (b) (1 , 0)      (c) (2 , -1)      (d) (-1 , 2)

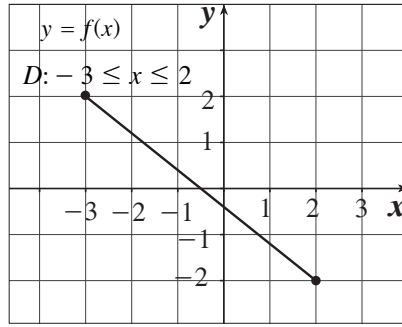




المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

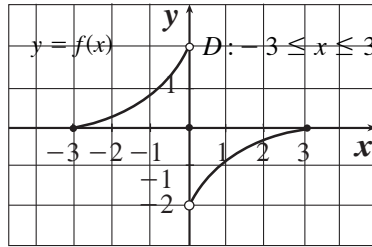
- (1) إذا كانت  $f$ :  $f(x) = 3x - 12$  فإن  $f'(x) = 3$ . (a) (b)
- (2) الدالة  $f$ :  $f(x) = x|x|$  غير قابلة للاشتقاق  $\forall x \in \mathbb{R}$ . (a) (b)
- (3) إن الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$  غير قابلة للاشتقاق عندما  $x$  تساوي -1 فقط. (a) (b)
- (4) الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 4 \\ x^2 - 9 & : x > 4 \end{cases}$  قابلة للاشتقاق عند  $x = 4$ . (a) (b)
- (5) إن الدالة  $f$  ذات الرسم البياني أدناه قابلة للاشتقاق على الفترة  $[-3, 2]$ . (a) (b)



(6) إن الدالة  $f$  ذات الرسم البياني أدناه هي متصلة على الفترة  $[-3, 3]$

ولكن غير قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$

- (a) (b)



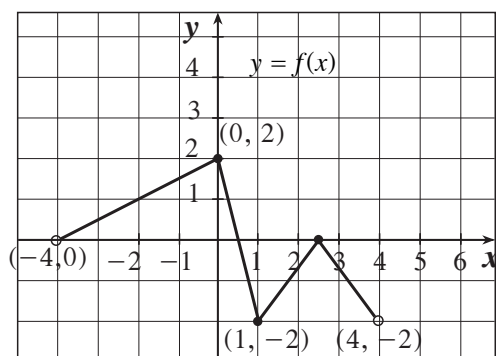
في التمارين (7-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) إن الدالة  $f$ :  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2}$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  والسبب هو:

- (a) ناب
- (b) ركن
- (c) مماس عمودي
- (d) غير متصلة



(8) تكون الدالة  $f$  ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل  $x = \dots$



(a)  $0, 1, 2\frac{1}{2}$

(b)  $-2, +2$

(c)  $-4, 0, 1, 4$

(d)  $1, 4$

(9) الدالة  $f$  القابلة للاشتقاق عند  $x = 3$  فيما يلي هي:

(a)  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b)  $\sqrt{3-x}$

(c)  $\begin{cases} 3x-1 & : x \leq 3 \\ 1 & : x > 3 \end{cases}$

(d)  $\sqrt[3]{x+2}$

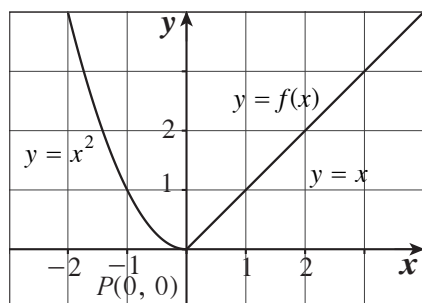
(10) إذا كانت  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$  فإن مجال  $f'$  هو:

(a)  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

(b)  $\mathbb{R} - \{-2\}$

(c)  $\mathbb{R} - \{2\}$

(d)  $\mathbb{R} - (-2, 2)$



(11) في الشكل المقابل، عند النقطة  $P$ :

(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

(c) الدالة قابلة للاشتقاق.

(d) ليس أي مما سبق.

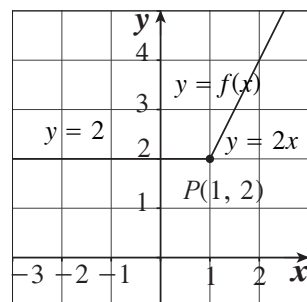
(12) في الشكل المقابل، عند النقطة  $P$ :

(a)  $f'_+(1) = 1$

(b)  $f'_-(1) = 0$

(c)  $f'_-(1) = 2$

(d)  $f$  قابلة للاشتقاق





## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كانت  $y = -x^2 + 3$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -2$

(a) (b)

(2) إذا كانت  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{3} + x$  فإن  $\frac{dy}{dx} = x^2 + \frac{2}{3}x + 1$

(a) (b)

(3) إذا كانت  $y = \frac{2x+5}{3x-2}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

(a) (b)

(4) إذا كانت  $y = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

في التمارين (5-16)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت  $y = 1 - x + x^2 - x^3$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-1 + 2x - 3x^2$

(b)  $2 - 3x$

(c)  $-6x + 2$

(d)  $1 - x$

(6) إذا كانت  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$  فإن  $f'(x)$  تساوي:

(a)  $20x + 60x^3$

(b)  $15x^2 - 15x^4$

(c)  $30x - 30x^4$

(d)  $30x - 60x^3$

(7) إذا كانت  $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$  فإن  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$  تساوي:

(a)  $-\frac{7}{2}$

(b)  $-3$

(c)  $3$

(d)  $\frac{7}{2}$

(8) ميل مماس منحنى  $y = x^2 + 5x$  عند  $x = 3$  يساوي:

(a) 24

(b)  $-\frac{5}{2}$

(c) 11

(d) 8

(9) ميل مماس منحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{2}{x}$  عند  $x = -2$  هو:

(a) -1

(b)  $-\frac{1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1

(10) ميل مماس منحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = \frac{-1}{x-1}$  عند  $x = 0$  هو:

(a) -1

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(11) للدالة  $f$ :  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته:

(a)  $x = 0$

(b)  $y = 0$

(c)  $x = 1$

(d)  $y = 1$



(12) ميل الناظم لمنحنى الدالة  $y = x^3 - 3x + 1$  عند النقطة (2 , 3) هي:

- (a) 9                      (b) 3                      (c)  $-\frac{1}{3}$                       (d)  $-\frac{1}{9}$

(13) النقاط على منحنى الدالة  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$  التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

- (a) (-1 , 27)                      (b) (2 , 0)  
(c) (2, 0) , (-1, 27)                      (d) (-1, 27) , (0, 20)

(14) لتكن الدالة  $f$ :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو:

- (a) {1}                      (b)  $\mathbb{R} - \{1\}$   
(c)  $[1, \infty)$                       (d)  $\mathbb{R}$

(15) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$ :  $f(x) = 2x^2 - 13x + 2$  عند  $x = 3$  هي:

- (a)  $y = x - 16$                       (b)  $y = -x + 16$   
(c)  $y = -x - 13$                       (d)  $y = -x - 16$

(16) إذا كانت  $f(2) = 3$  ،  $f'(2) = 5$  عند النقطة  $P$  على منحنى الدالة  $f$  فإن:

- (a) معادلة خط المماس:  $y = 5x + 7$   
(b) معادلة الخط العمودي (الناظم):  $y = -\frac{1}{5}x + 7$   
(c) معادلة الخط العمودي (الناظم):  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$   
(d) معادلة خط المماس:  $y = 5x + 3$





## مشتقات الدوال المثلثية

### Derivatives of Trigonometric Functions

#### المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (1-4)، أوجد  $\frac{dy}{dx}$

(1)  $y = 2 \sin x - \tan x$

(2)  $y = 4 - x^2 \sin x$

(3)  $y = \frac{\cot x}{1 + \cot x}$

(4)  $y = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

(5) أوجد مشتقة الدالة  $y = \frac{\tan x}{x}$  عند  $x = \frac{\pi}{4}$ .

(6) أثبت أن منحنى كل من الدالتين  $y = \frac{1}{\cos x}$ ،  $y = \cos x$  له مماس أفقي عند  $x = 0$

(7) لتكن:  $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \cot x$ ، أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند  $P\left(\frac{\pi}{4}, 4\right)$

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كانت  $y = 1 + x - \cos x$  فإن  $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

(a) (b)

(2) إذا كانت  $y = \frac{4}{\cos x}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

(a) (b)

(3) ميل المماس لمنحنى الدالة  $y = \sin x + 3$  عند  $x = \pi$  هو 1

(a) (b)

(4) إن منحنى الدالة  $y = \tan x$  ومنحنى الدالة  $y = \cot x$  ليست لهما مماسات أفقية.

في التمارين (5-9)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(6) إذا كانت  $f(x) = 3x + x \tan x$  فإن  $f'(0)$  يساوي:

(a) -3

(b) 0

(c) 1

(d) 3



(7) إذا كانت  $y = \frac{x}{1 + \cos x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $-\frac{x \sin x}{(1 + \cos x)^2}$

(b)  $\frac{1 + \cos x - x \sin x}{(1 + \cos x)^2}$

(c)  $\frac{1 + \cos x - x \sin x}{1 + \cos^2 x}$

(d)  $\frac{1 + \cos x + x \sin x}{(1 + \cos x)^2}$

(8) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة  $y = 2 \cos x$  عند النقطة  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  هي:

(a)  $y = \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(b)  $y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$

(c)  $y = \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}$

(d)  $y = -\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}$

(9) إذا كانت  $y = \frac{1}{\sin x}$  فإن  $y'$  تساوي:

(a)  $\cot x \cdot \csc x$

(b)  $\cos x$

(c)  $-\cot x \cdot \csc x$

(d)  $-\cos x$





في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كانت  $y = \cos(\sqrt{3}x)$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x)$

(a) (b)

(2) إذا كانت  $y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right)$  فإن  $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$

(a) (b)

(3) إذا كانت  $y = (x + \sqrt{x})^{-2}$  فإن  $\frac{dy}{dx} = -2(x + \sqrt{x})^{-1} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

(a) (b)

(4) إذا كانت  $s = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$  فإن  $\frac{ds}{dt} = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3t\right)$

في التمارين (5-9)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت  $y = \sin^{-5}x - \cos^3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $5 \sin^{-6}x \cos x - 3 \cos^2x \sin x$

(b)  $5 \sin^{-6}x \cos x + 3 \cos^2x \sin x$

(c)  $-5 \sin^{-6}x \cos x - 3 \cos^2x \sin x$

(d)  $-5 \sin^{-6}x \cos x + 3 \cos^2x \sin x$

(6) إذا كانت  $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي:

(a)  $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

(b)  $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

(c)  $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$

(d)  $3(2x+1)^{-1}$

(7) إذا كانت  $s = \frac{4}{3\pi} \sin 3t + \frac{4}{5\pi} \cos 5t$  فإن  $\frac{ds}{dt}$  تساوي:

(a)  $\frac{4}{\pi} \sin 3t - \frac{4}{\pi} \cos 5t$

(b)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t + \frac{4}{\pi} \sin 5t$

(c)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t$

(d)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t$

(8) إذا كانت  $r = \tan(2 - \theta)$  فإن  $\frac{dr}{d\theta}$  تساوي:

(a)  $\sec^2(2 - \theta)$

(b)  $-\sec^2(2 - \theta)$

(c)  $\sec^2(\theta + 2)$

(d)  $\sec(2 - \theta)$

(9) إذا كانت  $f(u) = \cot \frac{\pi u}{10}$  و  $u = g(x) = 5\sqrt{x}$  فإن  $(f \circ g)'(x)$  عند  $x = +1$  تساوي:

(a)  $\frac{3\pi}{4}$

(b)  $\frac{\pi}{4}$

(c)  $-\frac{\pi}{4}$

(d)  $-\frac{3\pi}{4}$



المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) إذا كان:  $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$  فإن:  $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$

(a) (b)

(2) إذا كان:  $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$  فإن:  $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$

(a) (b)

(3) معادلة المماس لمنحنى:  $x^2 - y^2 - x^2y = 7$  عند النقطة  $(2, -1)$  هي:  $y = 4x - 9$

في التمارين (4-7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت:  $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$  فإن:  $f''(x)$  تساوي:

(a)  $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b)  $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d)  $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(5) إذا كانت:  $f(x) = \frac{2x+1}{3x+2}$  فإن:  $f^{(4)}(x)$  تساوي:

(a)  $24(3x+2)^{-5}$

(b)  $-24(3x+2)^{-5}$

(c)  $648(3x+2)^{-5}$

(d)  $-648(3x+2)^{-5}$

(6) ميل الخطّ العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة  $A(3, 2)$  على منحنى:  $x^2 - y^2 - 2xy = -7$  هو:

(a)  $-5$

(b)  $-\frac{1}{5}$

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $5$

(7) ميل المماس عند النقطة  $A(1, 1)$  على منحنى:  $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$  هي:

(a)  $-1$

(b)  $0$

(c)  $1$

(d)  $2$



في التمارين (10-14)، أوجد القيم القصوى المطلقة لكل دالة من الدوال التالية في الفترة المبيّنة.

(10)  $y = 2x^2 - 8x + 9$  ,  $[0, 4]$

(11)  $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$  ,  $[-2, 3]$

✗ (12)  $y = \frac{x}{x^2 + 1}$  ,  $[-3, 0]$

✗ (13)  $y = \sqrt{3 + 2x - x^2}$  ,  $[-1, 1]$

✗ (14)  $y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$  ,  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

### المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

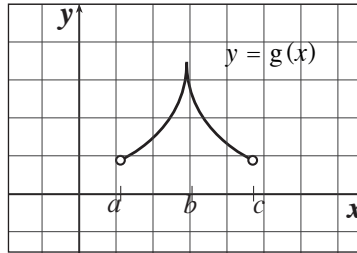
(1) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $(a, b)$  فإن  $f$  لها قيمة عظمى مطلقة

وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

(a) (b)

(a) (b)

(2) في الشكل التالي، للدالة  $g$  قيمة قصوى محلية عند  $x = c$ .



(a) (b)

(a) (b)

(a) (b)

(3) الدالة  $g : g(x) = \sqrt{9 - x^2}$  لها قيمة عظمى في مجالها.

(4) الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  لها قيمة عظمى في مجالها.

✗ (5) الدالة  $h : h(x) = |3x - 5|$  لها قيمة حرجة عند  $x = 5$ .

في التمارين (6-9)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

✗ (6) لتكن  $y = |x|$ ، فإن الدالة  $y$ :

(a) لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

(b) لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة:  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة  $(0, 2)$  هو:

(a) 3

(b) 2

(c) 1

(d) 0



❌ (8) الدالة  $k : k(x) = |x^2 - 4|$  لها:

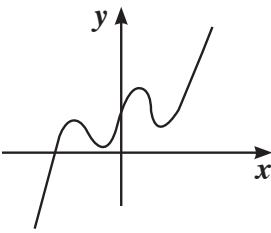
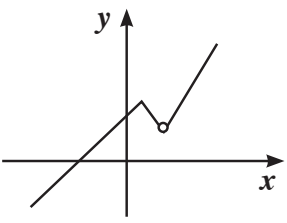
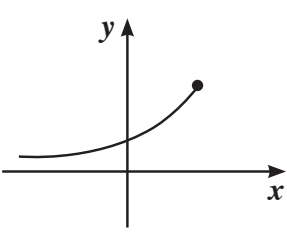
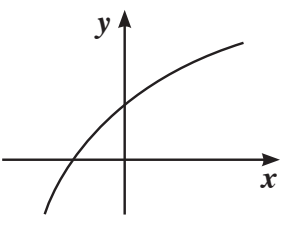
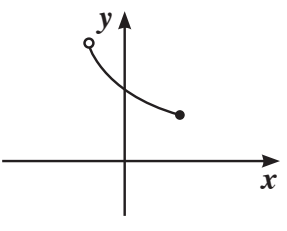
(a) قيمة عظمى مطلقة (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيّ مما سبق

(9) إذا كانت  $f(x) = ax^2 - 25x$  لها قيمة قصوى محلية عند  $x = \frac{5}{2}$ ، فإنّ  $a$  تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

في التمارين (10-12)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

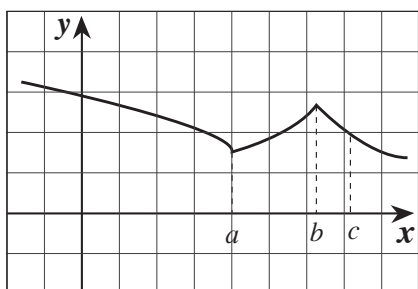
القائمة (1)	القائمة (2)
(10) لها قيمة عظمى مطلقة.	(a) 
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية.	(b) 
(12) ليس لها قيم قصوى محلية أو مطلقة	(c) 
	(d) 
	(e) 



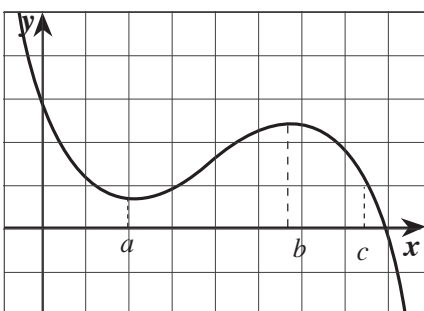
في التمارين (13–16)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

## القائمة (2)

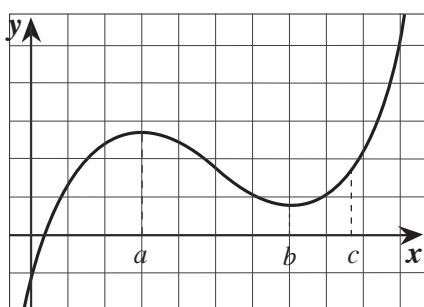
(a)



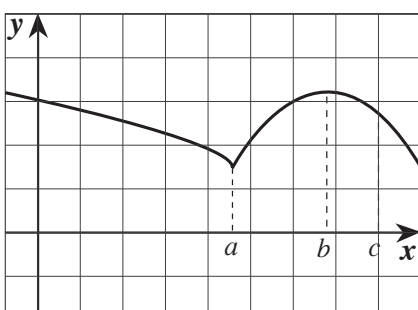
(b)



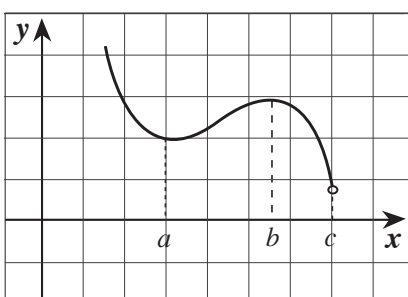
(c)



(d)



(e)



## القائمة (1)

(13)

$x$	$f'(x)$
$a$	0
$b$	0
$c$	أكبر من الصفر

(14)

$x$	$f'(x)$
$a$	0
$b$	0
$c$	أصغر من الصفر

(15)

$x$	$f'(x)$
$a$	(غير موجودة)
$b$	0
$c$	أصغر من الصفر

(16)

$x$	$f'(x)$
$a$	(غير موجودة)
$b$	(غير موجودة)
$c$	أصغر من الصفر



## تزايد وتناقص الدوال

## Increasing and Decreasing Functions

## المجموعة A تمارين مقالية

(1)  $\times$  بين أن الدالة  $f: f(x) = x^2 + 2x - 1$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على  $[0, 1]$ . ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية. فسر إجابتك.

(2)  $\times$  بين أن الدالة  $f: f(x) = x + \frac{1}{x}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على  $[\frac{1}{2}, 2]$ . ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية. فسر إجابتك.

في التمارين (3-7)، حدّد الفترات التي تكون فيها الدوال التالية متزايدة والفترات التي تكون فيها متناقصة.

(3)  $f(x) = 5x - x^2$

(4)  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24$

(5)  $k(x) = \frac{1}{x^2}$

(6)  $h(x) = \frac{-x}{x^2 + 4}$

(7)  $f(x) = x^4 - 2x^2$

## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) الدالة  $g: g(x) = x^2 - x - 3$  متزايدة على  $(-\infty, \frac{1}{2})$

(2) الدالة  $f: f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$  متناقصة على كل من الفترة  $(-\infty, -\sqrt{5})$

(a) (b)

والفترة  $(\sqrt{5}, \infty)$

(a) (b)

(3)  $\times$  الدالة  $f: f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على  $[0, 1]$

(a) (b)

(4)  $\times$  الدالة  $f: f(x) = x^3 + 1$  مطّردة على  $\mathbb{R}$ .

في التمارين (5-8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) تكون الدالة  $k: k(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$


(a) متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

(b) متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

(c) متناقصة على الفترة  $(-\infty, -2)$  والفترة  $(-2, 2)$  ومتزايدة على الفترة  $(2, \infty)$

(d) ليس أيّ مما سبق.



(6)  الدالة  $R(x) = |x|$  :

- (a) متزايدة على مجال تعريفها.
- (b) متناقصة على مجال تعريفها.
- (c) متزايدة على الفترة  $(0, \infty)$  ومتناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$
- (d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  ومتزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$

(7) إذا كانت  $f' : f'(x) = -x^2$  ، فإنّ الدالة  $f$  :

- (a) متزايدة على مجال تعريفها.
- (b) متناقصة على مجال تعريفها.
- (c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  فقط
- (d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  فقط

(8) إذا كانت  $f' : f'(x) = -3x$  ، فإنّ الدالة  $f$  :

- (a) متزايدة على الفترة  $(0, \infty)$
- (b) متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0]$
- (c) متزايدة على مجال تعريفها.
- (d) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  ومتناقصة على الفترة  $(0, \infty)$





## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) الدالة  $y = x^3 - 3x^2 + 5$  على الفترة (0, 3) مقعرة لأسفل.

(a) (b)

(2) الدالة  $y = \frac{x}{x-1}$  على  $(-\infty, 0)$  مقعرة لأعلى. ✗

(a) (b)

(3) إذا كانت  $f''(c) = 0$ ، فإنّ لمنحنى الدالة  $f$  نقطة انعطاف هي  $(c, f(c))$ .

(a) (b)

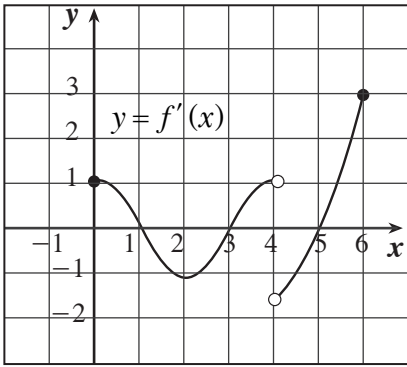
(4) إذا كان لمنحنى الدالة  $f$  نقطة انعطاف هي  $(c, f(c))$  فإن  $f''(c) = 0$ .

(a) (b)

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف.

(a) (b)

(6) منحنى الدالة  $y = -3x^8$  مقعرة للأعلى.



في التمارين (7-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

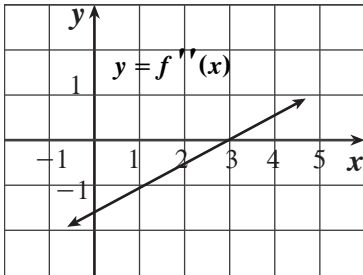
(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان دالة المشتقة  $(f')$  فإن الدالة  $f$  تكون:

(a) متزايدة على كل من (1, 3) , (4, 5)

(b) متناقصة على كل من (1, 3) , (4, 5)

(c) لها قيمة صغرى محلية عند  $x = 3$  فقط.

(d) لها نقطة انعطاف عند كل من  $x = 4$  ,  $x = 2$



(8) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعراً للأسفل في الفترة:

(a)  $(-\infty, 3)$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-1, 4]$

(d)  $(3, 5)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً لأسفل في  $(-1, 1)$ :

(a)  $f(x) = x^2$

(b)  $f(x) = x|x|$

(c)  $f(x) = -x^3$

(d)  $f(x) = -x^2$

(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود،  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لها فإن:

(a)  $f''(c) = 0$

(b)  $f'(c) = 0$

(c)  $f(c) = 0$

(d)  $f''(c)$  غير موجودة

(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

(a)  $f(x) = x^3 + 5x$

(b)  $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c)  $f(x) = x^3$

(d)  $f(x) = (x-2)^4$

(12) للدالة  $f: f(x) = (x^2 - 3)^2$  نقاط انعطاف عددها:

(a) 1

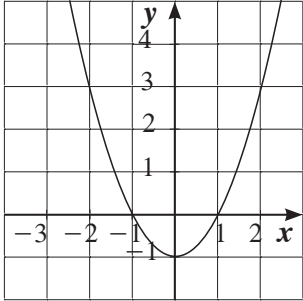
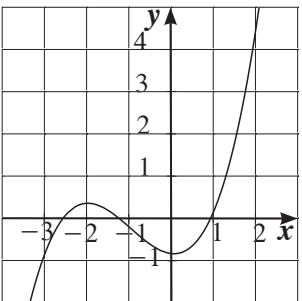
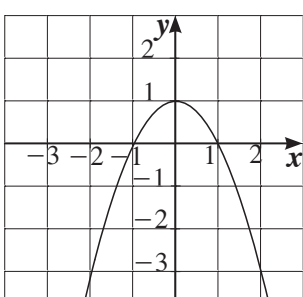
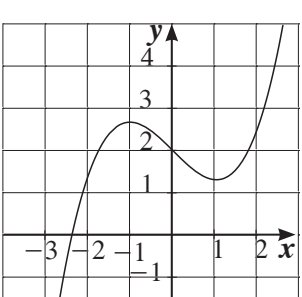
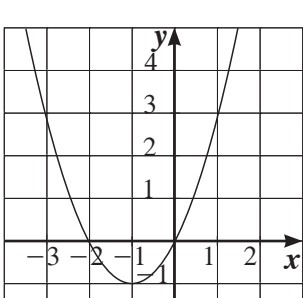
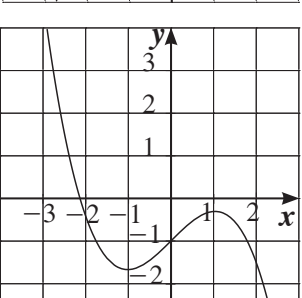
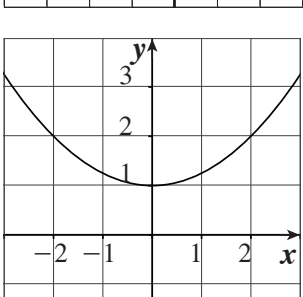
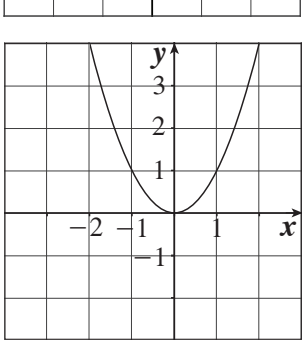
(b) 2

(c) 3

(d) 4



في التمارين (13-15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.  
المنحنيات في التمارين (13)، (14)، (15) تمثل الدوال والمنحنيات  $a, b, c, d, e$  تمثل دوال المشتقة.

القائمة (2) منحني دالة المشتقة	القائمة (1) منحني الدالة
<p>(a) </p>	<p>(13) </p>
<p>(b) </p>	<p>(14) </p>
<p>(c) </p>	<p>(15) </p>
<p>(d) </p>	
<p>(e) </p>	

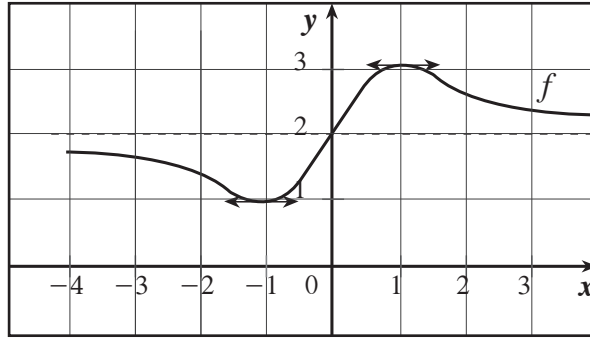


❌ (8) دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  حيث  $a, b, c, d$  أعداد حقيقية.

استخدم جدول التغير التالي لإيجاد قيم  $a, b, c, d$  حيث  $f(0) = 1$  ،  $f(-2) = 5$

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$\infty$
إشارة $f'$	+	0	- 0	+
سلوك $f$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

❌ (9) كَوْنْ جدولاً لدراسة إشارة  $f'$  من بيان الدالة  $f$  الممثلة بالرسم أدناه.



### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لتكن  $f: f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2$  و (C) منحنىها.

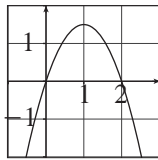
(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل.

(2) الشكل المجاور يمثل منحنى الدالة  $f'$ .

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات.

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية.

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة  $(-\infty, 1)$ .



(a) (b)

(a) (b)

(a) (b)

(a) (b)

(a) (b)



في التمارين (6-11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

في التمارين (6-8)، الدالة  $f$  دالة كثيرة حدود جدول تغييرها:

$x$	$-\infty$	$-1$	$5$	$\infty$
$f(x)$	$\infty$	$-5$	$3$	$-\infty$

(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

- (a)  $f(-2) > f(0)$  (b)  $f(0) < f(6)$   
(c)  $f(-9) > f(-2)$  (d)  $f(-1) > f(8)$

(7) للمعادلة  $f(x) = 0$  :

- (a) حل واحد (b) حلّان  
(c) ثلاثة حلول (d) لا حل لها.

(8) جدول تغيير الدالة  $f$  يوضّح أن:

- (a)  $-5$  قيمة صغرى مطلقة.  
(b)  $3$  قيمة عظمى مطلقة.  
(c)  $-5$  قيمة صغرى محلية،  $3$  قيمة عظمى محلية.  
(d)  $-1$  قيمة صغرى محلية،  $5$  قيمة عظمى محلية.

(9) لتكن الدالة  $f : f(x) = -x^2 + 7x + 1$

- (a) لمنحنى  $f$  قيمة عظمى محلية.  
(b) لمنحنى  $f$  نقطة انعطاف.  
(c) لمنحنى  $f$  مقعر لأعلى.  
(d) لمنحنى  $f$  قيمة صغرى محلية.

(10) لتكن  $f : f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ,  $a \neq 0$  . لمنحنى  $f$  دائماً:

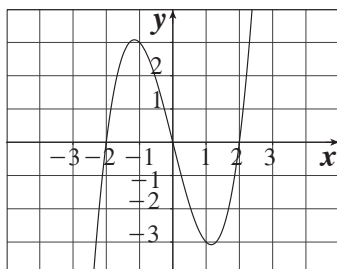
- (a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.  
(b) نقطة انعطاف.  
(c) تقعرّ لأسفل ثم تقعرّ لأعلى.  
(d) لا تمر بنقطة الأصل.



❌ (11) الدالة  $f$  كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة:

- (a) لمنحنى  $f$  دائماً نقطتي انعطاف.
- (b) لمنحنى  $f$  أكثر من قيمة عظمى محلية.
- (c) منحنى  $f$  يقطع دائماً محور السينات.
- (d) قد لا يكون لمنحنى  $f$  قيمة صغرى محلية.

في التمارين (12-14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

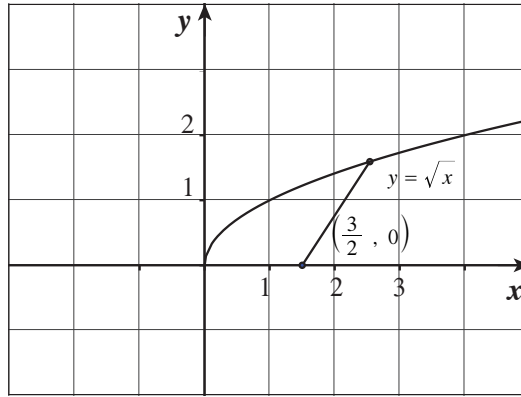


الشكل المقابل يمثل بيان الدالة  $f$ .

القائمة (2)	القائمة (1)
(a) $(-\infty, 0)$	(12) $f'(x) = 0$
(b) $(-\infty, -1), (1, \infty)$	(13) $f'(x) > 0$ في .....
(c) $-2, 0, 2$	(14) $f''(x) < 0$ في .....
(d) $-1, 1$	
(e) $(0, \infty)$	



(10) ما أقصر بعد للنقطة  $(\frac{3}{2}, 0)$  عن منحنى الدالة  $y = \sqrt{x}$  ؟



### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمرين (1-2)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته  $16 \text{ cm}^2$  هو  $16 \text{ cm}$

(a) (b)

(2) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان على القطع

المكافئ الذي معادلته  $y = 12 - x^2$ ، هي  $24 \text{ units}^2$

(a) (b)

في التمارين (3-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(3) مستطيل مساحته  $36 \text{ cm}^2$  فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) 9 cm , 4 cm

(b) 12 cm , 3 cm

(c) 6 cm , 6 cm

(d) 18 cm , 2 cm

(4) أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان على القطع المكافئ  $y = 4 - x^2$  هي:

(a) 8 ,  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(b)  $\frac{8}{3}$  ,  $\sqrt{3}$

(c) 4 , 4

(d)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  ,  $\frac{8}{3}$

(5) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها 10 cm, 16 cm ، وذلك بقطع 4 مربعات متطابقة عند الرؤوس، ثم طيّ الأجزاء البارزة.

أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

(a) 2 cm, 6 cm, 12 cm

(b) 3 cm, 4 cm, 12 cm

(c) 2 cm, 8 cm, 12 cm

(d) 3 cm, 6 cm, 8 cm



## التقدير

## Estimation

## المجموعة A تمارين مقالية

(1) أوجد القيمة الحرجة  $Z_{\alpha/2}$  لكل من درجات الثقة التالية، وذلك باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

(a) 97% (b) 99.2% 

(2) قامت شركة عالمية بدراسة لمعرفة مدى أداء سياراتها، فأخذت عينة من 1000 سيارة. استنتجت أن المتوسط الحسابي لبقاء السيارة في حالة جيدة هو 5 سنوات. أوجد فترة الثقة للمعلمة  $\mu$  عند درجة ثقة 95%، علمًا أن التباين  $\sigma^2$  معلوم ويساوي 0.25 وأخذًا بالاعتبار أن المجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًا.

(3) عينة عشوائية حجمها  $n = 13$ ، أعطت  $\bar{x} = 30$ ،  $\sigma = 3.5$ . أوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع  $\mu$  المجهولة علمًا أن المجتمع يتبع توزيعًا طبيعيًا. هل تتضمن هذه الفترة المتوسط الحسابي  $\mu$ ؟

(4) إذا كان المتوسط الحسابي لعينة من 40 شخصًا هو  $\bar{x} = 172.5$  والانحراف المعياري  $\sigma = 119.5$ .

فأوجد تقديرًا لفترة ثقة عند درجة ثقة 95% للمتوسط الحسابي  $\mu$  للمجتمع الإحصائي.

(5) في دراسة للمدة الزمنية المطلوبة من طلاب جامعيين لإنهاء دراستهم، اختير عشوائيًا 80 طالبًا، فكان متوسط السنوات لهذه العينة (سنوات)  $\bar{x} = 4.8$ ، والانحراف المعياري لهذه العينة  $S = 2.2$ .

أوجد فترة الثقة عند درجة ثقة 95% لمعلمة المجتمع  $\mu$ .

(6) عينة عشوائية حجمها  $n = 16$  أخذت من مجتمع إحصائي حيث التباين  $S^2 = 15$ ، وعلم أن المتوسط الحسابي  $\bar{x} = 13$ .

أوجد فترة الثقة للمعلمة المجهولة  $\mu$  عند درجة ثقة 95%.

## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمرينين (1-2)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1)  إن القيمة الحرجة  $Z_{\alpha/2}$  لدرجة الثقة 96% هي 2.055. (a) (b)

(2) إذا أخذنا عينة من 225 هاتفًا، ووجدنا أن متوسط صلاحية استخدامها  $\bar{x}$  هو 1.7 سنة، والانحراف

المعياري  $S = 0.5$ ، ودرجة الثقة 95% فنجد أن فترة الثقة هي:  $2.63 < \mu < 2.76$ . (a) (b)



في التمارين (3-8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(3) إنّ القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  لدرجة الثقة 96.6% هي:

- (a) 2.12      (b) 2.17      (c) 21.2      (d) 21%

(4) المتوسط الحسابي لدرجات 9 طلاب هو  $\bar{x} = 2.76$  حيث النهاية العظمى 4 درجات والانحراف المعياري  $S = 0.87$ . إنّ فترة الثقة للمتوسط الحسابي  $\mu$  للمجتمع الإحصائي عند درجة ثقة 95% هي:


- (a) (2.1916 , 3.3284)      (b) (1.6232 , 3.8968)  
(c) (2.1916 , 3.8968)      (d) (2.0913 , 3.4287)

(5) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة  $62.84 < \mu < 69.46$  فمتوسط هذه العينة يساوي:

- (a) 56.34      (b) 62.96      (c) 6.62      (d) 66.15

(6) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%، وانحراف معياري للمجتمع  $\sigma = 8$  يساوي:

- (a) 65      (b) 62      (c) 8      (d) 26

(7)  أنجز 16 طالبًا في كلية الطب قياس ضغط الدم لدى الشخص نفسه فحصلوا على النتائج التالية:

130، 140، 150، 130، 140، 143، 144، 135، 130، 120، 125، 120، 135، 130، 138، 134  
على افتراض أن الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي  $\sigma = 10 \text{ mm Hg}$  فإن فترة الثقة عند درجة ثقة 95% للمتوسط الحسابي  $\mu$  للمجتمع الإحصائي هي:

- (a) (129.1 , 131.55)      (b) (129.1 , 138.9)  
(c) (131.55 , 136.45)      (d) (136.45 , 138.9)

(8) تتقارب قيمتي  $t$ ،  $Z$  المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري إذا زادت درجات الحرية عن:

- (a) 29      (b) 28      (c) 27      (d) 26



## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّ الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1) في مجتمع إحصائي إذا كان المتوسط الحسابي  $\mu = 860$  وعينة من هذا المجتمع

حجمها  $n = 25$  والمتوسط الحسابي  $\bar{x} = 900$  والانحراف المعياري  $S = 125$ .

فإن المقياس الإحصائي هو:  $t = 1.6$

(a) (b)

(2) متوسط العمر لعينة من 100 مصباح كهربائيّ بالساعات في أحد المصانع هو  $\bar{x} = 1600$

بانحراف معياري  $S = 125$ . يقول صاحب المصنع أن متوسط عمر المصابيح بالساعات

(a) (b)

هو  $\mu = 1640$ . إن المقياس الإحصائي هو  $Z = 3.2$

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع  $\mu = 25000$ ، في دراسة لعينة عشوائية

تبيّن أن المتوسط الحسابي هو  $\bar{x} = 27000$  مع انحراف معياري  $S = 5000$ .

(a) (b)

إذا كان المقياس الإحصائي  $t = 2$  فإنّ حجم العينة:  $n = 25$

(4) أخذت عينة عشوائية من مجتمع إحصائي حجمها  $n = 81$  مع متوسط حسابي  $\bar{x} = 3.6$

وانحراف معياري  $S = 1.8$ . إذا كان المقياس الإحصائي  $Z = -1.5$  فإن

(a) (b)

المتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu = 3.3$

في التمارين (5-10)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة  $(-1.96, 1.96)$  فإن قيمة الاختبار  $Z$  ممكن أن تكون:

(a) 1.5

(b) -2.5

(c) 1.87

(d) -1.5

(6) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي  $Z = -1.5$  وفترة القبول  $(-1.96, 1.96)$  فإن القرار يكون:

(b) قبول فرض العدم

(a) رفض فرض العدم

(d)  $Z$  لا تنتمي للفترة

(c) قبول الفرض البديل

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو (ديناراً)  $\mu = 320$  وقد

تبيّن أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها  $n = 25$  منزلاً من هذه المدينة هو (ديناراً)  $\bar{x} = 310$  مع انحراف

معياري  $S = 40$ . إن المقياس الإحصائي هو:

(a) 1.25

(b) -1.25

(c) 0.8

(d) -0.8



(8) في دراسة على عينة أسلاك معدنية حجمها  $n = 64$  تبين أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل السلك  $\bar{x} = 360$  kg مع انحراف معياري  $S = 50$  kg إذا كان المقياس الإحصائي لقوة تحمل كافة الأسلاك المعدنية المصنعة  $Z = -2.4$  فإن المتوسط الحسابي  $\mu$  هو:

- (a) 346      (b) 396      (c) 376      (d) 326

(9) هدف إحدى الشركات الكبرى هو ربح صاف متوسطه الحسابي (دينار)  $\mu = 200000$  في كل فرع من فروعها المنتشرة في عدد من الدول. في دراسة لعينة من عدد لهذه الفروع أعطت متوسطًا حسابيًا (دينارًا)  $\bar{x} = 195000$  مع انحراف معياري (دينارًا)  $S = 80000$  إذا كان المقياس الإحصائي  $Z = -0.625$  فإن حجم العينة  $n$  هو:

- (a) 100      (b) 125      (c) 90      (d) 110

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي  $\mu = 125$  أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها  $n = 36$  فتبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 130$ . إذا كان المقياس الإحصائي  $Z = 3.125$  فإن الانحراف المعياري  $\sigma$  هو:

- (a) -9.6      (b) 6.9      (c) 9.6      (d) -6.9

