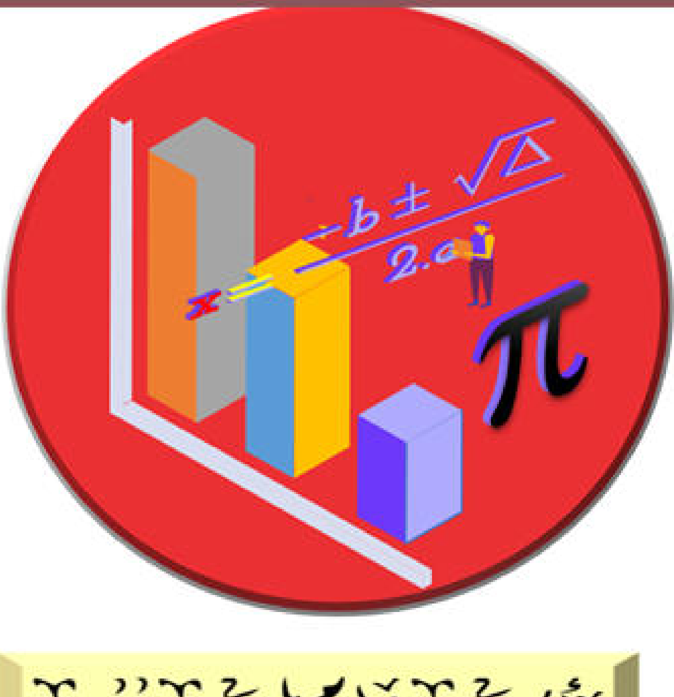
12

H.M.H

موضوعي

الرياضيات

الفصل الدراسي الأول



أ/ حسام حسنين

96670990

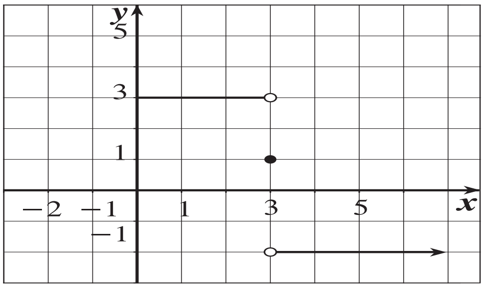
96670990

بند (1 – 1) النهايات

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -2$ (في الرسم البياني أدناه) (a)



$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = 3$$

---

(2) $\lim_{y\to 2} \frac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$ (b)

نتحقق من أن نهاية المقام لا تساوي صفر

$$\lim_{y\to 2}(y+2) = 2+2=4 \quad ,4\neq 0$$

ثم تعويض

$$\lim_{y\to 2}\frac{y^2+5y+6}{y+2} = \frac{(2)^2+5(2)+6}{2+2} = 5$$

---

(3) $\lim_{x\to 0} \frac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2} = 0$ (a)

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

عامل مشترك x^2 من البسط والمقام

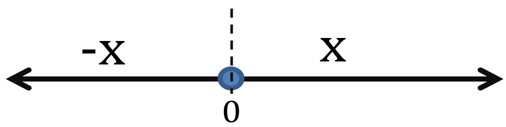
$$\lim_{y\to 0}\frac{x^2(5x+8)}{x^2(4x^2-16)} = \lim_{y\to 0}\frac{(5x+8)}{(4x^2-16)} = \frac{(5\times 0+8)}{(4\times 0^2-16)} = -\frac{1}{2}$$

2018/2017

(4) $\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = -2$ (b)

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

$$\sqrt{x^2} = |x| \qquad \because x\to 0^- \qquad \therefore |x| = -x$$

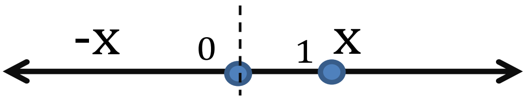


لأننا نسعى إلى صفر المطلق من جهة اليسار

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x^2}-x}{x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{-x-x}{x} = \lim_{x\to 0^-}\frac{-2x}{x} = \lim_{x\to 0^-} -2 = -2$$

(5) $\lim\limits_{x\to 1^+}(2x-|x|+2)=3$ ⓑ

$\because x\to 1^+ \qquad \therefore |x|=x$



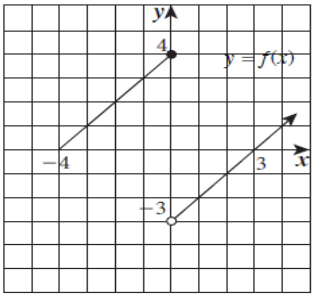
لأن 1 يقع على يمين صفر المطلق

$$\lim_{x\to 1^+}(2x-x+2)=\lim_{x\to 1^+}(x+2)=1+2=3$$

2019/2108

في التمارين (6–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) الشكل المقابل هو بيان دالة f.



العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

ⓐ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=4$ ⓑ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-3$

ⓒ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=4$ ⓓ $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-3$

---

(7) $\lim\limits_{x\to -2}(x^3+3x^2-2x-17)=$

تعويض مباشر

ⓐ 17 ⓑ −17 ⓒ 9 ⓓ −9

$$(-2)^3+3(-2)^2-2(-2)-17=-9$$

---

(8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2-1}=$

ⓐ 1 ⓑ 0 ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ غير موجودة

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x+1)}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

تحليل ثم تعويض مباشر

---

(9) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}=$

ⓐ 1 ⓑ 0 ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ $\frac{1}{3}$

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

تحليل ثم تعويض مباشر

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-5x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-1)}{(2x-1)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-1)}{(2x-1)}=\frac{2-1}{2\times 2-1}=\frac{1}{3}$$

(10) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$

ⓐ -1 ⓑ 1 $\frac{1}{2}$ ⓓ 0

عند التعويض المباشر عن x=0 نحصل على قيمة غير معينة

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x}+1}=$$

تحليل ثم تعويض مباشر

$$\frac{\lim\limits_{x\to 1}1}{\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt{x}+1)}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}1}{\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{x}+\lim\limits_{x\to 1}1}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to 1}x}+\lim\limits_{x\to 1}1}=\frac{1}{\sqrt{1}+1}=\frac{1}{2}$$

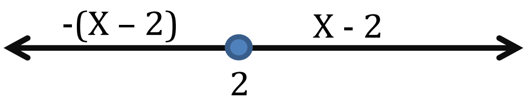
ملاحظة في الأسئلة المقالية يجب التحقق من أن
نهاية ما تحت الجذر اكبر من الصفر
ونهاية المقام لا تساوي الصفر

---

(11) $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{|x-2|}{x^2-4}=$

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ ⓓ $-\frac{1}{4}$

$$\because x\to 2^+ \Rightarrow \therefore |x-2|=x-2$$



تحليل ثم تعويض مباشر

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\lim_{x\to 2^+}\frac{1}{(x+2)}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$$

---

(12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x}=$

ⓐ $-\frac{1}{2}$ ⓑ $\frac{1}{2}$ ⓒ $\frac{1}{4}$ $-\frac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}\div x=\lim_{x\to 0}\frac{2-2-x}{2(2+x)}\div x=\lim_{x\to 0}\frac{-x}{2(2+x)}\div x=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-x}{2(2+x)}\times\frac{1}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{-1}{2(2+x)}=\lim_{x\to 0}\frac{-1}{4+2x}=\frac{-1}{4+2\times 0}=-\frac{1}{4}$$

---

(13) $\lim\limits_{x\to -8}\frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}=$

تحليل مجموع مكعبين

12 ⓑ -12 ⓒ 4 ⓓ -4

$$\lim_{x\to -8}\frac{(\sqrt[3]{x}+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{\sqrt[3]{x}+2}=\lim_{x\to -8}(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)=$$

$$\lim_{x\to -8}\sqrt[3]{x^2}-2\lim_{x\to -8}\sqrt[3]{x}+\lim_{x\to -8}4=$$

$$\sqrt[3]{\lim_{x\to -8}x^2}-2\sqrt[3]{\lim_{x\to -8}x}+\lim_{x\to -8}4=\sqrt[3]{(-8)^2}-2\sqrt[3]{-8}+4=12$$

2020-2019

(14) $\lim_{x \to -3} \frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3} =$

a) 9 b) 0 c) -3 d) -9

تحليل أو قسمة تركيبية

$$\lim_{x\to -3}\frac{x(2x^2+9x+9)}{x+3}=\lim_{x\to -3}\frac{x(x+3)(2x+3)}{x+3}$$

تبسيط

تعويض

$$=\lim_{x\to -3}\left(x(2x+3)\right)=\lim_{x\to -3}\left(2x^2+3x\right)=2(-3)^2+3\times -3=9$$

بند (2 – 1) نـهايات تشتمل على $\infty,-\infty$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{|x|-3}=2$ a b

$$\because x\to\infty \to \therefore |x|=x$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-1}{x-3}=2$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

(3) $\lim_{x\to -\infty}\frac{|x|-3}{x+3}=-1$ a b

$$\because x\to -\infty \to \therefore |x|=-x$$

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{-x-3}{x+3}=-1$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

$$\because x\to -\infty \to \therefore |x|=-x$$

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{-x-3}{x+3}=-1$$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

لأن درجة حدودية البسط اصغر من درجة حدودية المقام الناتج = 0

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{1-x}{2x^2-5x-3}=-\infty$ a b

2016/2015

2020-2019

(5) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$ ⓐ

$\because x \to -\infty \to \therefore |2x-3| = -2x+3$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x}{-2x-3} = -\frac{1}{2}$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

في التمارين (6 — 14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim_{x\to\infty} \frac{|x|}{|x|+1} =$

ⓐ 0 ⓑ 1 ⓒ ∞ ⓓ $\frac{1}{2}$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

$\because x \to \infty \to \therefore |x| = x$ $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x+1} = 1$

---

8)) $\lim_{x\to\frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^8}} = \lim_{x\to\frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{|(2x-1)^4|} = \lim_{x\to\frac{1}{2}^+} \frac{2x-1}{(2x-1)^4} = \lim_{x\to\frac{1}{2}^+} \frac{1}{(2x-1)^3}$

$\lim_{x\to\frac{1}{2}^+} \frac{1}{(2x-1)^3} = \infty$ النهاية من اليمين فقط

2022-2021

(7) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x+3} =$

لأن درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

---

(8) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2+1}} =$

فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 3 ⓓ -3

$|x| = \begin{cases} x, x\to\infty \\ -x, x\to-\infty \end{cases}$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1+\frac{1}{x^2})}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(3-\frac{5}{x})}{-x\sqrt{(1+\frac{1}{x^2})}} = \frac{-3}{\sqrt{1}} = -3$

---

(9) $\lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2}{x}+1\right)\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right) =$

ⓐ 0 ⓑ 5 ⓒ 1 ⓓ $-\infty$

$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2+x}{x}\right)\left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2+x}{x}\right) \lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x^2-1}{x^2}\right) = 1\times5 = 5$

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

الأس زوجي الموجب موجب

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}(3x^2+7x-8)=\infty$ ● (b)

$\lim\limits_{x\to\infty}3x^2=\infty$

---

(2) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3-2x+1)=-\infty$ الأس فردي نضرب الأشارتين (a) ●

$\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^3)=\infty$

---

(3) $\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2+x-3)=-\infty$ الأس الزوجي السالب سالب ● (b)

$\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2)=-\infty$

---

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+4}{3x^2-5x+1}=0$ ● (b)

لأن درجة البسط حدودية اصغر من درجة حدودية المقام
الناتج = 0

---

(5) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x^3+7x^2-1}{2x^3-4}=2$ ● (b)

$$=\frac{4}{2}=2$$

لأن درجة البسط حدودية = درجة حدودية المقام

---

(6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\dfrac{3}{2}$ (a) ●

$$=\frac{3}{-\sqrt{4}}=\frac{-3}{2}$$

أهم حد تحت الجذر

فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب

2022-2021

في التمارين (7–11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2}=$

(a) ∞ (b) $\frac{1}{2}$ ● 0 (d) $-\infty$

لأن درجة حدودية البسط اصغر من درجة حدودية المقام
الناتج = 0

(8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2+1}}=$

a ∞ b $-\infty$ c 3 -3

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-5x+3}{\sqrt{9x^2-2x+4}}=$

a $\frac{5}{3}$ $-\frac{5}{3}$ c $\frac{5}{9}$ d $-\frac{5}{9}$

أكبر أس تحت الجذر $=\dfrac{-5}{\sqrt{9}}=\dfrac{-5}{3}$ **فكرة مثال 4 ص 40 كتاب الطالب**

2015/2014

(10) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x+1}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

a -1 b $-\frac{1}{2}$ c $\frac{1}{2}$ 1

$$=\frac{-2}{-\sqrt{4}}=\frac{-2}{-2}=1$$

(11) إذا كان: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{mx^2+nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=-2$ فإن قيم $m\ ,\ n$ هي:

$m=0\ ,\ n=-2$ b $m=0\ ,\ n=2$ c $m=1\ ,\ n=-1$ d $m=1\ ,\ n=1$

لحل هذه التمارين يجب أن تكون درجة الحدودية التي تحت الجذر التربيعي أكبر من درجة الحدودية بواحد اذا يجب أن تكون درجة الحدودية (البسط) من الدرجة الأولى

$$mx^2=0\Rightarrow m=0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{nx+4}{\sqrt{x^2-2x+4}}=\frac{n}{\sqrt{1}}=-2\Rightarrow n=-2$$

(11) إذا كانت: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-2x+3}}{mx^2+nx-4}=1$ فإن قيم $m\ ,\ n$ هي:

$m=0\ ,\ n=-2$ b $m=0\ ,\ n=2$ c $m=0\ ,\ n=4$ d $m=0\ ,\ n=-4$

لحل هذه التمارين يجب أن تكون درجة الحدودية التي تحت الجذر التربيعي أكبر من درجة الحدودية بواحد اذا يجب أن تكون درجة الحدودية (المقام) من الدرجة الأولى

$$mx^2=0\Rightarrow m=0 \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2-2x+3}}{nx-4}=\frac{-\sqrt{4}}{n}=1\Rightarrow n=-2$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}=0$

(a) (b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}(1-\sin x)}{\lim\limits_{x\to 0}\cos^2 x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}1-\lim\limits_{x\to 0}\sin x}{\lim\limits_{x\to 0}\cos^2 x}=\frac{1-0}{1}=1$$

نتحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

2019/2108

منهج كامل

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\sin 2x}{2\cos 2x}=\dfrac{1}{2}$

(a) (b)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1+\sin 2x}{2\cos 2x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 2x)}{\lim\limits_{x\to 0}2\cos 2x}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}1+\lim\limits_{x\to 0}\sin 2x}{2\lim\limits_{x\to 0}\cos 2x}=\frac{1+0}{2\times 1}=\frac{1}{2}$$

نتحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

في التمارين (6—10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\sin x}=$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

$$\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{\tan 2x}{x}}{\dfrac{\sin x}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{x}}{\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}}=\frac{2}{1}=2$$

بقسمة كل من البسط والمقام على x

نتحقق من أن نهاية المقام $\neq 0$

(9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2}=$

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{4x^2}{3x^2}+\frac{5\sin^2 x}{3x^2}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{4}{3}+\frac{5}{3}\left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\right)^2=\frac{4}{3}+\frac{5}{3}\times 1=3$$

في التمارين (1—4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f: $f(x)=\frac{1}{(x+2)^2}+1$ متصلة عند :

(a)

أصفار المقام هي 2-
الدالة غير معرفة عند x=-2

---

(2) الدالة: $y=\frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x\in\mathbb{R}$

(b)

لأنها حدودية نسبية والمقام ≠ 0 ، لكل x تنتمى R

---

(3) الدالة: $y=\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ متصلة عند $x=-1$

(b)

لأنها عبارة عن قسمة دالتين نفرض أن g(x)= 1 , h(x)= x + 2

g دالة ثابتة متصلة عند x=-1 المقام دالة جذر تربيعي للدالة نفرض أن t(x)= x + 2

t كثيرة حدود متصلة عند x = -1 ، t(-1)=-1+2=1>0 h متصلة عند x=-1

المقام ≠ 0 عندما x= -1 الدالة y متصلة عند x = -1

---

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-1$ وكان $\lim_{x\to-1}(f(x)-2)=-1$ فإنّ $f(-1)=1$

(b)

الدالة متصلة عند x=-1

$$f(-1)=\lim_{x\to-1}f(x)$$

$$\lim_{x\to-1}(f(x)-2)=-1\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow\lim_{x\to-1}f(x)-\lim_{x\to-1}2=-1$$

$$\lim_{x\to-1}f(x)-2=-1\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow\lim_{x\to-1}f(x)=-1+2=1$$

$$\lim_{x\to-1}f(x)=1=f(-1)$$

2017/2016

(8) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=2$ فإنّ $f(x)$ يمكن أن تكون:

$$\begin{cases}\sqrt{x^2-3} & : x>2\\ 3x-5 & : x\leqslant 2\end{cases}$$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (a) $\frac{1}{|x-2|}$

2 صفر للمقام
غير معرفة عند x = 2

2 – 2 =0
لابد ان يكون الناتج
اكبر من 0

2 صفر للمقام
غير معرفة عند x = 2

2018/2017

(9) إذا كانت الدالة f: $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & : x\geq 2\\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x<2\end{cases}$ فإن:

(a) $\lim_{x\to2^+}f(x)=4$

$\lim_{x\to2^-}f(x)=4$

(c) $\lim_{x\to2}f(x)$ موجودة

(d) f متصلة عند $x=2$

$$f(2)=2^2+1=5\qquad \lim_{y\to2^+}f(x)=\lim_{y\to2^+}x^2+1=2^2+1=5$$

$$\lim_{y\to2^-}f(x)=\lim_{y\to2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{y\to2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{y\to2^-}x+2=2+2=4$$

(11) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim_{x\to-2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

2019/2108

(a) 3	(b) 5
(c) 9	(d) 11

F متصلة عند x=-2
النهاية = الصورة..

$$\lim_{x\to-2}(x^2+f(x))=7 \qquad \lim_{x\to-2}x^2+\lim_{x\to-2}f(x)=7$$

$$4+\lim_{x\to-2}f(x)=7 \qquad \lim_{x\to-2}f(x)=3=f(-2)$$

---

(12) إذا كانت الدالة g متصلة عند $x=1$ وكانت النقطة $(1\ ,\ -3)$ تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x\to1}(g(x))^2$ تساوي:

(a) -6	(b) -3
(c) 1	(d) 9

g متصلة عند x=1
النهاية = الصورة..

$$g(1)=-3 \qquad \lim_{x\to1}g(x)=-3 \qquad \lim_{x\to1}(g(x))^2=(\lim_{x\to1}g(x))^2=(-3)^2=9$$

في التمارين (13—15)، توجد قائمتان. اختر لكل سؤال من القائمة (1) ما يناسبه من القائمة (2) لتحصل على عبارة صحيحة:

2019/2108

منهج كامل

إذا كانت g دالة متصلة عند $x=a$ ، $a\in\mathbb{Z}$ وكانت:

القائمة (1)	القائمة (2)
(13) $g(x)=\begin{cases}x+1 & : x>a\\ 3-x & : x\le a\end{cases} \Rightarrow a=$	(a) -1
(14) $g(x)=\begin{cases}2ax-2 & : x\ne a\\ 3a & : x=a\end{cases} \Rightarrow a=$	(b) 2
(15) $g(x)=\begin{cases}3x^2 & : x>a\\ 2x & : x\le a\end{cases} \Rightarrow a=$	(c) 0
	(d) 1
	(e) $\frac{2}{3}$

$$\lim_{x\to a^+}g(x)=\lim_{x\to a^-}g(x)$$
$$a+1=3-a$$
$$2a=2\Rightarrow a=1$$

الدالة المتصلة
النهاية موجودة
النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

$$\lim_{x\to a}g(x)=g(a)$$
$$2a^2-2=3a$$
$$2a^2-3a-2=0$$
$$(a-2)(2a+1)=0$$
$$a=2,a=\frac{-1}{2}$$

مرفوض لأن a عدد صحيح من رأس السؤال

الدالة المتصلة
الصورة = النهاية

$$\lim_{x\to a^+}g(x)=\lim_{x\to a^-}g(x)$$
$$3a^2=2a$$
$$3a^2-2a=0$$
$$a(3a-2)=0$$
$$a=0,a=\frac{2}{3}$$

مرفوض لأن a عدد صحيح من رأس السؤال

الدالة المتصلة
النهاية موجودة
النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

بند (6 – 1) نظريات الإتصال

$\sqrt{-1}$ MATH

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة f: $f(x) = x^2 + |x - 1|$ متصلة عند $x = 3$ (a) (b)

(2) الدالة f: $f(x) = \frac{2x+5}{x+2} - \frac{2}{x}$ متصلة عند $x = 0$ (b) (a)

$\frac{2}{x}$ غير معرفة عند $x = 0$

(3) الدالة f: $f(x) = \frac{2x-2}{|x|-1}$ متصلة عند $x = 0$ (b) (a)

البسط دالة كثيرة حدود متصلة عند $x= 0$ المقام عبارة عن دالتين احدهما ثابتة والآخرى مطلق x كلاهما متصل عند $x= 0$

المقام $\neq 0$ عند $x = 0$

(4) الدالة f: $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$ (b) (a)

البسط دالة جذر تكعيبي متصلة عند $x= 3$

المقام كثيرة حدود متصلة عند $x= 3$

المقام $\neq 0$ عند $x = 3$

(5) الدالة f: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 4}$ متصلة عند $x = 2$ (b) (a)

دالة ما تحت الجذر دالة كثيرة حدود متصلة عند $x=2$ نعوض عن x بـ 2 ونتحقق أن الناتج أكبر من الصفر

$-(2)^2 + 5(2) - 4 = 2 > 0$

في التمارين (6—12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) نقاط انفصال الدالة f: $f(x) = \frac{-x+2}{x^2+9}$ عند:

حدودية نسبية و المقام $\neq 0$ لجميع الأعداد الحقيقية

(a) 3 (b) -3

(c) 2 (d) لا يوجد

(7) نقاط انفصال الدالة f: $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-1}$ عند:

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)}$$

(a) $1 , -1$ (b) $2 , -2$ (c) $1 , 2$ (d) $-1 , -2$

المقام $= 0$ عندما $x = \pm 1$ f حدودية نسبية و أصفار المقام $1 , -1$

(8) لتكن الدالة f: $f(x) = x^2 + 3$ ، الدالة g: $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن: $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$ (b) $\frac{x^2}{x^2-3}$ (c) $\frac{x^2+3}{x^2}$ (d) $\frac{x^2}{x^2+3}$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2+3) = \frac{x^2+3}{x^2+3-3} = \frac{x^2+3}{x^2}$$

(9) لتكن الدالة f: $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x)=x^2+3$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

a) $\frac{x^2}{x-3}+3$

b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}}+3$

c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$

d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x^2+3)=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3-3}}=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2}}=\frac{x^2+3}{|x|}$$

2022-2021

(10) لتكن الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2+7}$، g : $g(x)=x^2-3$ فإن: $(f\circ g)(0)$ يساوي:

a) 4

b) -4

c) 1

d) -1

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(x^2-3)=\sqrt{(x^2-3)^2+7}=$$
$$\sqrt{(0^2-3)^2+7}=\sqrt{9+7}=4$$

2018/2017

(11) إذا كانت g دالة متصلة عند $x=2$ فإن الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

a) $\sqrt{g(x)}$

b) $\frac{1}{g(x)}$

c) $\frac{g(x)}{x-2}$

d) $|g(x)|$

a خطأ لأنه لم يذكر أن $g(2)>0$

b. خطأ لأنه لم يذكر أن $g(2)\neq 0$

c. خطأ لأن المقام = 0 عندما x=2

d. عبارة صحيحة لأن دالة مطلق متصلة دائما على R

---

(12) إذا كانت الدالة f: $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي:

a) 4

b) 9

لابد أن يكون ما تحت الجذر أكبر من الصفر عند x = 3

c) 16

d) 25

$3^2-4=5>0$

$3^2-16=-7$

$3^2-9=0$

$3^2-25=-16$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على كل من $[3\ ,\ 5]$, $[1\ ,\ 3)$ فإن f متصلة على $[1\ ,\ 5]$ (b)

خطأ لأننا لابد أن نتأكد من أن الدالة f متصلة عند x = 3 من جهة اليسار

---

(2) الدالة f: $f(x) = x^2 - |x|$ متصلة لكل قيم $x \in \mathbb{R}$ (b)

لأن f عبارة عن ناتج طرح دالتين (كثيرة حدود ومطلق x) وكلاهما متصل لكل قيم x

---

(3) الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ متصلة على $[-2\ ,\ 2]$ (a)

$$f(x) = \sqrt{g(x)}, g(x) = x^2 - 4$$
$$x^2 - 4 \geq 0$$
$$x^2 - 4 = 0$$
$$(x-2)(x+2) = 0$$
$$x = 2, x = -2$$
$$g(x) \geq 0 \forall x \in R - (-2,2)$$

+ 0 — 0 +

-2 2

الدالة $g(x) < 0$ في الفترة $(-2\ ,\ 2)$

---

(4) الدالة f: $f(x) = \dfrac{2x-3}{x+2}$ متصلة على $(-\infty\ ,\ 0)$ (a)

الدالة f حدودية نسبية متصلة على R ماعدا أصفار المقام

أصفار المقام $\{-2\}$ $\{-2\} \in (-\infty, 0)$

---

(5) الدالة f: $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ متصلة على $(-\infty\ ,\ 2)$ فقط (a)

هي غير متصلة عند فقط أصفار المقام وهي $\{2\}$ (متصلة على $R/\{2\}$)

---

(6) لتكن الدالة f: $f(x) = \dfrac{}{x-4}$ فإن الدالة f:

(a) لها نقطتي انفصال عند كل من $x = 4$, $x = -1$

(b) متصلة على $(-\infty\ ,\ 4]$

(c) متصلة على كلٍ من $(-\infty, 4)$, $(4, \infty)$

(d) ليس أي مما سبق

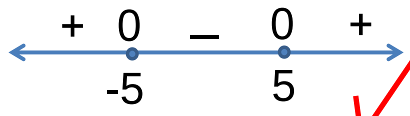
متصلة $\forall x \in R - \{4\}$ متصلة على $(-\infty, 4), (4, \infty)$

الدالة f لها نقطة انفصال عند أصفار المقام التي لا يمكن التخلص عند {4}

(8) الدالة f: $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على:

(b) $(5\ ,\ \infty)$ (a) $\left(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\right]$

(d) $(-5\ ,\ 5)$ (c) $\mathbb{R}$



لابد أن يكون ما تحت الجذر ≥ 0 المجال $R-(-5,5)=(-\infty,-5]\cup[5,\infty)$

لابد أن يكون المقام لا يساوي 0 $x \neq \pm 5$

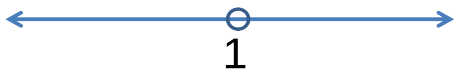
$\therefore$ الدالة f متصلة $\forall x \in (-\infty,-5)\cup(5,\infty)$

---

(11) الدالة g: $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & : \quad x>1 \\ 3x & : \quad x \leq 1 \end{cases}$ متصلة على:

(b) $(-\infty\ ,\ 1)\ ,\ [1\ ,\ \infty)$ (a) $(-\infty\ ,\ 1]\ ,\ (1\ ,\ \infty)$

(d) $(-\infty\ ,\ 3]$ (c) $(-\infty\ ,\ \infty)$



من الفرع الأول حدودية نسبية (أصفار المقام هي 1) الدالة g متصلة على (1 , ∞)

من الفرع الثاني كثيرة حدود متصلة على] 1, ∞-)

وببحث الإتصال عند x = 1 من جهة اليمين

$$g(1)=3\times 1=3$$

$$\lim_{x\to 1^+} g(x)=1-1=0$$

$$g(1)\neq \lim_{x\to 1^+} g(x)$$

الدالة g غير متصلة عند x= 1 من جهة اليمين

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1−5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) ميل مماس منحنى الدالة f عند النقطة $(c\ ,\ f(c))$ هو $\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$ 　 a

إن وجدت $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h}$

---

(2) السرعة المتوسطة لجسيم متحرك على خط مستقيم هي: $\bar{v}=\dfrac{d(t_1+h)-d(t_1)}{h}$ 　 b

تذكر أن السرعة اللحظية $v=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(t+h)-f(t)}{h}$

---

(3) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x)=x^2$ عند $x=-2$ هو 4 　 b

$$f'(x)=2x \Rightarrow f'(-2)=2(-2)=-4$$

---

(4) ميل مماس منحنى الدالة f: $f(x)=|x|$ عند $x=-2$ هو 2 　 a

$$f(x)=\begin{cases} x : x\ge 0 \\ -x : x<0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} 1 : x\ge 0 \\ -1 : x<0 \end{cases} \Rightarrow f'(-2)=-1$$

---

(5) يكون مماس منحنى الدالة f: $f(x)=4$ عند النقطة $(-1\ ,\ 4)$ موازيًا لمحور السينات. 　 b

$$f'(x)=0 \Rightarrow f'(-1)=0$$

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

2019/2108

(6) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{x}$ عند $x = -2$ هو:

a) -1 b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1

$$f'(x) = \frac{-2}{x^2} \Rightarrow f'(-2) = \frac{-2}{(-2)^2} = \frac{-1}{2}$$

آله حاسبة

(7) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{-1}{x-1}$ عند $x = 0$ هو:

a) -1 b) 0 c) 1 d) 2

$$f'(x) = \frac{-(-1)(1)}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{(0-1)^2} = 1$$

آله حاسبة

(8) ميل مماس منحنى الدالة f : $f(x) = 9 - x^2$ عند $x = 2$ هو:

a) -5 b) -4 c) 4 d) 5

$$f'(x) = -2x \Rightarrow f'(2) = -2(2) = -4$$

آله حاسبة

(9) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقيًّا هي:

a) $(3, 0)$ b) $(1, 0)$ c) $(2, -1)$ d) $(-1, 2)$

2018/2017

$$f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

بند (2 – 2) المشتقة

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f: $f(x) = 3x - 12$ فإن $f'(x) = 3$.   (b)

---

(2) الدالة f: $f(x) = x|x|$ غير قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$.   (a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 : x \geq 0 \\ -x^2 : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ -2x : x < 0 \end{cases}$$

$\boxed{\text{R الدالة قابلةللاشتقاق على}}$

$$f'_+(0) = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} x = 0$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \to 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-x^2 - 0}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} (-x) = 0$$

2019/2108

---

(3) إن الدالة f: $f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$ غير قابلة للاشتقاق عندما x تساوي -1 فقط.   (a)

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = -1$$

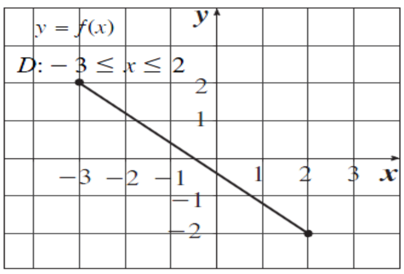
---

(4) الدالة f: $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 4 \\ x^2 - 9 & : x > 4 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 4$.   (a)

الدالة غير معرفة عند 4

---

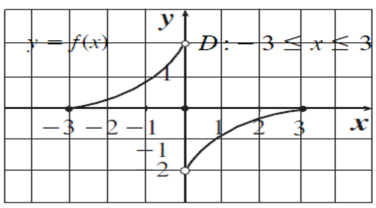
(5) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه قابلة للاشتقاق على الفترة $[-3\ ,\ 2]$.   (a)



الدالة غير قابلة للأشتقاق عند النقاط الطرفية

---

(6) إن الدالة f ذات الرسم البياني أدناه هي متصلة على الفترة $[-3\ ,\ 3]$ ولكن غير قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ (a)



الدالة غير متصلة عند X=0

2016/2015

2020-2019

في التمارين (12—7)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إن الدالة f: $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ والسبب هو:

(a) ناب

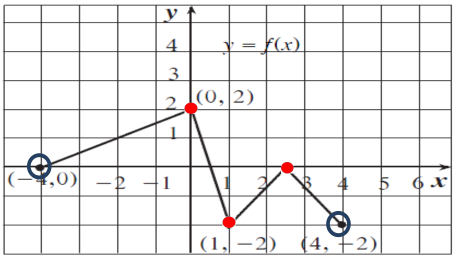
(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

(8) تكون الدالة f ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل $x = \dots$



غير قابلة للاشتقاق عند الركن

(a) $0 \ , \ 1 \ , \ 2\frac{1}{2}$

(b) $-2 \ , \ +2$

(c) $-4 \ , \ 0 \ , \ 1 \ , \ 4$

(d) $1 \ , \ 4$

2019/2108

منهج كامل

(9) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي:

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b) $\sqrt{3-x}$

(c) $\begin{cases} 3x-1 & : \quad x \leqslant 3 \\ 1 & : \quad x > 3 \end{cases}$

(d) $\sqrt[3]{x+2}$

(a) الدالة غير معرفة عند x=3 لأن المقام = 0 عند x=0

(b) دالة مجالها [-∞, 3) هي نقطة طرفية 3

(c) الدالة غير متصلة عند x = 3

(10) إذا كانت $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ فإن مجال f' هو:

(a) $\mathbb{R} - \{-2 \ , \ 2\}$

(b) $\mathbb{R} - \{-2\}$

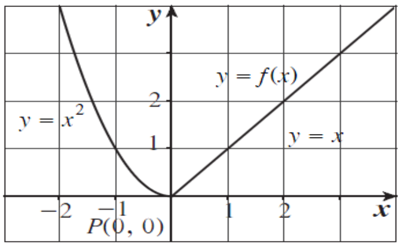
(c) $\mathbb{R} - \{2\}$

(d) $\mathbb{R} - (-2 \ , \ 2)$

الدالة غير قابلة للأشتقاق عند أصفار المقام

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$$

(11) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



المشتقة جهة اليسار سالبة
المشتقة جهة اليمين موجبة
الدالة غير قابلة للأشتقاق عند x=0

(a) المشتقة جهة اليسار موجبة.

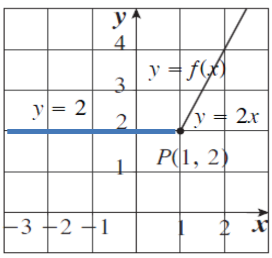
(b) المشتقة جهة اليمين سالبة.

(c) الدالة قابلة للإشتقاق.

(d) ليس أيّ مما سبق.

$$f(x) = \begin{cases} x : x > 0 \\ 0 : x = 0 \\ x^2 : x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 : x > 0 \\ ??? : x = 0 \\ 2x : x < 0 \end{cases}$$

(12) في الشكل المقابل، عند النقطة P:



$$f(x) = \begin{cases} 2x : x > 1 \\ 2 : x = 1 \\ 2 : x < 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2 : x > 1 \\ ??? : x = 1 \\ 0 : x < 1 \end{cases}$$

(a) $f'_+(1) = 1$

(b) $f'_-(1) = 0$

(c) $f'_-(1) = 2$

(d) f قابلة للاشتقاق

بند (3 – 2) قواعد الاشتقاق

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y=-x^2+3$ فإن $\frac{dy}{dx}=-2$

$$\frac{dy}{dx}=-2x$$

(a) (b)

---

(2) إذا كانت $y=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{3}+x$ فإن $\frac{dy}{dx}=x^2+\frac{2}{3}x+1$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3x^2}{3}+\frac{2x}{3}+1=x^2+\frac{2x}{3}+1$$

---

(3) إذا كانت $y=\frac{2x+5}{3x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{12x+11}{(3x-2)^2}$

(a) (b)

$$\frac{dy}{dx}=\frac{(3x-2)(2)-(2x+5)(3)}{(3x-2)^2}=\frac{6x-4-6x-15}{(3x-2)^2}=\frac{-19}{(3x-2)^2}$$

---

(4) إذا كانت $y=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{3}{x^4}$

(a) (b)

$$y=\frac{x^3-1}{x^3}=\frac{x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}=1-x^{-3}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=-(-3x^{-4})=\frac{3}{x^4}$$

في التمارين (5–14)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y=1-x+x^2-x^3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

$$\frac{dy}{dx}=-1+2x-3x^2$$

(a) $-1+2x-3x^2$ (b) $2-3x$ (c) $-6x+2$ (d) $1-x$

---

(6) إذا كانت $f(x)=5x^3-3x^5$ فإن $f'(x)$ تساوي:

$$\frac{dy}{dx}=15x^2-15x^4$$

(a) $20x+60x^3$ (b) $15x^2-15x^4$ (c) $30x-30x^4$ (d) $30x-60x^3$

---

(7) إذا كانت $y=\frac{x^2+5x-1}{x^2}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي:

آله حاسبة

(a) $\frac{-7}{2}$ (b) -3 (c) 3 (d) $\frac{7}{2}$

(8) ميل مماس منحنى $y = x^2 + 5x$ عند $x = 3$ يساوي:

(a) 24 (b) $-\frac{5}{2}$ (c) 11 (d) 8 آله حاسبة

---

(9) للدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته: مماس رأسي عند أصفار الجذر التكعيبي

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

المماس الرأسي يكون عند أصفار المقام

$$f(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

---

(10) ميل الناظم لمنحنى الدالة $y = x^3 - 3x + 1$ عند النقطة $(2\ ,\ 3)$ هي:

(a) 9 (b) 3 (c) $-\frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{9}$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = 3(2)^2 - 3 = 9$$

ميل الناظم $\frac{-1}{9}$

---

(11) النقاط على منحنى الدالة $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ التي يكون المماس عندها موازيًا لمحور السينات هي:

(a) $(-1\ ,\ 27)$ (b) $(2\ ,\ 0)$

(c) $(2, 0)\ ,\ (-1, 27)$ (d) $(-1, 27)\ ,\ (0, 20)$

المماس يكون موازيا لمحور السينات اذا كانت المشتقة = صفر

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

2020-2019

(12) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \quad x \geqslant 1 \\ 4x - 1 & : \quad x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو:

(a) $\{1\}$ (b) $\mathbb{R} - \{1\}$

(c) $[1\ ,\ \infty)$ (d) $\mathbb{R}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2 : x > 1 \\ ??? : x = 1 \\ 4 : x < 1 \end{cases}$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x+3)(x-1)}{x - 1} = 4$$
$$f'_-(1) = \lim_{x \to 1^{-0}} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4x - 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{4(x-1)}{x - 1} = 4$$

(13) إن معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي:

(a) $y = x - 16$

(b) $y = -x + 16$

(c) $y = -x - 13$

(d) $y = -x - 16$

$$y = f(3) = 2(3)^2 - 13(3) + 2 = -19$$
$$f'(x) = 4x - 13 \Rightarrow f'(3) = 4(3) - 13 = -1$$
$$y - (-19) = -1(x - 3) \Rightarrow y + 19 = -x + 3$$
$$\Rightarrow y = -x + 3 - 19 \Rightarrow y = -x - 16$$

---

(14) إذا كانت $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 5$ عند النقطة P من الرسم البياني لدالة f فإن:

(a) معادلة خط المماس: $y = 5x + 7$

(b) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y = -\frac{1}{5}x + 7$

(c) معادلة الخط العمودي (الناظم): $y = -\frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$

(d) معادلة خط المماس: $y = 5x + 3$

معادلة المماس

$$y - (3) = 5(x - 2) \Rightarrow y = 5x - 10 + 3 \Rightarrow y = 5x - 7$$

معادلة العمودي

$$y - (3) = \frac{-1}{5}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{2}{5} + 3$$
$$\Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{2}{5} + \frac{15}{5} \Rightarrow y = \frac{-1}{5}x + \frac{17}{5}$$

بند (4 – 2) مشتقّات الدوال المثلّثيّة

ملحوظة

عند حل موضوعي الدوال المثلثية الألة علي الراديان

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 1 + x - \cos x$ فإن $\frac{dy}{dx} = 1 + \sin x$

● (b)

(2) إذا كانت $y = \frac{4}{\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

(a) ●

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{4\sin x}{\cos^2 x}$$

(3) ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \sin x + 3$ عند $x = \pi$ هو 1

(a) ●

$$y' = \cos x \Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\pi} = \cos\pi = -1$$

(4) إن منحنى الدالة $y = \tan x$ ومنحنى الدالة $y = \cot x$ ليست لهما مماسات أفقية.

● (b)

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

لا يمكن أن يكون البسط = صفر

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كانت $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$ (b) $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

● $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$ (d) $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

2022-2021

2017/2016

(6) إذا كانت $f(x)=3x+x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

$$f'(x)=3+\tan x+x\sec^2 x\Rightarrow f'(0)=3+\tan 0+(0)\sec^2(0)=3$$

2021/2020

منهج كامل

(7) إذا كانت $y=\dfrac{x}{1+\cos x}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $-\dfrac{x\sin x}{(1+\cos x)^2}$ (b) $\dfrac{1+\cos x-x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

(c) $\dfrac{1+\cos x-x\sin x}{1+\cos^2 x}$ (d) $\dfrac{1+\cos x+x\sin x}{(1+\cos x)^2}$

$$y'=\frac{(1+\cos x)(1)-x(-\sin x)}{(1+\cos x)^2}=\frac{1+\cos x+x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

---

(8) معادلة المستقيم العمودي على المماس لبيان الدالة $y=2\cos x$ عند النقطة $\left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 0\right)$ هي:

(a) $y=\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}$ (b) $y=-\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}$

(c) $y=\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}$ (d) $y=-\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}$

$$f'(x)=-2\sin x\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2})=-2\sin\frac{\pi}{2}=-2$$

$$y-0=\frac{1}{2}(x-\frac{\pi}{2})\Rightarrow y=\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}$$

---

(9) إذا كانت $y=\dfrac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي:

(a) $\cot x\bullet\csc x$ (b) $\cos x$

(c) $-\cot x\bullet\csc x$ (d) $-\cos x$

$$y=\csc x$$
$$y'=-\csc x\cdot\cot x$$

بند (5 – 2) قاعدة السلسلة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y=\cos(\sqrt{3}x)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$ 　 a

$$\frac{dy}{dx}=(-\sin\sqrt{3}x)(\sqrt{3})=-\sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$$

(2) إذا كانت $y=5\cot\left(\frac{2}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\frac{10}{x^2}\csc^2\left(\frac{2}{x}\right)$ 　 b

$$\frac{dy}{dx}=5(-\csc^2\frac{2}{x})(\frac{-2}{x^2})=\frac{10}{x^2}\csc^2(\frac{2}{x})$$

(3) إذا كانت $y=(x+\sqrt{x})^{-2}$ فإن $\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-1}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ 　 a

$$\frac{dy}{dx}=-2(x+\sqrt{x})^{-3}(1+\frac{1}{2\sqrt{x}})$$

(4) إذا كانت $s=\cos\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$ فإن $\frac{ds}{dt}=3\sin\left(\frac{\pi}{2}-3t\right)$ 　 b

$$\frac{ds}{dt}=-\sin(\frac{\pi}{2}-3t)(-3)=3\sin(\frac{\pi}{2}-3t)$$

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

2018/2017

(5) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2x\sin x$ 　 (b) $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$

(c) $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2x\sin x$ 　 (d) $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$

2019/2108

$$\frac{dy}{dx}=-5\sin^{-6}x(\cos x)-3\cos^2x(-\sin x)$$
$$=-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2x\sin x$$

منهج كامل

(6) إذا كانت $y=\dfrac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

(b) $-3(2x+1)^{-\frac{3}{2}}$

(c) $-3(2x+1)^{-\frac{1}{2}}$

(d) $3(2x+1)^{-1}$

$$y=3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{dy}{dx}=3\times\frac{-1}{2}(2x+1)^{\frac{-3}{2}}(2)=-3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$$

---

(7) إذا كانت $s=\dfrac{4}{3\pi}\sin 3t+\dfrac{4}{5\pi}\cos 5t$ فإن $\dfrac{ds}{dt}$ تساوي:

(a) $\frac{4}{\pi}\sin 3t-\frac{4}{\pi}\cos 5t$

(b) $\frac{4}{\pi}\cos 3t+\frac{4}{\pi}\sin 5t$

(c) $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 3t$

(d) $\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{4}{3\pi}\cos 3t(3)+\frac{4}{5\pi}(-\sin 5t)(5)=\frac{4}{\pi}\cos 3t-\frac{4}{\pi}\sin 5t$$

---

(8) إذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فإن $\dfrac{dr}{d\theta}$ تساوي:

(a) $\sec^2(2-\theta)$

(b) $-\sec^2(2-\theta)$

(c) $\sec^2(\theta+2)$

(d) $\sec(2-\theta)$

$$\frac{dr}{d\theta}=\sec^2(2-\theta)(-1)=-\sec^2(2-\theta)$$

في التمارين (1–3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان: $y = \frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ فإن: $\frac{d^2y}{dx^2} = -2x$

(a) ●

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3x^2}{3} + \frac{2x}{2} + 1 = -x^2 + x + 1$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2x + 1$$

---

(2) إذا كان: $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فإن: $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$

● (b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3(4x^3)}{4} - \frac{3(2x)}{2} + 4 = -3x^3 - 3x + 4$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -9x^2 - 3 \Rightarrow \frac{d^3y}{dx^3} = -18x$$

---

(3) معادلة المماس لمنحنى: $x^2 - y^2 - x^2y = 7$ عند النقطة $(2, -1)$ هي: $y = 4x - 9$

● (b)

$$2x - 2yy' - 2xy - x^2y' = 0 \Rightarrow -2yy' - x^2y' = -2x + 2xy$$

$$y'(-2y - x^2) = -2x + 2xy \Rightarrow y' = \frac{-2x + 2xy}{-2y - x^2}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(2,-1))} = \frac{-2(2) + 2(2)(-1)}{-2(-1) - (2)^2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$y - (-1) = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 8 - 1 \Rightarrow y = 4x - 9$$

2015/2014

في التمارين (4–7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) إذا كانت: $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن: $f''(x)$ تساوي:

(a) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

● $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(1 + 6x)^{\frac{-1}{3}} \times 6 = 4(1 - 6x)^{\frac{-1}{3}}$$

$$f''(x) = 4 \times \frac{-1}{3}(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}} \times 6 = -8(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}}$$

(5) إذا كانت: $f(x)=\frac{2x+1}{3x+2}$ فإن: $f^{(4)}(x)$ تساوي:

a $24(3x+2)^{-5}$

b $-24(3x+2)^{-5}$

c $648(3x+2)^{-5}$

d $-648(3x+2)^{-5}$

$$f'(x)=\frac{(3x+2)(2)-(2x+1)(3)}{(3x+2)^2}=\frac{6x+4-6x-3}{(3x+2)^2}=\frac{1}{(3x+2)^2}=(3x+2)^{-2}$$

$$f''(x)=-2(3x+2)^{-3}\times(3)=-6(3x+2)^{-3}$$

$$f'''(x)=18(3x+2)^{-4}\times(3)=54(3x+2)^{-4}$$

$$f^{(4)}(x)=-216(3x+2)^{-5}\times(3)=-648(3x+2)^{-5}$$

---

(6) ميل الخطّ العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3\,,\,2)$ على منحنى: $x^2-y^2-2xy=-7$ هو:

a -5

b $-\frac{1}{5}$

c $\frac{1}{5}$

d 5

$$2x-2yy'-2xy'-2y=0\Rightarrow -2yy'-2xy'=2y-2x$$

$$\Rightarrow -yy'-xy'=y-x$$

$$y'(-y-x)=y-x\Rightarrow y'=\frac{y-x}{-y-x}$$

$\Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(3,2)}=\frac{2-3}{-2-3}=\frac{-1}{-5}=\frac{1}{5}\Rightarrow\Rightarrow$ ميل الخط العمودي على المماس $\Rightarrow -5$

نقلب ونغير الأشارة

---

(7) ميل المماس عند النقطة $A(1\,,\,1)$ على منحنى: $x^2-3y^2+2xy=0$ هي:

a -1

b 0

c 1

d 2

2015/2014

$$2x-6yy'+2xy'+2y=0\Rightarrow -6yy'+2xy'=-2y-2x$$

$$\Rightarrow -3yy'+xy'=-y-x$$

$$y'(-3y+x)=-y-x$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-y-x}{-3y-x}\Rightarrow \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,1)}=\frac{-1-1}{-3(1)+1}=\frac{-2}{-2}=1$$

طلب الاشتقاق فقط بالاختبار

بند (1 – 3)

الرياضيات ليست مادة بل هى اسلوب حياة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f دالة متصلة على $(a\,,\,b)$ فإن f لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة.

(a)

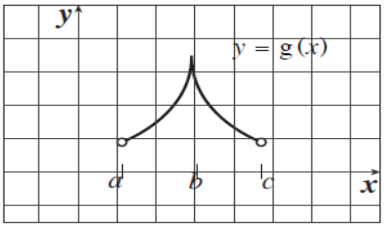
لابد أن تكون الفترة مغلقة $[a, b]$

---

(2) في الشكل التالي، للدالة g قيمة قصوى محليّة عند $x = c$.

(a)

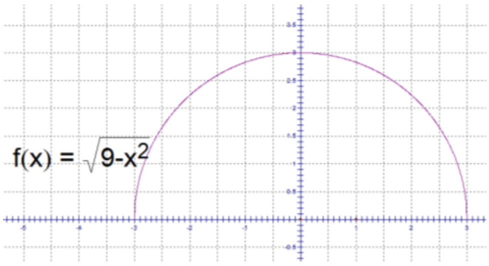
عند x = b



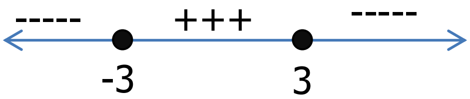
---

(3) الدالة g : $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

(b)



$$9 - x^2 = 0$$
$$(3 - x)(3 + x) = 0$$
$$x = 3, x = -3$$



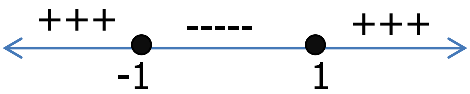
المجال هو [- 3 , 3]

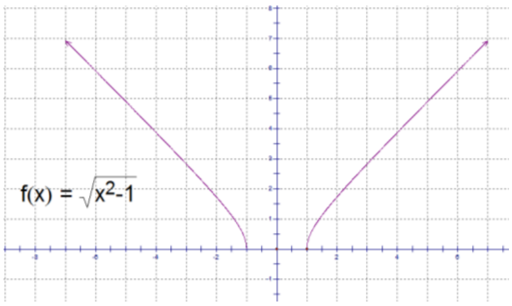
---

(4) الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ لها قيمة عظمى في مجالها.

(a)

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x - 1)(x + 1) = 0$$
$$x = 1, x = -1$$





المجال هو R – (- 1 , 1)

2019/2108

2016/2015

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة: $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0\ ,\ 2)$ هو:

ⓐ 3 ⓑ 2 ● 1 ⓓ 0

$$y' = 9x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 1) = 0$$
$$\Rightarrow 9(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$
$$-1 \notin (0,2), 1 \in (0,2)$$

---

(9) إذا كانت $f(x) = ax^2 - 25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x = \frac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

ⓐ 2 ⓑ 3 ⓒ 4 ● 5

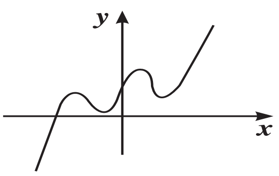
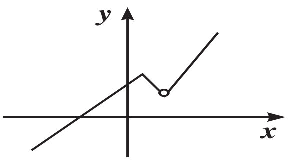
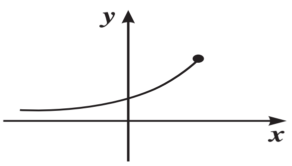
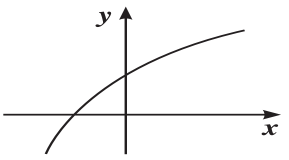
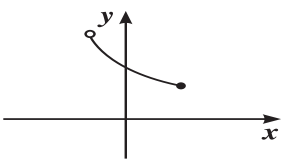
الدالة لها قيمة قصوى محلية عند x=2.5

يوجد نقطة حرجة عند x=2.5

المشتقة = 0 عندما x=2.5

$$f'(x) = 2ax - 25$$
$$f'(\frac{5}{2}) = 2a(\frac{5}{2}) - 25 = 0 \Rightarrow 5a - 25 = 0$$
$$5a = 25 \Rightarrow a = 5$$

في التمارين (10—12)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل عبارة في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(10) لها قيمة عظمى مطلقة. c	ⓐ 
(11) لها أكثر من قيمة قصوى محلية. a	ⓑ 
	ⓒ 
(12) ليس لها قيم قصوى محلية أو مطلقة d	ⓓ 
	ⓔ 

في التمارين (13–16)، اختر لكل جدول من القائمة (1) الرسم البياني الذي يناسبه في القائمة (2).

القائمة (1)

(13) c

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أكبر من الصفر

مماس أفقي
مماس أفقي
الدالة متزايدة

(14) b

x	$f'(x)$
a	0
b	0
c	أصغر من الصفر

مماس أفقي
مماس أفقي
الدالة متناقصة

(15) d

x	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	0
c	أصغر من الصفر

ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
مماس أفقي
الدالة متناقصة

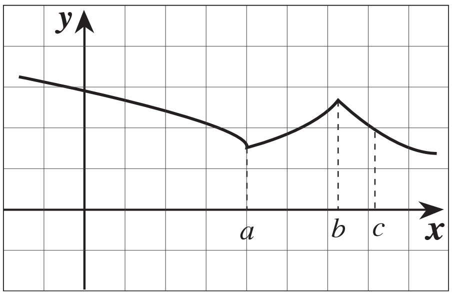
(16) a

	$f'(x)$
a	(غير موجودة)
b	(غير موجودة)
c	أصغر من الصفر

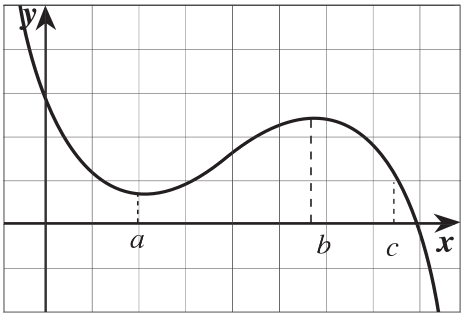
ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
ركن أو ناب أو الدالة غير متصلة
الدالة متناقصة

القائمة (2)

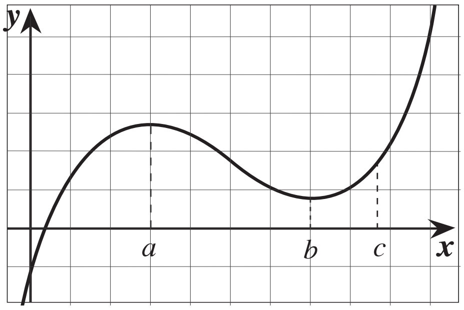
a



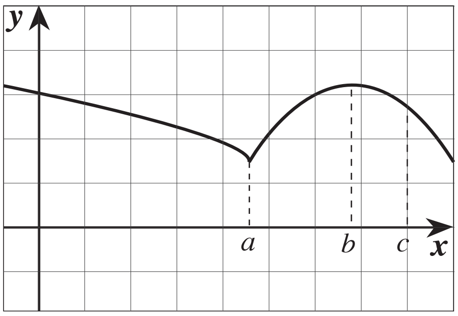
b



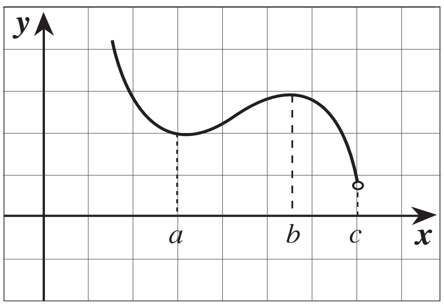
c



d



e



بند (2 – 3) تزايد وتناقص الدوال

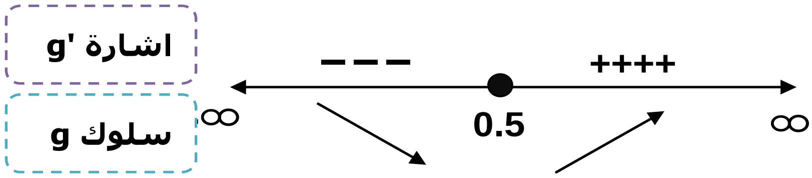
في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة g : $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $\left(-\infty , \frac{1}{2}\right)$

a

$$g'(x) = 2x - 1$$

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



(2) الدالة f : $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ متناقصة على كل من الفترة $(-\infty , -\sqrt{5})$
والفترة $(\sqrt{5} , \infty)$

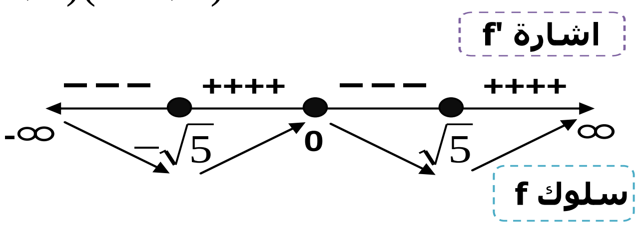
a

$$f'(x) = 4x^3 - 20x$$

$$4x^3 - 20x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow 4x(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 0$$

$$x = 0, x = \sqrt{5}, x = -\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \approx 2.23$$



في التمارين (5–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

الدالة متصلة على R- { -2 , 2 }

(5) تكون الدالة k : $k(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

(a) متزايدة على كل فترة من مجال تعريفها.

(b) متناقصة على كل فترة من مجال تعريفها.

(c) متناقصة على الفترة $(-\infty, -2)$ والفترة $(-2, 2)$ ومتزايدة على الفترة $(2 , \infty)$

(d) ليس أيٌ مما سبق.

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 4)(1) - x(2x)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{x^2 - 4 - 2x^2}{(x^2 - 4)^2} = \frac{-x^2 - 4}{(x^2 - 4)^2}$$

لا توجد نقاط حرجة $f'(x) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$ **الدالة متناقصة على مجال تعريفها لأن المشتقة سالبة دائما**

2022-2021

(7) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإنّ الدالة f :

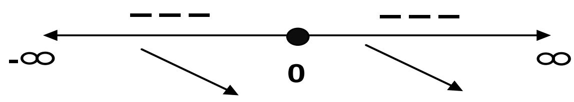
(a) متزايدة على مجال تعريفها.

(b) متناقصة على مجال تعريفها.

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$

(d) متناقصة على الفترة $(0 , \infty)$

2021/2020



منهج كامل

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ ، فإنّ الدالة f:

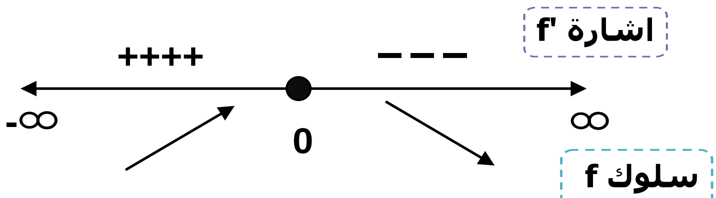
(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0]$

(c) متزايدة على مجال تعريفها.

(d) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة على الفترة $(0 , \infty)$

2017/2016



في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ هي مقعّرة لأسفل. (a)

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$
$$\Rightarrow f''(x) = 6x - 6$$
$$6x - 6 = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow x = 1$$

اشارة f''

$-\infty$	---	1	++++	∞
	$\cap$		$\cup$	

تقعر f

---

(3) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$. (a)

شروط نقطة الإنعطاف
١) المشتقة الثانية تساوي صفر
٢) الدالة تغير تقعرها عند هذه النقطة

---

(4) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$. (a)

اذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$
أو غير $f''(c)$ غيرموجودة

اذا كانت الدالة f كثيرة حدود لها نقطة انعطاف عند $(c, f(c))$ فإن $f''(c) = 0$

---

(5) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف. (b)

$$f(x) = x^3$$

في الدالة f عند x=0 توجد نقطة حرجة وهي ايضا نقطة انعطاف

---

(6) الدالة $y = -3x^8$ هي مقعّرة للأعلى. (a)

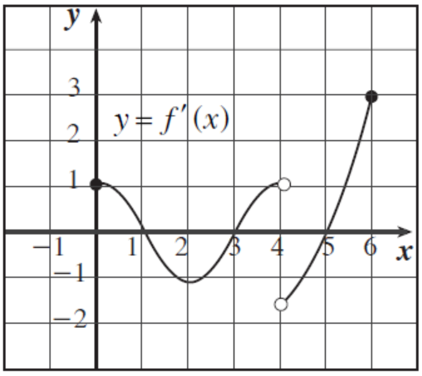
$$f'(x) = -24x^7 \Rightarrow f''(x) = -168x^6$$
$$-168x^6 = 0 \Rightarrow x^6 = 0 \Rightarrow x = 0$$

اشارة f''

$-\infty$	---	0	---	∞
	$\cap$		$\cap$	

تقعر f

في التمارين (7–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.



(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة المشتقة f' فإن الدالة f تكون:

ⓐ متزايدة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

ⓑ متناقصة على كل من $(4\ ,\ 5)$ ، $(1\ ,\ 3)$.

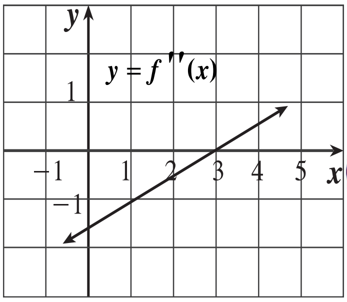
ⓒ لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

ⓓ لها نقطة انعطاف عند كل من $x = 2$ ، $x = 4$.

بيان الدالة f متزايد على الفترات (0 , 1) , (3 , 4) , (5 , 6)
بيان الدالة f متناقص على الفترات (1 , 3) , (4 , 5)
توجد قيمة عظمى محلية عند x=1
توجد قيمة صغرى محلية عند x=3
توجد قيمة صغرى محلية عند x=5
لها نقطة انعطاف عند x=2

2020-2019

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرًا للأسفل في الفترة:



ⓐ $(-\infty\ ,\ 3)$ ⓑ $(3\ ,\ \infty)$

ⓒ $(-1\ ,\ 4]$ ⓓ $(3\ ,\ 5)$

2018/2017

بيان الدالة f مقعر للأسفل في الفترة (- ∞ , 3)
بيان الدالة f مقعر للأعلى في الفترة (3 , ∞)
توجد نقطة انعطاف عند x = 3

---

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرًا لأسفل في $(-1\ ,\ 1)$:

ⓐ $f(x) = x^2$ ⓑ $f(x) = x|x|$ ⓒ $f(x) = -x^3$ ⓓ $f(x) = -x^2$

2019/2108

a) دالة مقعرة لأعلى على مجالها
b) دالة مقعرة لأعلى على الفترة (0 , ∞) ومقعرة لأسفل على الفترة (-∞ , 0)
c) دالة مقعرة لأعلى على الفترة(-∞ , 0) ومقعرة لأسفل على الفترة (0 , ∞)
d) دالة مقعرة لأسفل على مجالها

2015/2014

2022-2021

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود، $(c\ ,\ f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f''(c) = 0$ ⓑ $f'(c) = 0$ ⓒ $f(c) = 0$ ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

2020-2019

(11) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف:

a $f(x)=x^3+5x$　b $f(x)=4x^2-2x^4$　c $f(x)=x^3$　d $f(x)=(x-2)^4$

d) دالة مقعرة للأعلى على مجالها

(12) للدالة f : $f(x)=(x^2-3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

a 1　b 2　c 3　d 4

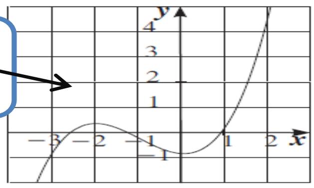
$$f'(x)=2(x^2-3)(2x)=4x(x^2-3)=4x^3-12x$$
$$f''(x)=12x^2-12$$
$$12x^2-12=0\Rightarrow 12(x^2-1)=0\Rightarrow 12(x-1)(x+1)=0\Rightarrow x=1,x=-1$$

	$-\infty$		-1		1		∞
اشارة f''		++++		− − −		++++	
تقعر f		$\cup$		$\cap$		$\cup$	

في التمارين (13–15)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.
المنحنيات في التمارين (13), (14), (15) تمثل الدوال و المنحنيات a, b, c, d, e تمثل الدوال المشتقة.

القائمة (1)

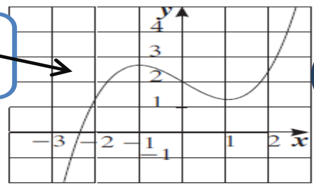
(13)



متزايدة على الفترات $(-\infty,-2),(0,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-2,0)$

c

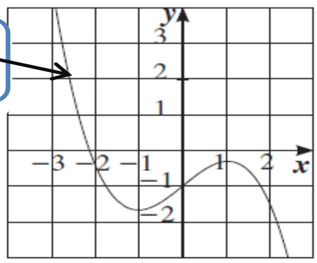
(14)



متزايدة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متناقصة على الفترة $(-1,1)$

a

(15)

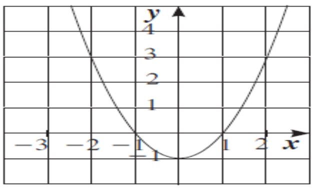


متناقصة على الفترات $(-\infty,-1),(1,\infty)$
متزايدة على الفترة $(-1,1)$

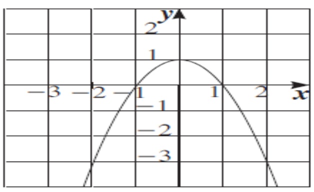
b

القائمة (2)

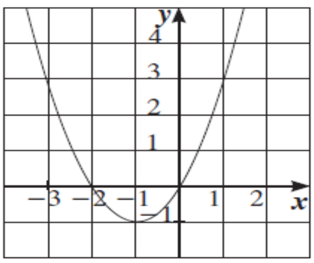
a



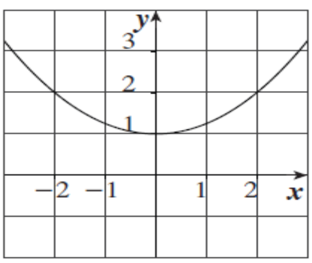
b



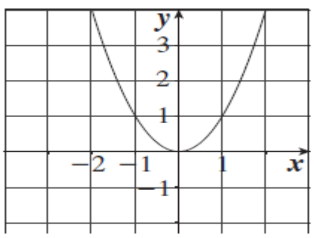
c



d



e



بيان المشتقة أعلى محور السينات تكون الدالة الأصلية متزايدة
بيان المشتقة أسفل محور السينات تكون الدالة الأصلية متناقصة

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

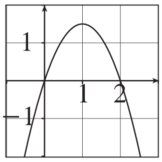
لتكن f : $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2$ و (C) منحناها.

(1) يمر المنحنى (C) بنقطة الأصل.

a ●

$$f(0) = -\frac{1}{2}(0)^3 + \frac{3}{2}(0)^2 + 2 = 2$$

(2) الشكل المجاور يمثّل منحنى الدالة f'.



a b

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \times 3x^2 + \frac{3}{2} \times 2x = -\frac{3}{2}x^2 + 3x$$

معامل x^2 سالب اذا المنحنى منحنى دالة تربيعية مفتوح للأسفل

(3) المماس عند النقطة التي إحداثيها السيني يساوي 2 موازٍ لمحور السينات.

a b

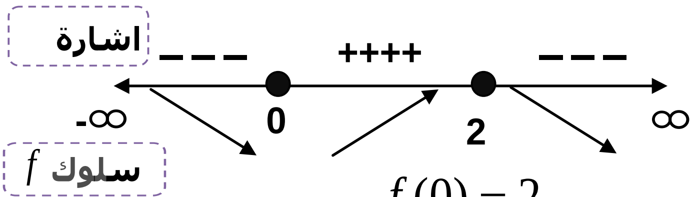
$$f'(2) = -\frac{3}{2}(2)^2 + 3(2) = 0$$

(4) 4 هي قيمة عظمى محلية.

● b

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \times 3x^2 + \frac{3}{2} \times 2x = -\frac{3}{2}x^2 + 3x \Rightarrow -\frac{3}{2}x^2 + 3x = 0$$

$$3x(-\frac{1}{2}x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, -\frac{1}{2}x = -1 \Rightarrow x = 0, x = 2$$



توجد نقاط حرجة عند x=0, x=2

$$f(0) = 2$$

$$f(2) = -\frac{1}{2}(2)^3 + \frac{3}{2}(2)^2 + 2 = 4$$

(5) المنحنى (C) مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty , 1)$.

b

$$f''(x) = -\frac{3}{2} \times 2x + 3 \Rightarrow f''(x) = -3x + 3$$

$$\Rightarrow -3x + 3 = 0 \Rightarrow -3x = -3 \Rightarrow x = 1$$

	$-\infty$		1		∞
اشارة		++++		− − −	
سلوك f		$\cup$		$\cap$	

في التمارين (6—11)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

الدالة f دالة كثيرة حدود جدول تغيرها:

x	$-\infty$		-1		5		∞
$f(x)$	∞	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

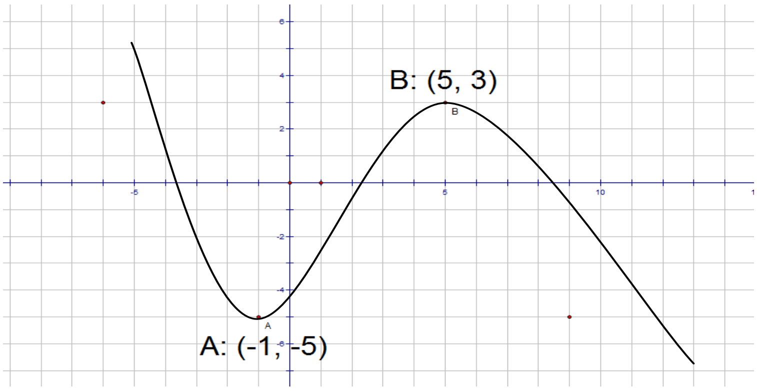
(6) العبارة الصحيحة فيما يلي هي:

a $f(-2) > f(0)$ b $f(0) < f(6)$

$f(-9) > f(-2)$ d $f(-1) > f(8)$

لكي نقارن بين قيمتين لـ x لابد أن يكونا ينتميان لنفس الفترة

رسم تقريبي للدالة



---

(7) للمعادلة $f(x) = 0$:

a حل واحد   b حلّان

ثلاثة حلول   d لا حل لها.

من الرسم تقريبي للدالة

(8) جدول تغير الدالة f يوضّح أن:

(a) -5 قيمة صغرى مطلقة.

(b) 3 قيمة عظمى مطلقة.

-5 قيمة صغرى محلية، 3 قيمة عظمى محلية.

(d) -1 قيمة صغرى محلية، 5 قيمة عظمى محلية.

---

(9) لتكن الدالة f : $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

لمنحنى f قيمة عظمى محلية.

(b) لمنحنى f نقطة انعطاف.

(c) منحنى f مقعر لأعلى.

(d) لمنحنى f قيمة صغرى محلية.

معامل x^2 سالب اذا بيان الدالة هو بيان دالة تربيعية مقعر للأسفل على مجالها ولها قيمة عظمى مطلقة ومحلية

---

(10) لتكن f : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ , \ a \neq 0$. لمنحنى f دائمًا:

(a) قيمة عظمى محلية وقيمة صغرى محلية.

نقطة انعطاف.

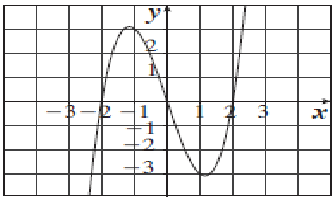
(c) تقعُّر لأسفل ثم تقعُّر لأعلى.

(d) لا تمر بنقطة الأصل.

الدالة من الدرجة الثالثة
لابد أن يكون لها نقطة انعطاف

في التمارين (12—14)، لديك قائمتان. اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

الشكل المقابل يمثّل بيان الدالة f .



القائمة (1)	القائمة (2)
(12) $f'(x) = 0$ d المماس أفقي للدالة	(a) $(-\infty \ , \ 0)$
(13) $f'(x) > 0$ في ..... b الدالة متزايدة	(b) $(-\infty \ , -1) \ , \ (1 \ , \infty)$
(14) $f''(x) < 0$ a بيان الدالة مقعر للأسفل	(c) $-2 \ , 0 \ , 2$
	(d) $-1 \ , 1$
	(e) $(0 \ , \infty)$

في التمرينين (1–2)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\,cm^2$ هو $16\,cm$ (b)

المساحة
$$xy = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x}$$

المحيط
$$f(x) = 2(x+y) \Rightarrow f(x) = 2(x+\frac{16}{x}) = 2x + \frac{32}{x}$$

القيم الحرجة
$$f'(x) = 2 + \frac{-32}{x^2} = \frac{2x^2-32}{x^2}$$

المشتقة =0
$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

المشتقة غير موجودة
$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = -4, x = 0$$ مرفوضة

اختبار المشتقة الثانية
$$f''(x) = \frac{32 \times 2x}{x^4} = \frac{64}{x^3} \Rightarrow f''(4) = \frac{64}{4^3} = 1 > 0$$

$$f(4) = 2(4+\frac{16}{4}) = 2(4+4) = 16cm$$

أصغر محيط يكون عند x = 4

---

(3) مستطيل مساحته $36\,cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\,cm\,,\,4\,cm$ (b) $12\,cm\,,\,3\,cm$

(c) $6\,cm\,,\,6\,cm$ (d) $18\,cm\,,\,2\,cm$

نفس خطوات حل (1)

1 — 4 التقدير

2020-2019

في التمرينين (1—2)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.054

(b) ●

السبب :

$1-\alpha = 0.96$

$\frac{1-\alpha}{2} = \frac{0.96}{2} = 0.48$

من الجدول

$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{2.06+2.05}{2} = 2.054$

(2) إذا أخذنا عينة من 225 هاتفًا، ووجدنا أنّ متوسط صلاحية استخدامها $\bar{x}$ هو 1.7 سنة، والانحراف المعياري $S = 0.5$، ودرجة الثقة 95% فنجد أن فترة الثقة هي: $2.63 < \mu < 2.76$

(a) ●

السبب :

هامش الخطأ

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{0.5}{\sqrt{225}} = 0.0653$$

فترة الثقة

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (1.7 - 0.0653, 1.7 + 0.0653)$$
$$= (1.6365, 1.7635)$$

2015/2014

في التمارين (3—9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(3) إنّ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6% هي:

● 2.12 (b) 2.17 (c) 21.2 (d) 21%

2019/2108

السبب :

$1-\alpha = 0.966$

$\frac{1-\alpha}{2} = \frac{0.966}{2} = 0.4830$

من الجدول

$z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.12$

منهج كامل

(4) أخذت عينة عشوائية من مجتمع توزيعه طبيعي وكانت فترة الثقة للمعلمة μ هي (10.932 , 14.068) فإن قيمة μ ممكن أن تكون:

(a) 9.15 (b) 15.1 ● 11.23 (d) 16.078

السبب :

لان $\mu = 11.23$ تقع في الفترة (10.932 , 14.068)

(5) المتوسط الحسابي لدرجات 9 طلاب هو $\overline{x} = 2.76$ حيث النهاية العظمى 4 درجات والانحراف المعياري $S = 0.87$. إنّ فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي عند درجة ثقة 95% هي:

(2.1916 , 3.3284)   (b) (1.6232 , 3.8968)

(c) (2.1916 , 3.8968)   (d) (1.6232 , 3.3284)

السبب :

درجة الحرية $n-1 = 9-1 = 8$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.306$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.306 \times \frac{0.87}{\sqrt{9}} = 0.6687$$

$$(\overline{x}-E, \overline{x}+E) = (2.76-0.6687, 2.76+0.6687)$$

$$= (2.0913, 3.4287)$$

حل آخر

$$\overline{x} = 2.76$$

(a) $$\frac{2.1916 + 3.3284}{2} = 2.76$$

---

(6) لنفترض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ مع انحراف معياري 6.50

منهج كامل

إذا تمّ استخدام عينة من 100 فرد فمتوسط هذه العينة يساوي:

(a) 56.34   (b) 62.96   (c) 6.62   66.15

2021/2020

2019/2108

السبب :

$$\overline{x} = \frac{62.8 + 69.4}{2} = 66.15$$

منهج كامل

---

(7) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95%،

وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي:

(a) 65   62   (c) 8   (d) 26

السبب :

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 1.96 \times \frac{8}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} = 1.96 \times \frac{8}{2} \Rightarrow n = 62$$

---

(8) أنجز 16 طالبًا في كلية الطب قياس ضغط الدم لدى الشخص نفسه فحصلوا على النتائج التالية:

134 ،138 ،130 ،135 ،120 ،125 ،120 ،130 ،135 ،144 ،143 ،140 ،130 ،150 ،140 ،130

على افتراض أن الانحراف المعياري للمجتمع الإحصائي $\sigma = 10$ mm Hg فإن فترة الثقة عند درجة ثقة 95% للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي هي:

(a) (129.1 , 131.55)   (129.1 , 138.9)

(c) (131.55 , 136.45)   (d) (136.45 , 138.9)

السبب :

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2144}{16} = 134$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{16}} = 4.9$$

اختبارات الفروض الإحصائية 2 − 4

في التمارين (1−4)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت الإجابة خاطئة.

(1) في مجتمع إحصائي إذا كان المتوسط الحسابي $\mu = 860$ وعينة من هذا المجتمع حجمها $n = 25$ والمتوسط الحسابي $\bar{x} = 900$ والانحراف المعياري $S = 125$.

فإن المقياس الإحصائي هو: $Z = 1.6$

(b)

السبب :

$$t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{900-680}{\frac{125}{\sqrt{25}}} = 1.6$$

---

(2) متوسط العمر لعينة من 100 مصباح كهربائيّ بالساعات في أحد المصانع هو $\bar{x} = 1600$ بانحراف معياري $S = 125$. يقول صاحب المصنع أن متوسط عمر المصابيح بالساعات هو $\mu = 1640$. إن المقياس الإحصائي هو $Z = 3.2$

(a)

السبب :

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1600-1640}{\frac{125}{\sqrt{100}}} = -3.2$$

2019/2108

2018/2017

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$، في دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$.

إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإنّ حجم العينة: $n = 25$

(b)

السبب :

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{27000-25000}{\frac{5000}{\sqrt{25}}} = 2$$

منهج كامل

---

(4) أخذت عينة عشوائية من مجتمع إحصائي حجمها $n = 81$ مع متوسط حسابي $\bar{x} = 3.6$ وانحراف معياري $S = 1.8$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = -1.5$ فإن المتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي $\mu = 3.3$

(a)

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{3.6-3.3}{\frac{1.8}{\sqrt{81}}} = 3$$

2016/2015

في التمارين (5–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة (1.96 , 1.96–) فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

(a) 1.5 (b) –2.5

(c) 1.87 (d) –1.5

السبب : $-2.5 \notin (-1.96, 1.96)$

2019/2108 2021/2020

(6) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z = -1.5$ وفترة القبول (1.96 , 1.96–) فإن القرار يكون:

(a) رفض فرض العدم (b) قبول فرض العدم

(c) قبول الفرض البديل (d) Z لا تنتمي للفترة

السبب :

منهج كامل

$-1.5 \in (-1.96, 1.96)$

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو (دينارًا) $\mu = 320$ وقد تبيّن أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلًا من هذه المدينة هو (دينارًا) $\overline{x} = 310$ مع انحراف معياري $S = 40$. إن المقياس الإحصائي هو:

(a) 1.25 (b) –1.25

(c) 0.8 (d) –0.8

السبب :

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{310 - 320}{\frac{40}{\sqrt{25}}} = -1.25$$

(8) في دراسة على عينة أسلاك معدنية حجمها $n = 64$ تبيّن أن المتوسط الحسابي لقوة تحمل السلك $\overline{x} = 360$ kg مع انحراف معياري $S = 50$ kg إذا كان المقياس الإحصائي لقوة تحمل كافة الأسلاك المعدنية المصنعة $Z = -2.4$ فإنّ المتوسط الحسابي μ هو:

(a) 345 (b) 395 (c) 375 (d) 325

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$-2.4 = \frac{360 - \mu}{\frac{50}{\sqrt{64}}}$$

$$-2.4 = \frac{360 - \mu}{6.25}$$

$$\mu = 375$$

(9) هدف إحدى الشركات الكبرى هو ربح صاف متوسطه الحسابي (دينار) $\mu = 200\,000$ في كل فرع من فروعها المنتشرة في عدد من الدول. في دراسة لعينة من عدد لهذه الفروع أعطت متوسطًا حسابيًا (دينارًا) $\overline{x} = 195\,000$ مع انحراف معياري (دينارًا) $S = 80$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = -0.625$ فإنّ حجم العينة n هو:

● 100   (b) 125   (c) 90   (d) 110

السبب :

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$-0.625 = \frac{195000 - 200000}{\frac{80000}{\sqrt{n}}}$$

$$n = 100$$

---

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبيّن أنّ متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبيّن أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 130$. إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإنّ الانحراف المعياري σ هو:

(a) -9.6 (b) 6.9   ● 9.6   (d) -6.9

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$3.125 = \frac{130 - 125}{\frac{\sigma}{\sqrt{36}}}$$

$$\sigma = 9.6$$

2017/2016

لا تنسونا من دعائكم ولوالدينا

لا تنسونا من دعائكم ولوالدينا