ثانوية سلمان الفارسي

قسم الرياضيات

الصف الثانى عشر علمى

الفصل الدراسى الثانى

الوحدة السادسة

نسخة غير محلولة

M.ATA

2023

(1 ـ 6) المساحات فى المستوى

المساحات

دالة واحدة $f(x)$

فترة واحدة $[a,b]$

$$A=\left|\int_a^b f(x)\,dx\right|$$

فترتين $[a,b],[b,c]$

$$A=\left|\int_a^b f(x)\,dx\right|+\left|\int_b^c f(x)\,dx\right|$$

دالتين $g(x), f(x)$

فترة واحدة $[a,b]$

$$A=\left|\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx\right|$$

فترتين $[a,b],[b,c]$

$$A=\left|\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx\right|+\left|\int_b^c \left(f(x)-g(x)\right)dx\right|$$

في حالة الأسئلة الموضوعية اذا علمت فترة التكامل $[a,b]$ يمكن حساب المساحة على الحاسبة مباشرة

$$A=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

$$A=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

كن طموحا لكي تصل الي اهدافك

دالة واحدة f (x) | فترة واحدة [a,b]

أولًا: مساحة منطقة محددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a , b]$

علمنا من دراستنا السابقة أنه إذا كانت f دالة متصلة على $[a , b]$ فإن مساحة المنطقة A المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$ ، $x = b$

إذا كانت: $f(x) \geqslant 0 \quad \forall x \in [a , b]$

فإن $A = \int_a^b f(x)\,dx$

إذا كانت: $f(x) \leqslant 0 \quad \forall x \in [a , b]$

فإن $A = -\int_a^b f(x)\,dx$

مثال (2)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ومحور السينات.

كن ايجابيا ولا تنظر خلفك

حاول أن تحل

2 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 5x + 4$ ومحور السينات.

هل تريد النجاح والتفوق ؟؟

مثال (1)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 4 - 4x$

ومحور السينات والمستقيمين $x = 2$, $x = 5$

اذهب وقبل يدي والديك واشكرهم
او ادعى لهما بالمغفرة والرحمة

دالة واحدة f (x)

فترتين [a,b],[b,c]

لتكن f دالة متصلة على الفترة $[a,b]$ ، $c\in(a,b)$ حيث $f(c)=0$

فإن مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a,b]$ هي:

$$A=\left|\int_a^c f(x)\,dx\right|+\left|\int_c^b f(x)\,dx\right|$$

حاول أن تحل

1 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=x^2+4-4x$

ومحور السينات والمستقيمين $x=4$, $x=-1$.

لايوجد مستحيل

مثال (3)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

a $f(x) = x^3 - 4x \quad , \quad \left[-1 \ , \ \frac{3}{2}\right]$

تستطيع ان تفعلها مهما كانت

حاول أن تحل

3 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

a $f(x) = x^3 - 9x \quad , \quad [-2 \ , \ 1]$

ثق في نفسك

مثال (3)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

b $f(x) = \sin x \quad , \quad \left[-\frac{\pi}{2} \, , \, \frac{\pi}{2}\right]$

هل اديت فروضك ؟؟

حاول أن تحل

3 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

b $f(x) = \cos x \quad , \quad [0 \ , \ \pi]$

كن طموح وحقق اهدافك

ثانيًا: مساحة منطقة محددة بمنحنيي دالتين في الفترة $[a\,,b]$

مساحة منطقة محددة بين منحنيين

إذا كانت كل من $f\,,g$ متصلتين على الفترة $[a\,,b]$، حيث

$$f(x) \geqslant g(x) \quad \forall x \in [a\,,b]$$

فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين $f\ ,\ g$ والمستقيمين $x = a\ ,\ x = b$ هي:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

$$A = \left|\int_{-1}^{2}(y_1 - y_2)dx\right| = \left|\int_{-1}^{2}(y_2 - y_1)dx\right|$$

مثال (6)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى القطع المكافئ $y_1 = 2 - x^2$ والمستقيم $y_2 = -x$

لا ياس مع الحياة ولا حياة مع الياس

حاول أن تحل

6 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $y_2 = -2x + 5$, $y_1 = x^2 + 2$

من لم يتعلم في صغره لم يتقدم في كبره

مثال (7)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي: $f(x) = x^2 + 1 \quad , \quad g(x) = -x^2 + 9$

نحن من نصنع مصائرنا

حاول أن تحل

7 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $f(x) = -2x^2 + 2 \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$

انار الله
دربك
ووفقك
لما يحب
ويرضاه

دالتين f(x), g(x)

فترتين [a,b],[b,c]

مثال (8)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة g حيث:

$f(x) = x^3 - 1 \quad , \quad g(x) = x - 1$

معلق

النجاح
ملك من
يدفع
ثمنه

حاول أن تحل

8 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة g في كل مما يلي:

$f(x) = 1 - x^3 \quad , \quad g(x) = -4x + 1$

معلق

لا نحقق الاعمال بالامنيات وانما بالارادة نصنع المعجزات

مثال (9)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين: $g(x) = 3 - 3x^2$, $f(x) = x^3 - x$

معلق

قد تتعثر احيانا
وتسقط احيانا اخري

انهض وواصل الطريق

حاول أن تحل

9 أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين: $g(x)=\frac{x}{2}$, $f(x)=\sqrt{x}$

والمستقيمين $x=9$, $x=0$

معلق

بدل ان تلعن الظلام اوقد شمعة

دالتين f , g غير متقاطعتين

مثال (5)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = e^x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -1 - x^2$
والمستقيمين $x = 0$, $x = 3$ علمًا بأن المنحنيين للدالتين f, g غير متقاطعين.

يقول اينشتاين : ليس الامر اني عبقري ،كل
ماهنالك اني اجاهد مع المشاكل لفترة اطول

حاول أن تحل

5 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 1$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -x^2 - 3$

والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$ علمًا بأن المنحنيين للدالتين f, g غير متقاطعين.

من لا يشكر الناس لا يشكرالله

مثال (4)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \sqrt[3]{x}$ والمستقيمين $x = 1$, $x = 0$

علمًا بأن: $f(x) > g(x) \quad , \quad \forall x \in [0\,,1]$

ان الاجابة الوحيدة علي الهزيمة علي الانتصار

حاول أن تحل

4 أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 3$
ومنحنى الدالة g : $g(x) = x^2 + 1$ والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$
علمًا بأن: $\forall x \in [-1, 1]$, $f(x) > g(x)$

اشكر ثلاث اشخاص غدا

(2 - 6) حجوم الاجسام الدورانية

الحجوم

فترة واحدة $[a,b]$

دالة واحدة $f(x)$

$$V=\pi\int_a^b (f(x))^2\ dx$$

فترة واحدة $[a,b]$

دالتين $g(x), f(x)$

$$V=\pi\int_a^b \left[(f(x))^2-(g(x))^2\right] dx$$

$f(x)\geq g(x)\geq 0$ حيث $f(x)\leq g(x)\leq 0$

في حالة الأسئلة الموضوعية اذا علمت فترة التكامل $[a,b]$ يمكن حساب الحجم على الحاسبة مباشرة

دالة واحدة $f(x)$

$$V=\pi\left|\int_a^b (f(x))^2\ dx\right|$$

دالتين $g(x), f(x)$

$$V=\pi\left|\int_a^b \left[(f(x))^2-(g(x))^2\right] dx\right|$$

ملحوظة : مسائل الحجوم تكون علي فترة واحدة فقط

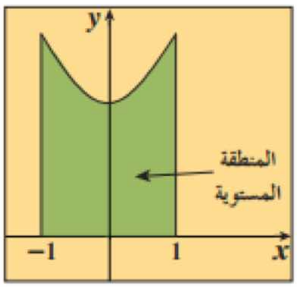
دالة واحدة f (x)

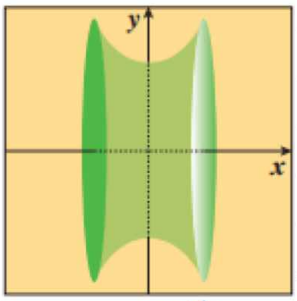
إذا نتج مجسم من دوران منطقة محددة بمنحنى دالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = b$ ، $x = a$ حيث $a < b$ دورة كاملة حول محور السينات فإن حجم هذا المجسم يساوي:

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx$$

مثال (1)

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 2$ ومحور السينات في الفترة $[-1, 1]$.





شكل توضيحي

ابتسم للحياة

حاول أن تحل

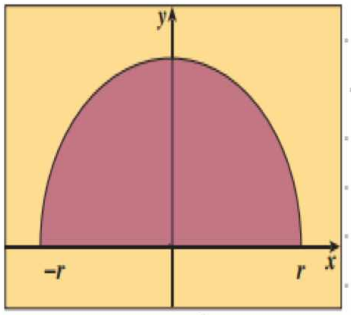
1 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f:

$f(x) = \sqrt{x-1}$ ومحور السينات في الفترة $[1,5]$.

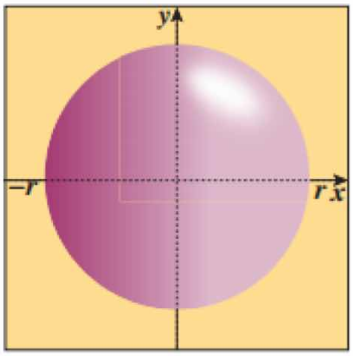
ساصير يوما ما اريد

مثال (2)

باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بنصف الدائرة $y = \sqrt{r^2 - x^2}$



شكل توضيحي



احد اسرار النجاح في الصبر والمثابره

حاول أن تحل

2 باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $r \neq 0$, $f(x) = r$ في الفترة $[0 , h]$

في لفظ القمة شيء يقول لك قم

كراسة التمارين

باستخدام التكامل المحدد استنتج الصيغة التي تعطى حجم مخروط دائري قائم ارتفاعه h (وحدة طول) وطول نصف قطر قاعدته r (وحدة طول) من دوران منطقة مستوية دورة كاملة حول محور السينات.
(إرشاد: استخدم الدالة f : $f(x) = \frac{r}{h}x$ في الفترة $[0, h]$)

معلق

تعود علي العادات الحسنة وهي سوف تصنعك

دالتين f(x), g(x)

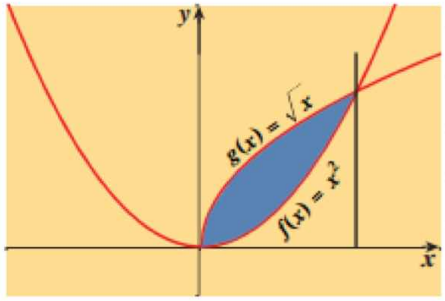
إذا نتج مجسم عن دوران منطقة محددة بمنحنيي الدالتين g , f والمستقيمين $x = b$, $x = a$ دورة كاملة حول محور السينات، بحيث f, g لهما الإشارة نفسها في الفترة $[a , b]$، فإن حجم هذا المجسم يعطى بالقاعدة:

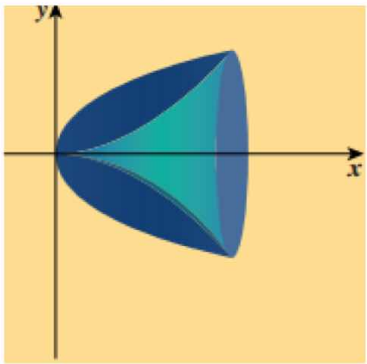
$$V = \pi \int_a^b [(f(x))^2 - (g(x))^2]dx$$

حيث: $f(x) \geqslant g(x) \geqslant 0$ أو $f(x) \leqslant g(x) \leqslant 0$

مثال (3)

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين g : $g(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^2$





نتعلم من الفشل اكثر من النجاح

حاول أن تحل

3 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بين منحنيي الدالتين

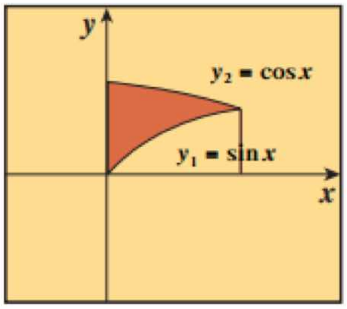
$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 1 \quad , \quad g(x) = \frac{x}{2} + 2$$

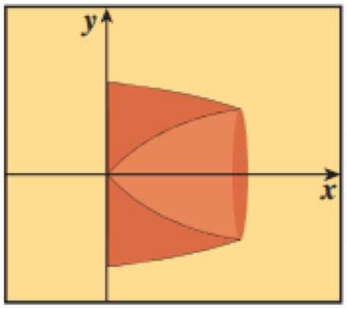
الجميع يفكر في تغيير العالم ،لكن لا احد يفكر في تغيير نفسه

مثال (4)

أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين. $y_2 = \cos x$ ، $y_1 = \sin x$ على الفترة $\left[0 , \frac{\pi}{4}\right]$.

معلق

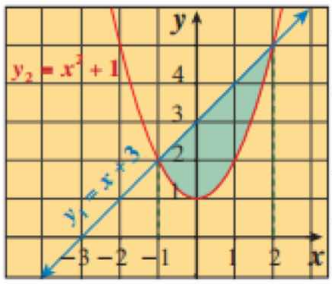




تستطيع ان تفعلها

حاول أن تحل

4 أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين: $y_1 = x + 3$, $y_2 = x^2 + 1$



رايك في نفسك اهم من راي الاخريين فيك

كراسة التمارين

أوجد حجم المجسّم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات المحددة بكل من المستقيمات والمنحنيات التالية:

$$y = x \ , \ y = 1 \ , \ x = 0$$

$$y = \sqrt{x} \ , \ y = 0 \ , \ x = 4$$

قمة النجاح ليست في عدم الفشل، بل في القيام بعد كل عثرة

(3 – 6) طول القوس

طول القوس

$$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\ dx$$

(1) نوجد $f'(x)$ ← نوجد المشتقة

(2) نوجد $\left(f'(x)\right)^2$ ← تربيع

(3) تعويض بالقانون $L=\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\ dx$

(4) اختيار احدى طرق التكامل لإيجاد قيمة التكامل المحدد يمكن استخدام هذه الطريقة

يمكن استخدام هذه الطريقة لحل معظم المسائل

$$\int (ax+b)^n\ dx = \frac{1}{a}\cdot\frac{1}{n+1}(ax+b)^{n+1}+c$$

M ATA

(3 – 6) طول القوس

قاعدة طول القوس

إذا كانت الدالة f' متصلة على $[a, b]$ فإن طول القوس من منحنى $y = f(x)$ في $[a, b]$ هو:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

مثال (1)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^3}$ في الفترة $[0 , 4]$

لا ياس مع الحياة ولا حياة مع الياس

حاول أن تحل

1 أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 1$ في الفترة $[3 , 8]$

الامال العظيمة تصنع الاشخاص العظماء

مثال (2)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0\ ,\ 6]$

بالسؤال يتعلم الانسان

حاول أن تحل

2 أوجد طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{2}{9}(9+3x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[2 , 5]$

اذهب وقبل يدي والديك واشكرهم
او ادعى لهما بالمغفرة والرحمة

كراسة التمارين

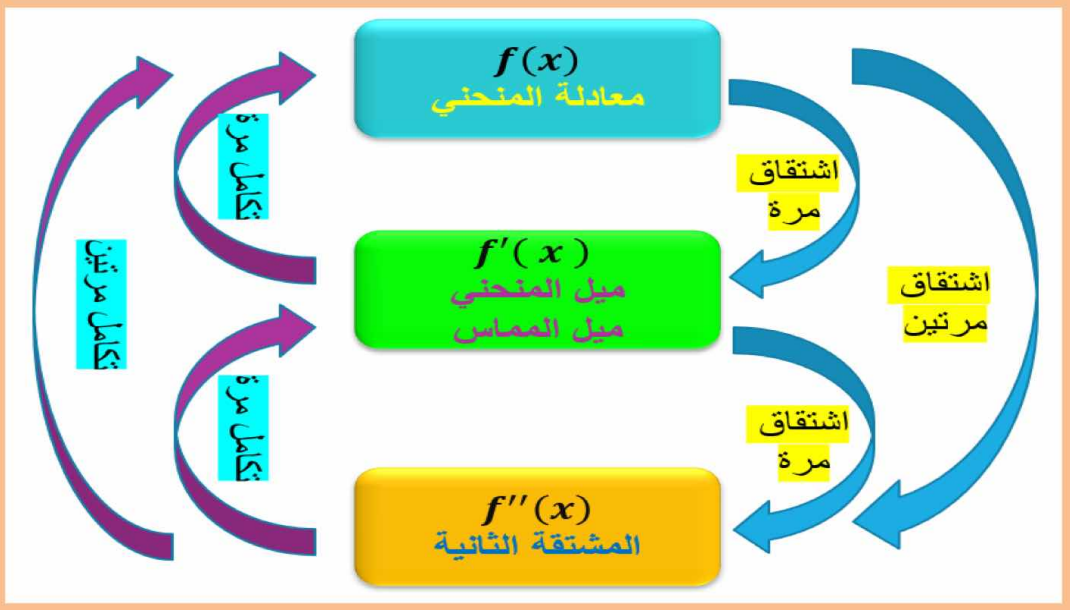
أوجد طول القوس من منحنى الدالة f ، $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ في الفترة $[1, 2]$.

معلق

كن طموحا لكي تصل الي اهدافك

(3 – 6) معادلة منحنى دالة

معادلة المنحنى



الحالة الاولى

بمعلومية:

$f'(x)$، نقطة (a,b)

خطوات الحل

تكامل مرة واحدة

$f(x)=\int f'(x)dx$

نستخدم $f(a)=b$ لإيجاد الثابت

ثم معادلة المنحني

الحالة الثانية

بمعلومية:

ميل العمودي ، نقطة (a,b)

$f'(x)$ ميل المنحني $= \frac{-1}{\text{ميل العمودي على المنحنى}}$

خطوات الحل

تكامل مرة واحدة

$f(x)=\int f'(x)dx$

نستخدم $f(a)=b$ لإيجاد الثابت

ثم معادلة المنحني

الحالة الثالثة

بمعلومية:

$f''(x)$، نقطة حرجة (a,b)

خطوات الحل

تكامل مرتين

$f'(x)=\int f''(x)dx$

نستخدم $f'(a)=0$ لإيجاد الثابت C_1

$f(x)=\int f'(x)dx$

نستخدم $f(a)=b$ لإيجاد الثابت C_2

ثم معادلة المنحني

M ATA

(3 – 6) معادلة منحنى دالة

مثال (3)

أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x , y)$ يساوي: $3x^2 - 4x + 1$ ويمر بالنقطة $A(1 , 2)$

كل عسير اذااستعنت بالله فهو يسير

حاول أن تحل

4 أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x, y)$ يساوي $-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ ويمر بالنقطة $(-1, -5)$

تستطيع ان تفعلها مهما كانت

مثال (5)

إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x , y) يساوي $\sqrt{5-4x}$
فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $A(-5 , 3)$

لا تبحث عن الاخطاء بل ابحث عن الصواب

حاول أن تحل

5 إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه (x , y) هو $2x - 1$
فأوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة $B(1 , 0)$

وفقك الله دائما

مثال (6)

لتكن: $f''(x) = 6x - 6$ فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $(-1\ ,\ 15)$ نقطة حرجة للدالة.

معلق

المنافسة الحقيقية بينك وبين نفسك

حاول أن تحل

6 لتكن: $f''(x) = 5x - 2$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $P(2\ ,\ -2)$ نقطة حرجة للدالة.

معلق

لايوجد مستحيل

(4 ـ 6)المعادلات التفاضلية

تعريف (1)

المعادلات التفاضلية: هي معادلات تحتوي على دالّة مجهولة وبعض مشتقاتها.

نستخدم عادة y بدلًا من $f(x)$.

تعريف (2)

رتبة المعادلة التفاضلية هي أعلى رتبة لمشتقة دالة موجودة في هذه المعادلة.

تعريف (3)

درجة المعادلة التفاضلية: هي أكبر أس لأعلى المشتقات رتبة.

تدريب:

أكمل الجدول التالي محدّدًا رتبة ودرجة كل معادلة من المعادلات التفاضلية فيه.

المعادلة التفاضلية	الرتبة	الدرجة
$y' = 5y$		
$y'^2 = \frac{4x}{y}$		
$y'' = 5y' + xy$		
$(y'')^2 = 1 + (y')^3$		
$y''' = (y')^2 + x^3$		

مثال (1) أثبت أن الدالة: $y = e^{x^2}$ هي حل للمعادلة التفاضلية: $y' - 2xy = 0$

حاول أن تحل 1 أثبت أنّ الدالة: $y = 2e^{3x} + 1$ هي حل للمعادلة: $y' + 3 = 3y$

اننا نصنع مصائرنا،اننا نصبح ماتفعله

المعادلات التفاضلية

y' في الطرف الأيسر بمفردها

الحالة الاولى

y' دالة في x

$y' = f(x)$

حل المعادله:

$y = \int y' \, dx$

تكامل مرة

$y'' = f(x)$

حل المعادله:

$y' = \int y'' \, dx$

تكامل مرتين

الحالة الثانية

y' دالة في y

$y' = a\,y + b$

حل المعادله:

$y = k\,e^{ax} + \frac{b}{a}$ ، $a \neq 0$ ، $b \neq 0$

$y = k\,e^{ax}$ ، $a \neq 0$ ، $b = 0$

الحالة الثالثة

y' دالة في x , y

$y' = f(x).h(y)$

ترتيب الخطوات

$\frac{dy}{dx} = f(x).h(y)$

ثم فصل المتغيرات

$\frac{dy}{h(y)} = f(x)\,dx$

باخذ تكامل الطرفين

$\int \frac{dy}{h(y)} = \int f(x)\,dx$

تكمل الحل بالطريقه العاديه

الطموح هو الوقود للوصول الي النجاح

مثال (3)

حل المعادلة: $y' = 3x^2 - 1$ ، التي تحقق $y = 2$ عند $x = 1$

حاول أن تحل

3 حل المعادلة: $y' = 8x^3 - 3x^2 + 4$ ، والتي تحقق $y = 5$ عند $x = 1$

حاول ان تصنع النجاح

مثال (7)

حل المعادلة: $y'' = 3x^2 - 2x$

حاول أن تحل

7 حل المعادلة: $y'' = -3x^2 + 6x$

مالم تبداه اليوم لن يكتمل الغد

مثال (6)

a حلّ المعادلة: $2y' + y = 1$

b أوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$

حاول أن تحل

6 حل المعادلة $3y' - 2y = 4$ ، ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 0$

الفشل ليس عند الخسارة الفشل عند الانسحاب

مثال (5) أوجد حلًّا للمعادلة: $y' = 4y$ إذا كان $y = 2$ عند $x = 0$

حاول أن تحل 5 أوجد حلًّا للمعادلة: $y' = -2y$ إذا كان $y = 3$ عند $x = 0$

اذا لم تجد طريق اصنع واحدا

مثال (4) حل المعادلة التفاضلية:

a $y' - 2xy = 0$

الياس ليس من شيم الابطال

حاول أن تحل

4 حل المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

كن طموحا لكي تصل الي اهدافك

(1 – 6) المساحات فى المستوى

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = a$, $x = b$ هي: $\int_a^b f(x)\,dx$ — (a)

(2) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 4 - x^2$ ومحور السينات في $[-2, 2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)\,dx$ — (b)

(3) إذا كانت: $\forall x \in [a, b]$ $f(x) \le 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في $[a, b]$ هي: $\int_b^a f(x)\,dx$ — (b)

(4) إذا كان منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 2x - 3$ يقطع محور السينات عند $x = -1$ ، $x = 3$.
فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات هي: $A = \int_{-1}^{3} f(x)\,dx$ — (a)

(5) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = |x|$ في الفترة $[-2, 2]$ هي: 2 وحدة مساحة — (a)

في التمارين (6—10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(6) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

(a) 9π units^2 (b) 6π units^2
(c) 3π units^2 $\frac{9}{2}\pi$ units^2

(7) مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة g : $g(x) = (x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0, 4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)\,dx$ $-2\int_0^2 g(x)\,dx$
(c) $\int_0^4 g(x)\,dx$ (d) $-2\int_2^4 g(x)\,dx$

(8) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x) = 2$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = -\sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$ ، $x = 4$ هي:

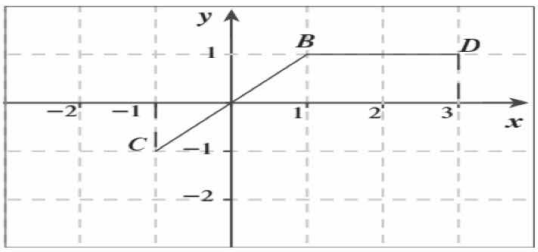
(a) 20 units^2 (b) $\frac{8}{3}$ units^2
$\frac{40}{3}$ units^2 (d) 8 units^2

(9) مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = x + 2$ هي:

معلق

$\pi - 2$ units^2 (b) π units^2
(c) $\pi + 2$ units^2 (d) 2 units^2

(10) إذا كان بيان الدالة f يمثله $\overline{CB} \cup \overline{BD}$ كما هو موضح بالشكل فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات والمستقيمين $x = 3$, $x = -1$ هي:



3 units^2 (b) 4 units^2 (c) 2 units^2 (d) 5 units^2

(2 – 6) حجوم الاجسام الدورانية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x}$ في الفترة $[1,8]$ هو: $V = \pi\int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$ (a)

(2) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 2\sqrt{x}$ في الفترة $[1,4]$ هو: $V = \pi\int_0^4 4x dx - \pi\int_0^1 4x dx$ (b)

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ هو: $V = \pi\int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)dx$ (a)

(4) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)$ ومنحنى الدالة g : $g(x) = 8$, $x = 0$ يساوي حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات لمنحنى الدالة f ومنحنى الدالة h : $h(x) = -8$, $x = 0$ (b)

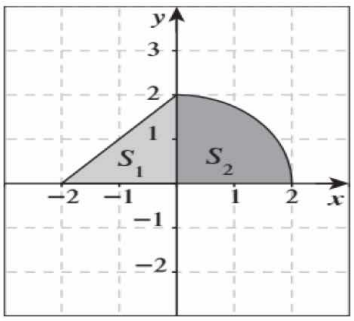
معلق

في التمارين (5–12)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = 3$ ومحور السينات في الفترة $[-1,1]$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 6π (b) 18 18π (d) 81π

(6) المنطقة المظللة $S = S_1 \cup S_2$ حيث S_1 منطقة مثلثة، S_2 منطقة ربع دائرة كما هو موضح بالشكل.



حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة S بالوحدات المكعبة يساوي:

(a) $\frac{40}{3}\pi$ (b) $4 + 2\pi$ (c) $\frac{16}{3}\pi$ 8π

(7) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4 - x^2}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 6π (c) $\frac{16}{3}\pi$ $\frac{32}{3}\pi$

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{x}$ والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$ هو:

(a) π units^3 (b) $\frac{\pi}{3}$ units^3 $\frac{\pi}{2}$ units^3 (d) $\frac{\pi}{4}$ units^3

(9) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{x+1}$ والمستقيميين $x = 3$, $x = -1$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 8π (b) 7π (c) 8 (d) $\frac{5}{2}\pi$

(10) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x = 0$ والدالة f : $f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

(a) 4π (b) 16π (c) 8π (d) 2π

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين المنحنيين $y = \sqrt{x}$ ومنحنى الدالة $y = x^2$

(a) $\int_0^4 \left(x - \frac{x}{2}\right)^2 dx$ (b) $\pi\int_0^4 \left(\frac{x^2}{4} - x\right) dx$ (c) $\int_0^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx$ (d) $\pi\int_0^4 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx$

(12) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بين منحنى $y = \sqrt{x}$ ومستقيم الدالة $y = x^2$

(a) $\frac{64\pi}{15}$ units^3 (b) $\frac{32\pi}{15}$ units^3 (c) $\frac{64\pi}{5}$ units^3 (d) $\frac{8\pi}{3}$ units^3

(3 – 6) طول القوس

(3 – 6) معادلة منحنى دالة

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}(1+4x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0,1]$ هو $L = \frac{2}{3}$ وحدة طول. (a)

(2) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: x^3+2 ويمر بالنقطة $A(2,6)$ معادلته: $f(x) = \frac{x^4}{4} + 2x + 2$ (a)

(3) منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه (x,y) هو: $-\sqrt{x}+x$ ويمر بالنقطة $A(1,1)$ معادلته: $f(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x^2 + \frac{2}{3}$ (a)

(4) لتكن $A(1,3)$ نقطة على منحنى الدالة f : $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ فإن معادلة الدالة f هي $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (b)

في التمارين (5–9)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = \frac{1}{3}$ في الفترة $[-2,3]$ هو:

(a) 7 units (b) 6 units 5 units (d) 1 unit

(6) طول القوس من منحنى الدالة f : $f(x) = x - 3$ في الفترة $[0,2]$ هو:

(a) $\sqrt{2}$ units $2\sqrt{2}$ units (c) $3\sqrt{2}$ units (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ units

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي y تساوي:

(a) $-\frac{x^2}{2} + 3x - 4$ $\ln|3-x| + 3$ (c) $-\frac{x^2}{2} + 3x + 4$ (d) $3 - \ln|3-x|$

(8) معادلة منحنى الدالة الذي ميله عند أي نقطة (x,y) هو: $2x - 3\sqrt{x}$ ويمر بالنقطة $A(4,-2)$ هي:

(a) $x^2 + 2\sqrt{x^3} - 2$ (b) $x^2 - 2\sqrt{x^3}$ $x^2 - 2\sqrt{x^3} - 2$ (d) $\frac{x^2}{2} - 2\sqrt{x^3} + 2$

(9) إذا كانت النقطة $A(0,2)$ نقطة حرجة لمنحنى الدالة f : $f''(x) = 12x - 6$ فإن النقطة الحرجة الأخرى للمنحنى هي

معلق

(a) $B(-2,0)$ (b) $B(0,-2)$ (c) $B(1,-1)$ $B(1,1)$

(4 – 6)المعادلات التفاضلية

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة التفاضلية التالية: $x^2y''' + (y')^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة والدرجة الأولى. (b)

(2) المعادلة التفاضلية التالية: $(y')^2 + 2xy = 0$ من الرتبة الثانية والدرجة الأولى. (a)

(3) إذا كان $y = \frac{1}{2}$ عند $x = 0$, $y' + 2y = 0$ فإن $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{1}{4}$ (a)

(4) إذا كان $y = 1$, عند $x = 0$, $y' + y = 2$ فإن $y = 2e^{-x}$ (a)

(5) إذا كان $y'' + 2y' + 2y = 0$ فإن $y = (c_1\cos x + c_2\sin x)e^{-x}$ معلق (b)

(6) إذا كان $y'' + y = 0$ فإن $y = c_1\cos x + c_2\sin x$ معلق (b)

(7) إذا كان $y'' - y = 0$ فإن $y = c_1e^{x} + c_2e^{-x}$ معلق (b)

في التمارين (14–8)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(8) المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من:

(a) الرتبة الأولى والدرجة الثانية.
(b) الرتبة الثانية والدرجة الأولى.
(c) الرتبة الثانية والدرجة الثانية.
(d) الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

(9) حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $y = -2$ عندما $x = 1$ هو:

(a) $y = x^2 + 3$
(b) $y = x^2 - 3$
(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$
(d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

(10) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإنّ:

(a) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + c$
(b) $y = \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}$
(c) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$
(d) $y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

(11) حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 5$ هو:

(a) $y = 2e^{\frac{5}{2}}$
(b) $y = \frac{2}{e^{\frac{5}{2}}}$
(c) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right)} + 1$
(d) $y = 2e^{\left(-\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right)} + 1$

(12) إذا كان $y'' - 3y' + 2y = 0$ فإنّ: معلق

(a) $y = c_1e^{x} + c_2e^{-2x}$
(b) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x}$
(c) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-2x}$
(d) $y = c_1e^{x} + c_2e^{2x}$

نطمح
نحلم
نتامل
نحاول
نجتهد
ننجح
ننال
المستحيل