مذكرة رياضيات الصف الثامن شاملة
غير محلولة
الفصل الدراسي الثاني
إعداد أ/ أحمد جمال

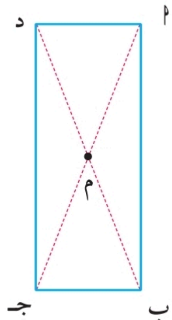
امسح الرمز لمشاهدة فيديوهات شرح المذكرة

٧-١ الانعكاس في نقطة – التناظر حول نقطة
Reflection of a Point – Symmetry at the Point

الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة أ في المستوى صورة أَ ∈ أم← بحيث تكون أم = أَم . والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة م التي تسمى **مركز الانعكاس** ، حيث م **نقطة صامدة .**

تدرّب (١)

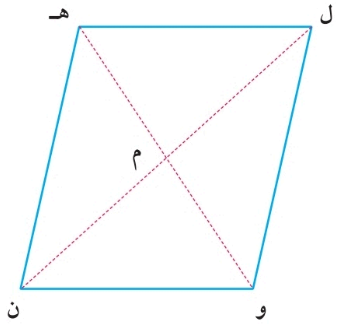
أي الأشكال التالية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضِّح ذلك .



(مستطيل)

....

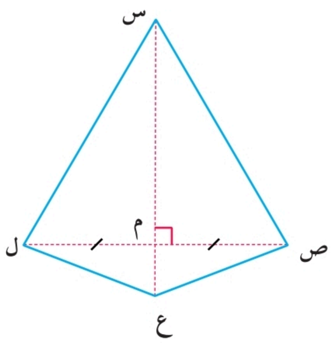
....



(متوازي أضلاع)

....

....



(طائرة ورقية)

....

....

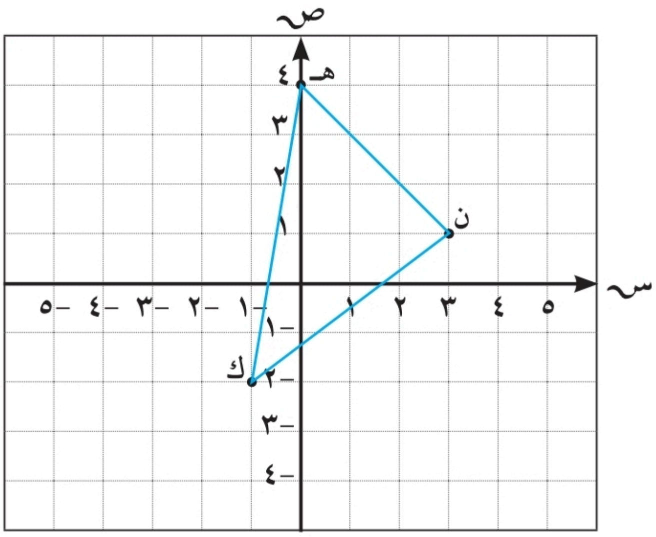
تذكر أنَّ :
- من خواص المستطيل القطران ينصف كلّ منهما الآخر وهما متطابقان.
- في متوازي الأضلاع القطران ينصف كلّ منهما الآخر.

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكل نقطة في المستوى صورة إحداثيها السيني وإحداثيها الصادي وهما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي ، لهذه النقطة .

عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : أ (س ، ص) ←ع و← أَ (– س ، – ص)

أ/ أحمد جمال عزمي

تدرّب (٢)



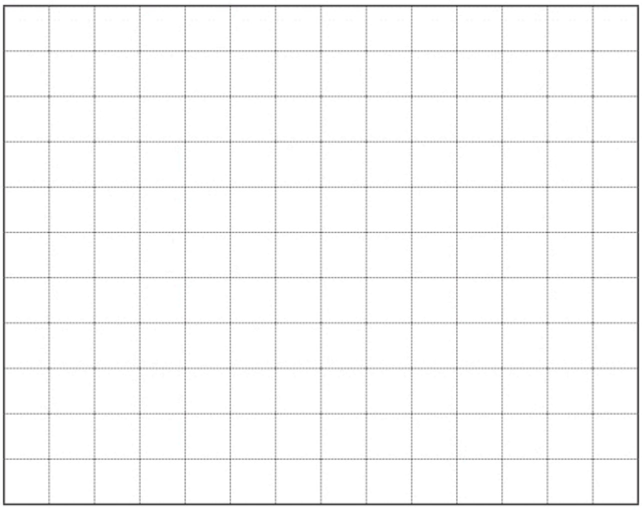
إذا كان Δ هـَ كَ نَ هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (−١ ، −٢) ، ن (٣ ، ١) ، فعين إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ، ثم ارسم Δ هـَ كَ نَ في مستوى الإحداثيات .

هـ (......... ، ....) $\xleftarrow{ع_و}$ هـَ (......... ، ....)

ك (......... ، ....) ⟵ كَ (......... ، ....)

ن (......... ، ....) ⟵ نَ (......... ، ....)

إذا كان Δ أَ بَ جـَ هو صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، −٢) ، جـ (−٥ ، −١) ، فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الإحداثيات .



....

....

....

....

أ/ أحمد جمال عزمي

٢-٧ الإزاحة في المستوى الإحداثي
Translation in a Coordinate Plane

النقطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	الإزاحة جهة **اليمين** بمقدار (ٲ) وحدة (س + ٲ ، ص)	الإزاحة **إلى أعلى** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)
	الإزاحة جهة **اليسار** بمقدار (ٲ) وحدة (س − ٲ ، ص)	الإزاحة **إلى أسفل** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص − ب)

عمومًا:

(س ، ص) ⟵ (س + ٲ ، ص ± ب)

تدرّب (١) :

أوجد صورة النقطة ٲ (−٣ ، ٥) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل .

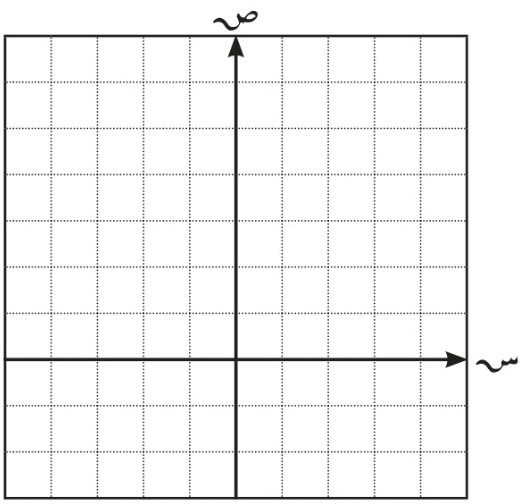
القاعدة : (س ، ص) ⟵ (................ ، ....)

ٲ (−٣ ، ٥) ⟵ ٲَ (................ ، ....)

ٲ (−٣ ، ٥) ⟵ ٲَ (................ ، ....)

تدرّب (٢)

في المستوى الإحداثي ، ارسم المثلث ٲ ب جـ الذي رؤوسه هي ٲ (٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٢ ، ٣) ثم ارسم صورة المثلث ٲ ب جـ تحت تأثير إزاحة قاعدتها :



(س ، ص) ⟵ (س − ٣ ، ص + ١)

ٲ (٠ ، ٠) ⟵ ٲَ (........ ، ....)

ب (٠ ، ٤) ⟵ بَ (........ ، ....)

جـ (........ ، ....) ⟵ جـَ (........ ، ....)

مثال :

إذا كانت مَ (−٣ ، ٥) هي صورة النقطة م (٢ ، ١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، أوجد قاعدة الإزاحة ثم تحقق من صحتها :

(س ، ص) ⟵ (س + أ ، ص + ب)

---

١ أوجد صورة النقطة (٤ ، −٣) تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى . ....

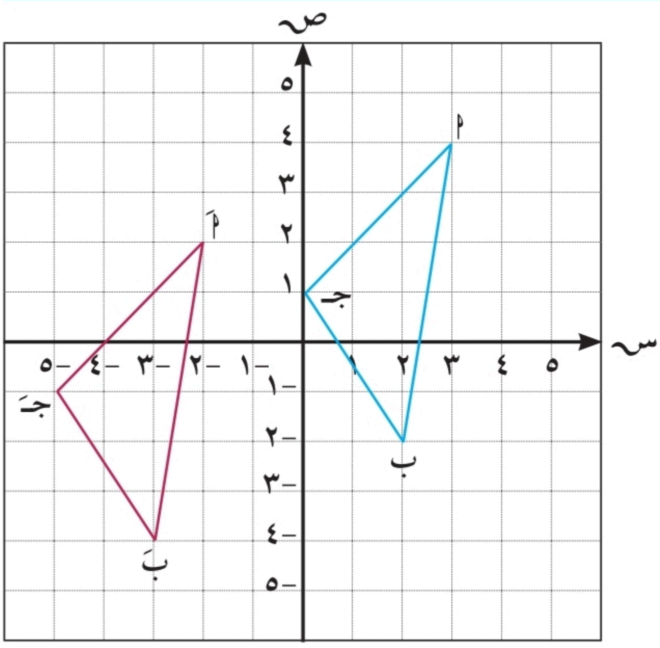
---

٢ أ صف الإزاحة التي تنقل المثلث أ ب جـ إلى المثلث أَ بَ جـَ ، ثم اكتب القاعدة بصورة رمزية .

....

....

....

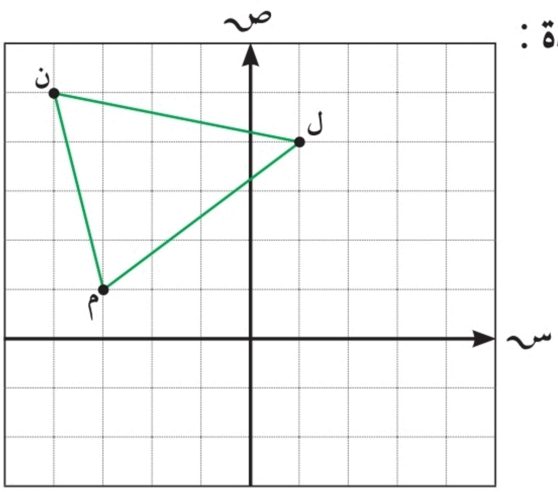


٣ إذا كانت مَ (−٣ ، ٢) هي صورة م (٢ ، −١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها .

---

٤ ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة :

(س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص − ١)



أ/ أحمد جمال عزمي

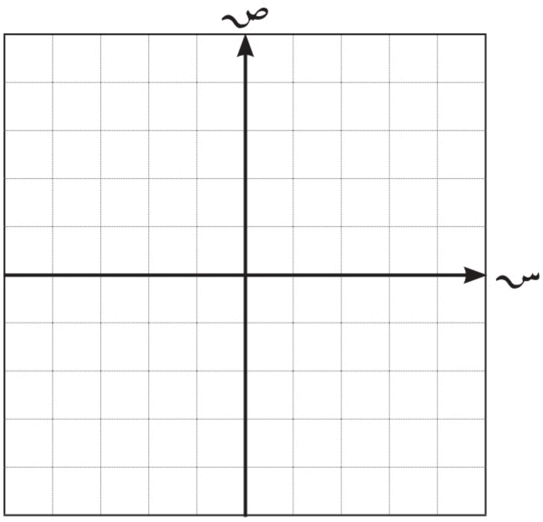
أ (س ، ص) $\xleftarrow{\text{د(و، ٩٠°)}}$ (−ص ، س) يسمى دوران ربع دورة ($\frac{١}{٤}$ دورة). بدّل وغير إشارة الأول

ب (س ، ص) $\xleftarrow{\text{د(و، ١٨٠°)}}$ (−س ، −ص) يسمى دوران نصف دورة ($\frac{١}{٢}$ دورة) . لا تبدّل وغير الإشارتين

ج (س ، ص) $\xleftarrow{\text{د(و، ٢٧٠°)}}$ (ص ، −س) يسمى دوران $\frac{٣}{٤}$ دورة . بدّل وغير إشارة الثاني

تدرّب

في المستوى الإحداثي ارسم المثلث ل م ن بحيث ل (−١ ، ١) ، م (٠ ، ٣) ، ن (−٤ ، ٣) ، ثم ارسم صورته بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته ٩٠° .

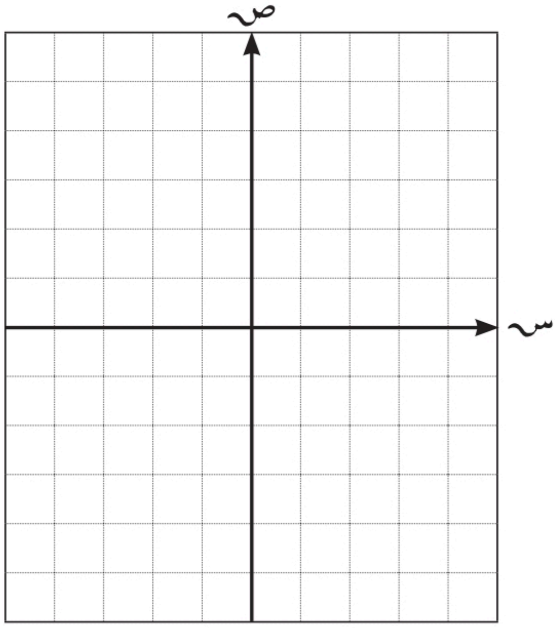


ل (....... ، ....) $\xleftarrow{\text{د(و، ٩٠°)}}$ لَ (....... ، ....)

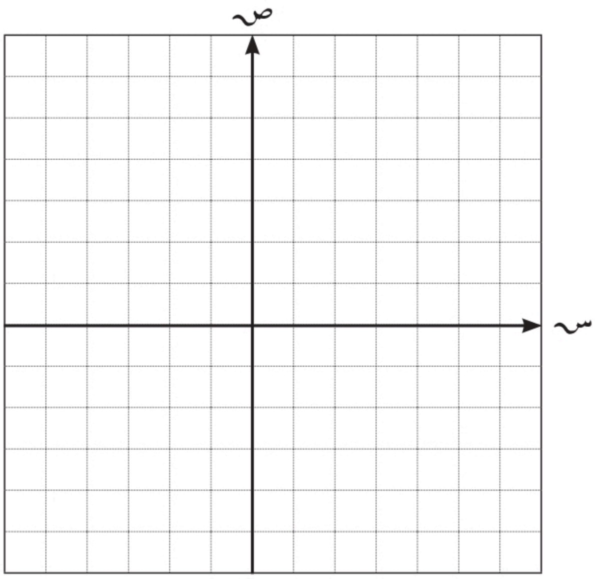
م (....... ، ....) $\longleftarrow$ مَ (....... ، ....)

ن (....... ، ....) $\longleftarrow$ نَ (....... ، ....)

ارسم صورة المثلث أ ب جـ الذي رؤوسه أ (٤ ، ٠) ، ب (٠ ، ٥) ، جـ (-٢ ، -٤) بدوران نصف دورة حول نقطة الأصل .

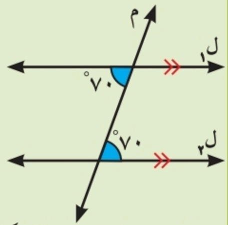
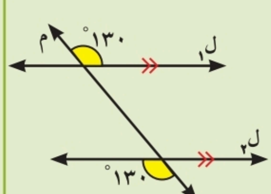
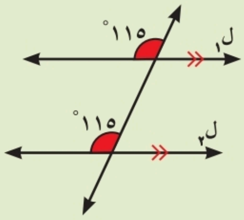
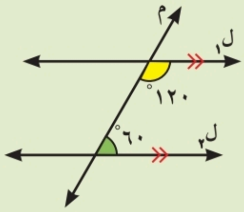


ارسم صورة الشكل الرباعي س ص ع ل ، حيث س (١ ، ٠) ، ص (-٢ ، -٣) ، ع (٣ ، ٥) ، ل (-٤ ، ٠) بالدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° .



١-٨ المستقيمات المتوازية
Parallel Lines

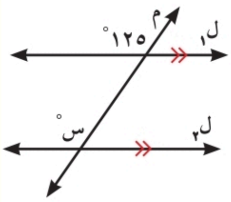
ربط الأفكار : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين ، فإنَّ :

كل زاويتين متبادلتين متطابقتان		كل زاويتين متناظرتين متطابقتان	كل زاويتين متحالفتين متكاملتان
 زوايا متبادلة داخليًا	 زوايا متبادلة خارجيًا		

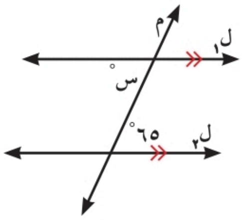
تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهما ٩٠°

تدرّب (١) :

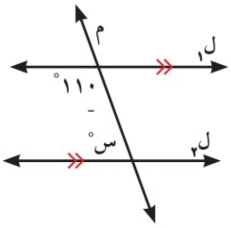
في كلّ من الأشكال التالية أوجد قيمة (س°) مع ذكر السبب.



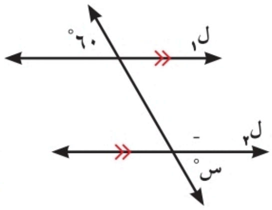
....



....



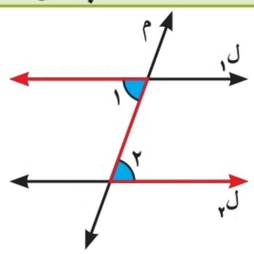
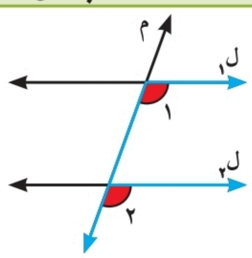
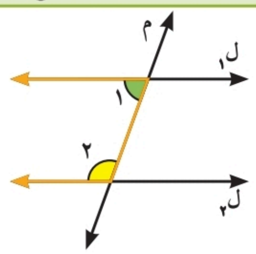
....



....

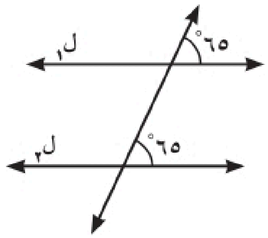
تذكر أنَّ :
- الزاويتان المتجاورتان على خط مستقيم واحد متكاملتان .
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان .

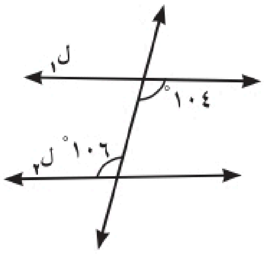
نتيجة : إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وتوفرت أحد الشروط التالية :
(١) زاويتان متبادلتان متطابقتان .
(٢) زاويتان متناظرتين متطابقتان .
(٣) زاويتان متحالفتان متكاملتان.
فإن المستقيمين يكونان متوازيين .

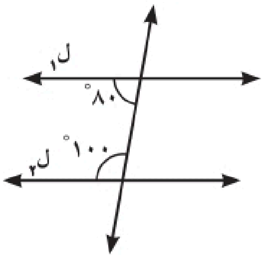
إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى وكان :		
الزاويتان المتبادلتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتناظرتان ١ ، ٢ متطابقتان	الزاويتان المتحالفتان ١ ، ٢ متكاملتان
 فإنَّ $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$	 فإنَّ $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$	 فإنَّ $\overleftrightarrow{ل_1} \parallel \overleftrightarrow{ل_2}$

تدرّب (٣)

في أي من الأشكال التالية يكون المستقيمان ل١ ، ل٢ متوازيين ؟ وضّح ذلك .



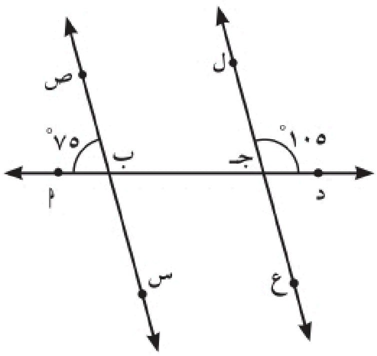




مثال :

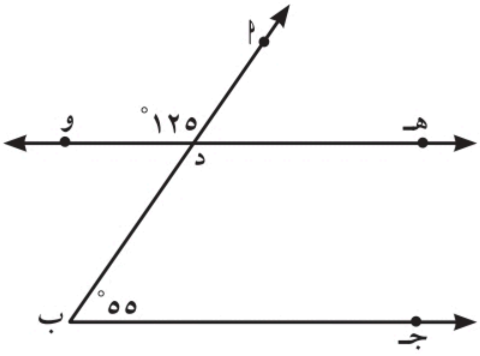
في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{أد}$ قاطع للمستقيمين $\overleftrightarrow{س ص}$ ، $\overleftrightarrow{ع ل}$ في ب ، جـ على الترتيب ، ق ($\hat{أ ب ص}$) = ٧٥° ، ق ($\hat{ل جـ د}$) = ١٠٥° ،

برهن أنَّ $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overleftrightarrow{ع ل}$.



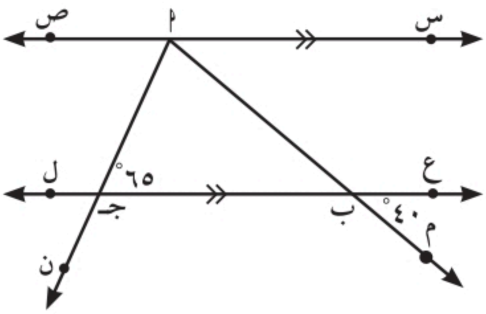
الحلّ :

تدرّب (٤)



في الشكل المقابل : ق (أ د̂ و) = ١٢٥° ،

ق (د ب̂ جـ) = ٥٥° ، أثبت أنَّ هـ و ⟷ // ب جـ ⟷



١ في الشكل المقابل س ص ⟷ // ع ل ⟷ ،

ق (ع ب̂ م) = ٤٠° ، ق (أ جـ̂ ب) = ٦٥°

أوجد بالبرهان كلًّا من :

ق (ص أ̂ جـ) ، ق (س أ̂ ب) ، ق (جـ أ̂ ب)

....

....

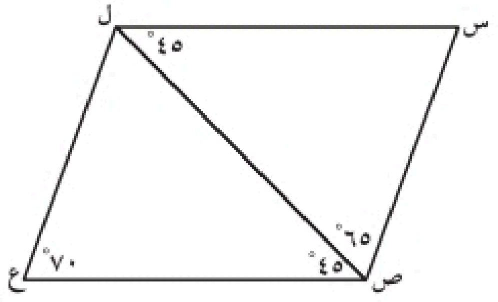
....

....

....

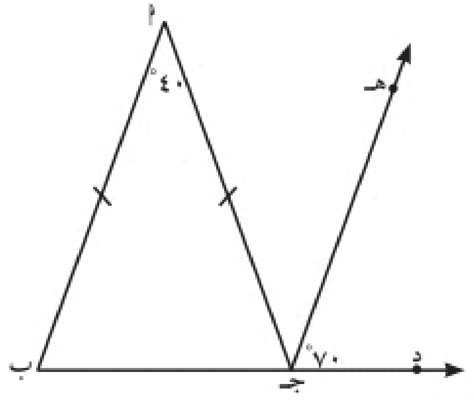
في الشكل المقابل وحسب البيانات المدونة عليه ،

برهن أن $\overline{\text{س ل}}$ // $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ل ع}}$.



في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overline{\text{ب أ}}$.

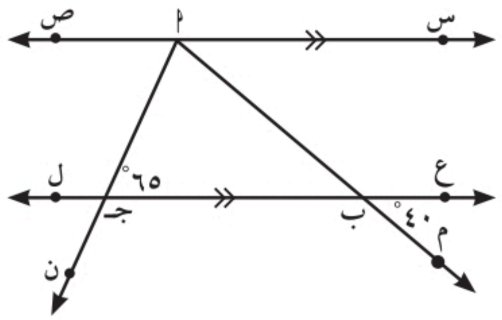


① في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ع ل}}$ ،

ق (ع $\hat{\text{ب}}$ م) = ٤٠° ، ق (أ $\hat{\text{جـ}}$ ب) = ٦٥°

أوجد بالبرهان كلًّا من :

ق (ص $\hat{\text{أ}}$ جـ) ، ق (س $\hat{\text{أ}}$ ب) ، ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ ب)

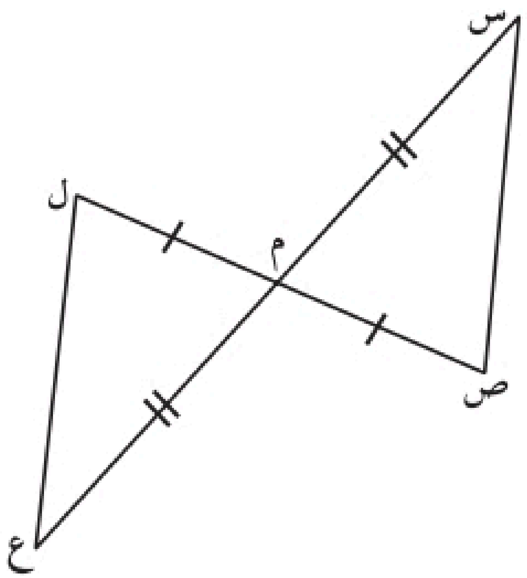


في الشكل المقابل وحسب البيانات المحددة عليه ،

أثبت أنَّ :

(١) Δ س م ص $\cong$ Δ ع م ل

(٢) $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ع ل}}$



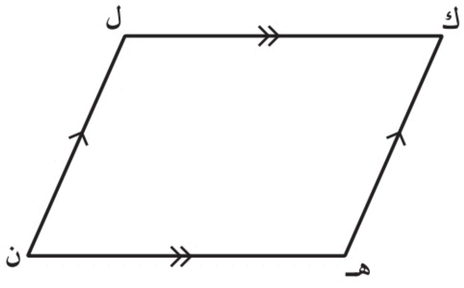
٨-٢ متوازي الأضلاع وخواصه
Parallelogram and its Properties

سوف تتعلّم : خواص متوازي الأضلاع .

متوازي الأضلاع هو شكل رُباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان .

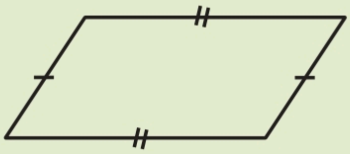
ك ل ن هـ متوازي أضلاع وعلى ذلك :

ك ل // هـ ن ، هـ ك // ن ل



الخاصية الأولى :

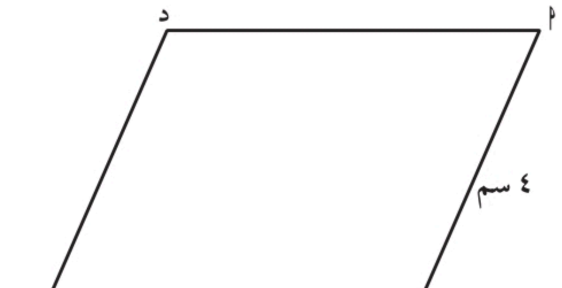
في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان .



تدرّب (١)

في الشكل المقابل متوازي أضلاع .

أوجد محيط متوازي الأضلاع :



لإيجاد المحيط نوجد باقي أطوال أضلاع متوازي الأضلاع :

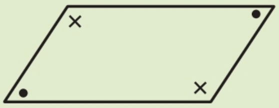
د جـ = ... السبب : ....

م د = ... السبب : ....

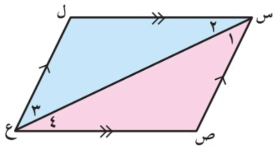
محيط متوازي الأضلاع = ...

الخاصية الثانية :

في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .



وسوف نثبت الخاصية الثانية كما في برهان الخاصية الأولى :



ينتج من التطابق أنَّ : صَ^ ≅ لَ^

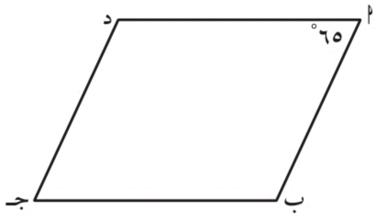
∵ ق (١^) + ق (٢^) = ق (٣^) + ق (٤^) ومنه نجد أنَّ سَ^ ≅ عَ^

∴ كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان .

تدرّب (٢)

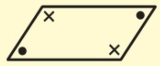
أ ب جـ د متوازي أضلاع . ق (أ^) = ٦٥°

أوجد ق (ب^) ، ق (جـ^) ، ق (د^)



تذكَّرْ أنَّ :

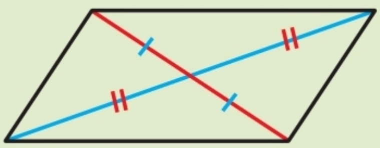
- في متوازي الأضلاع كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .



- مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمتوازي الأضلاع تساوي ٣٦٠°

الخاصية الثالثة :

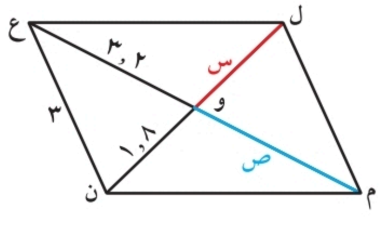
في متوازي الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر .



تدرّب

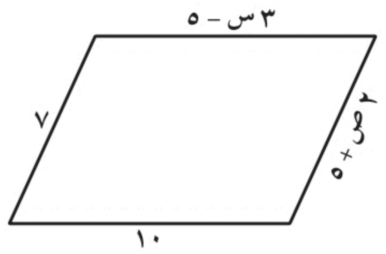
ل م ن ع متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و .

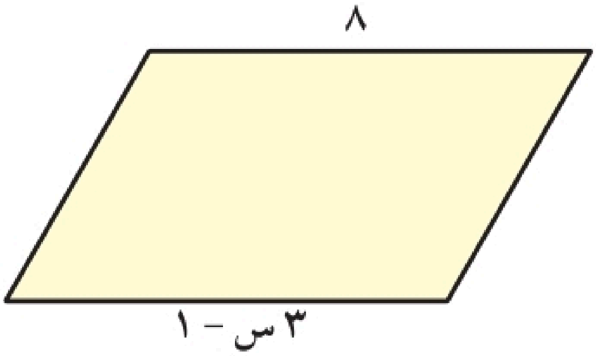
أوجد : (١) س ، ص . (٢) محيط المثلث ل م و



تدرّب

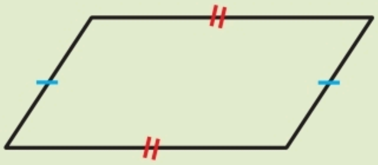
في متوازي الأضلاع المقابل ،
أوجد قيمة كلٍّ من س ، ص .



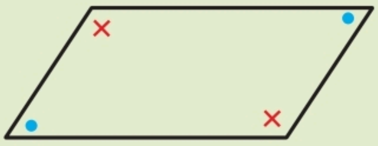


مما سبق : تحققنا من صحة خواص متوازي الأضلاع وهي :

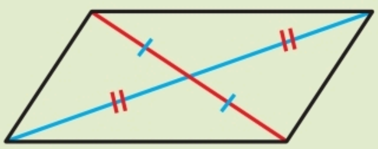
(١) في متوازي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متطابقان



(٢) في متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلتين متطابقتان

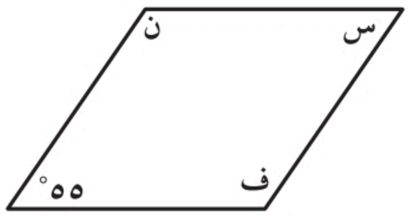


(٣) في متوازي الأضلاع القطران ينصف كلّ منهما الآخر

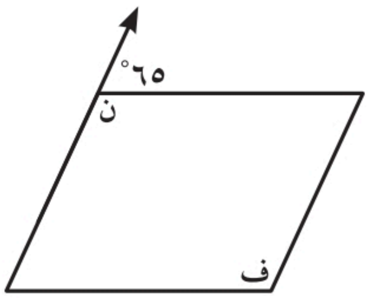


أوجد قيمة كلٍّ من س ، ف ، ن في متوازيات الأضلاع التالية :

أ

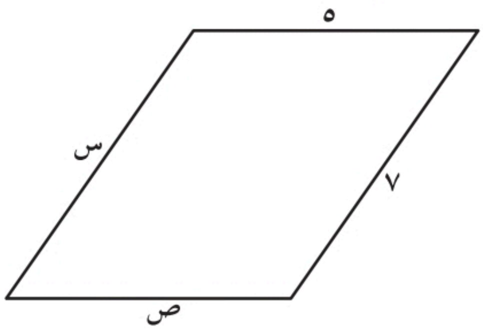


ب



أوجد الأطوال المجهولة في متوازيات الأضلاع التالية :

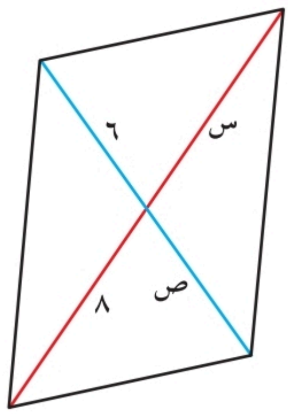
أ



س =

ص =

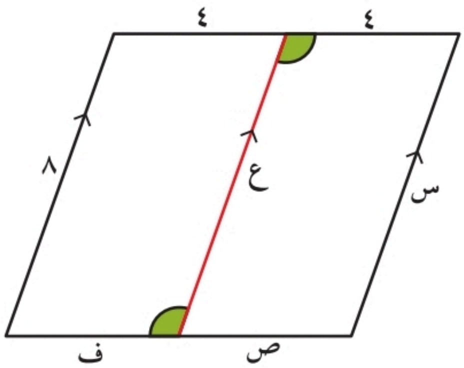
ب



س =

ص =

جـ



س =

ص =

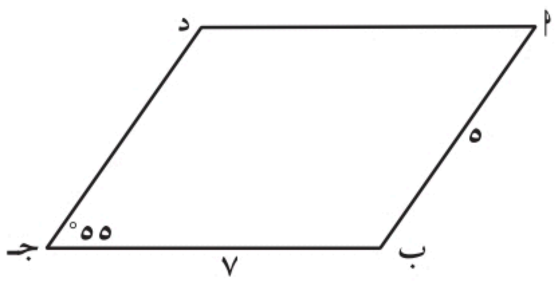
ع =

ف =

أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه أ ب = ٥ وحدة طول ،

ب جـ = ٧ وحدة طول ، ق (جـ^) = ٥٥° ،

أوجد ما يلي مع ذكر السبب :



أ د = ... السبب : ....

د جـ = ... السبب : ....

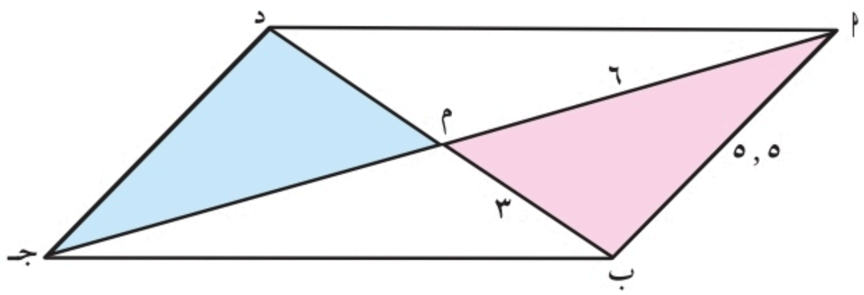
ق (أ^) = ... السبب : ....

ق (ب^) = ... السبب : ....

ق (د^) = ... السبب : ....

أ ب جـ د متوازي أضلاع تقاطع قطريه في م ، أ ب = ٥,٥ وحدة طول ،

أ م = ٦ وحدة طول ، ب م = ٣ وحدة طول . احسب محيط Δ د م جـ .



د م = ... السبب : ....

م جـ = ... السبب : ....

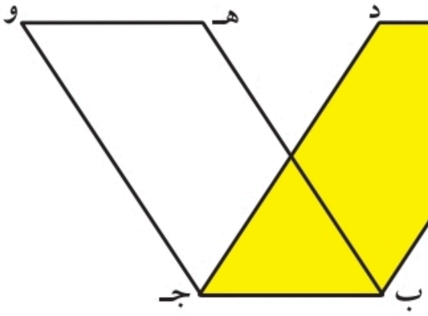
د جـ = ... السبب : ....

$\therefore$ محيط Δ د م جـ = ...

....

أ/ أحمد جمال عزمي

أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع ،
أثبت أن : أ د = هـ و



أمامك متوازيات أضلاع ، أوجد قيمة س في كل مما يلي :

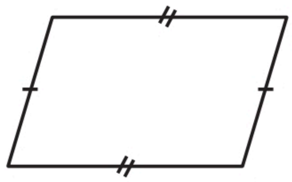
أ

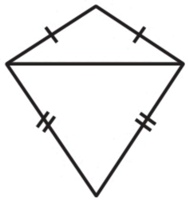
٨-٣ حالات الكشف عن متوازي الأضلاع
Conditions For a Quadrilateral To be a Parallelogram

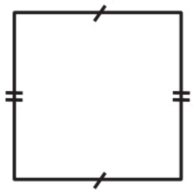
الحالة الأولى : إذا كان في الشكل الرباعي **كل ضلعين متقابلين متطابقين** فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

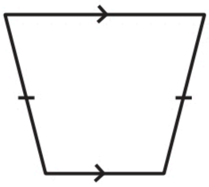
تدرّب (١)

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟ ولماذا ؟

أ


ب


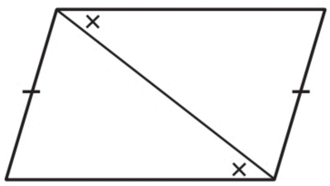
جـ


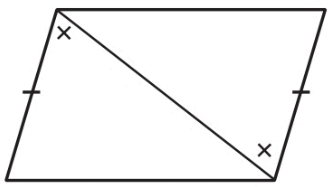
د


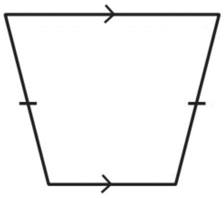
الحالة الثانية : إذا كان في الشكل الرباعي **ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان** فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

تدرّب

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟

١


٢


٣


الحالة الثالثة : إذا كان في الشكل الرباعي **كل زاويتين متقابلتين متطابقتين** فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

لاحظ أنَّ : الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع إذا كانت **كل زاويتين متتاليتين (متحالفتين) فيه متكاملتين .**

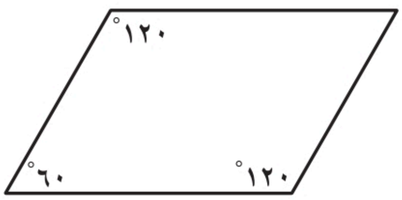
تدرّب

أي من الأشكال الرباعية التالية وحسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع :

١

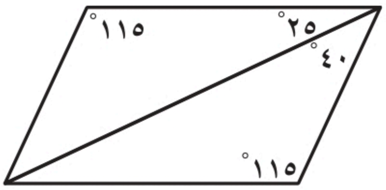
....

٢



....

٣



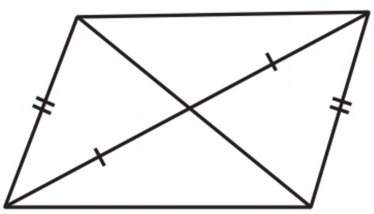
....

الحالة الرابعة : إذا كان في الشكل الرباعي **القطران ينصف كلّ منهما الآخر** فإنَّ الشكل يكون متوازي أضلاع .

تدرّب

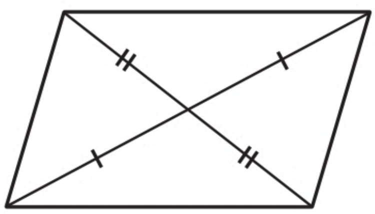
أي من الأشكال الرباعية التالية حسب البيانات المدونة عليها يمكن أن تكون متوازي أضلاع ؟

أ



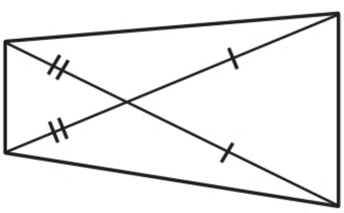
....

ب



....

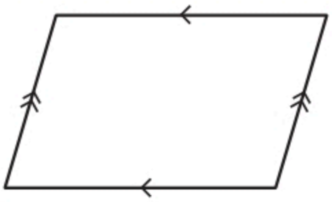
جـ



....

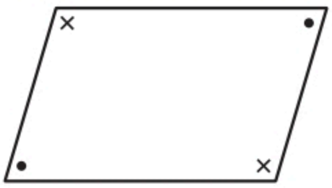
يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا توفرت أحد الشروط

١ كل ضلعين متقابلين متوازيين (من التعريف) .

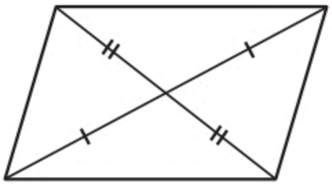


٢ كل ضلعين متقابلين متطابقين .

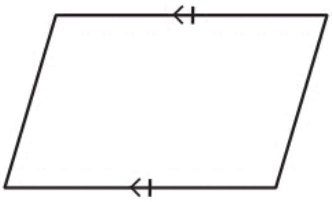
٣ كل زاويتين متقابلتين متطابقتين .



٤ القطران ينصف كل منها الآخر .



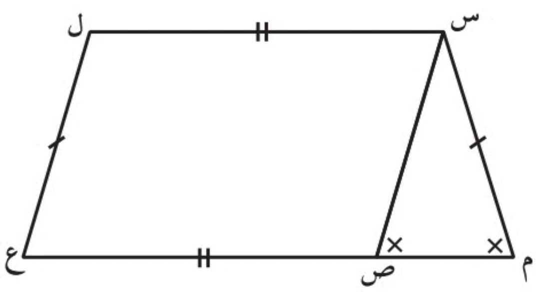
٥ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان .



أ/ أحمد جمال عزمي

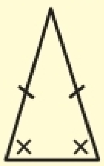
مثال (١) : إذا كان س ل = ص ع ، س م = ل ع ، م̂ ≅ س ص̂ م ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل متوازي أضلاع .



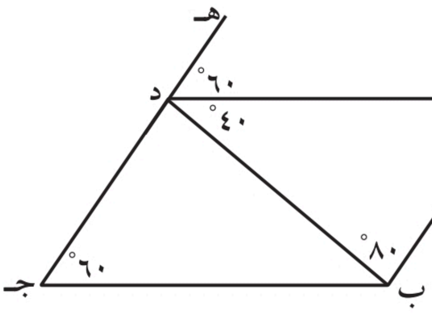
تذكَّرْ أنَّ :

إذا كان المثلث متطابق الضلعين ، فإن زاويتي القاعدة فيه متطابقتان ، والعكس صحيح .

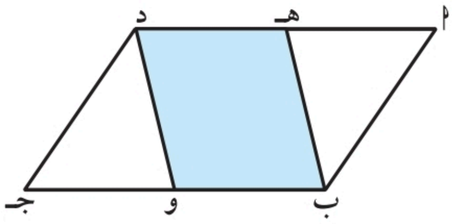


تدرّب

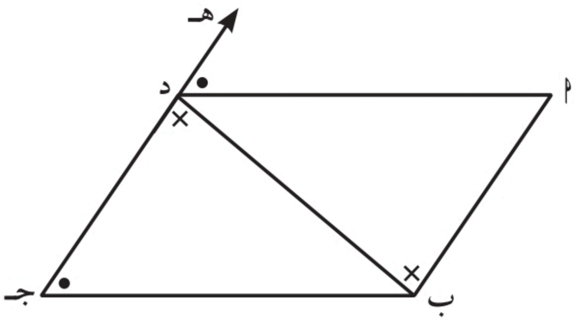
برهن على أنَّ الشكل الرباعي ﺃ ب جـ د متوازي أضلاع .



مثال (٢) : إذا كان ٮ ب جـ د متوازي أضلاع فيه هـ منتصف $\overline{\text{ٮ د}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$
برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ ب و د متوازي أضلاع .



من البيانات على الشكل المقابل :
أثبت أنَّ ٮ ب جـ د متوازي أضلاع .

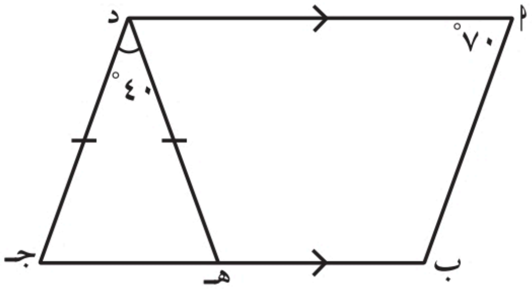


في الشكل المقابل : $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$

د هـ = د جـ ، ق ($\hat{أ}$) = ٧٠° ،

ق (هـ $\hat{د}$ جـ) = ٤٠° ، برهن أنَّ

الشكل الرباعي أ ب جـ د متوازي أضلاع .

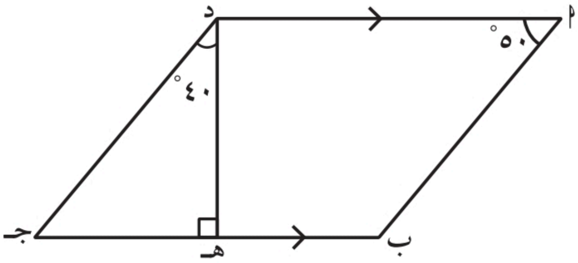


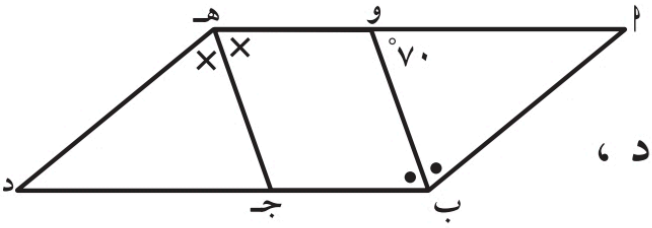
إذا كان أ ب جـ د شكل رباعي فيه $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ،

$\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ق ($\hat{أ}$) = ٥٠°

ق (هـ $\hat{د}$ جـ) = ٤٠° ، فبرهن أنَّ

الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع .



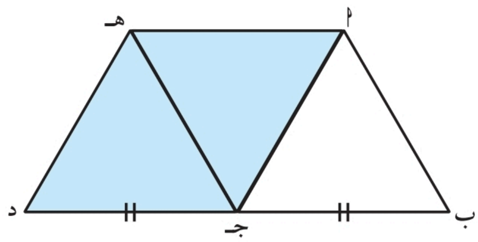


إذا كان أ ب د هـ متوازي أضلاع ،

ب و منصف أ ب̂ د ، هـ جـ منصف أ هـ̂ د ،

ق (أ و̂ ب) = ٧٠° ، فبرهن أنَّ

الشكل الرباعي و ب جـ هـ متوازي أضلاع .

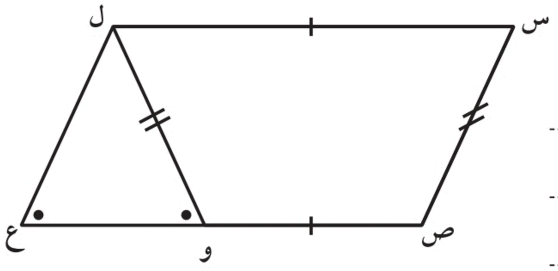


إذا كان أ ب جـ هـ متوازي أضلاع ،

ب جـ = جـ د ، فبرهن أنَّ الشكل

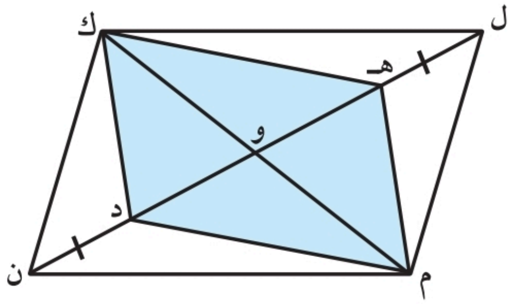
الرباعي أ جـ د هـ متوازي أضلاع .

أثبت أنَّ : الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .



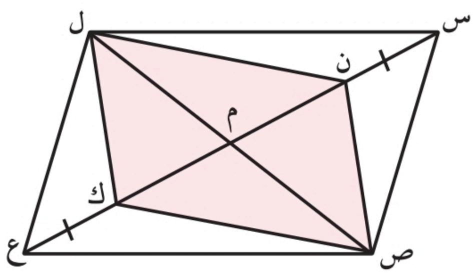
أ/ أحمد جمال عزمي

تدرّب



إذا كان ل م ن ك متوازي أضلاع تقاطع قطريه في و ، ل هـ = ن د ،

برهن أنَّ الشكل الرباعي هـ م د ك متوازي أضلاع .



إذا كان ن ص ك ل متوازي أضلاع

تقاطع قطريه في م ، س ن = ك ع ، فأثبت

أنَّ الشكل س ص ع ل متوازي أضلاع .

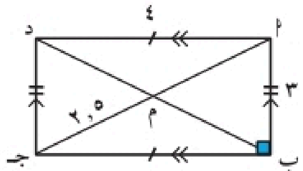
٨-٤ المستطيل (خواصه والكشف عنه)
Exploring Rectangle and his Properties

تذكَّرْ أنَّ :

- زوايا المستطيل قوائم .
- أقطاره متطابقة .

المستطيل هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

تدرَّب (١) :



أ ب جـ د مستطيل فيه : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ،

أ ب = ٣ ، أ د = ٤ ، م جـ = ٢,٥

أكمل ما يلي :

١ د جـ = ... لأن ....

٢ أ جـ = ... لأن ....

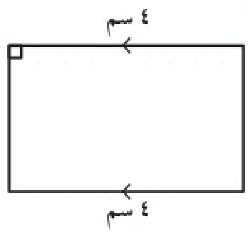
٣ ق ($\hat{د}$) = ... لأن ....

٤ ق ($\hat{جـ}$) = ... لأن ....

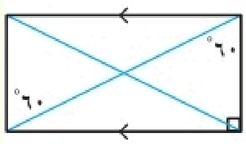
تدرَّب (٢)

استخدم المعطيات (موظفًا التعريف) التي على الأشكال لتبين أيًّا منها تمثل مستطيلًا .

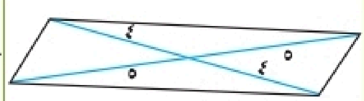
أ



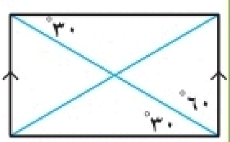
ب



جـ



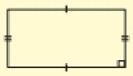
د



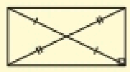
تذكَّرْ أنَّ :

للمستطيل الخواص التالية :

١ - كل ضلعين متقابلين متطابقان .



٢ - القطران ينصف كل منهما الآخر .

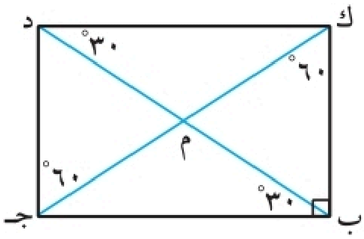


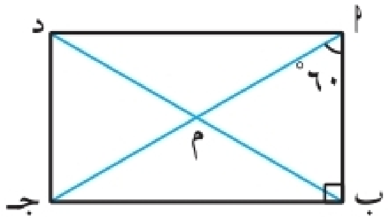
٣ - كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس وزواياه الأربع قوائم .

٤ - كل زاويتين متتاليتين متكاملتان .

تدرّب

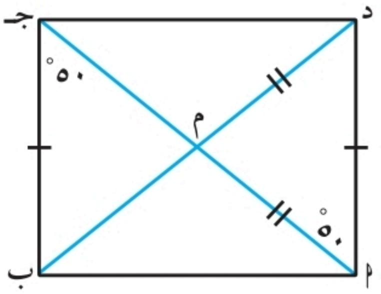
في الشكل المقابل أثبت أنَّ : ك ب جـ د مستطيل .





أ ب جـ د مستطيل فيه : ق (ب $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ٦٠°

احسب ق (د $\hat{\text{ب}}$ جـ) .

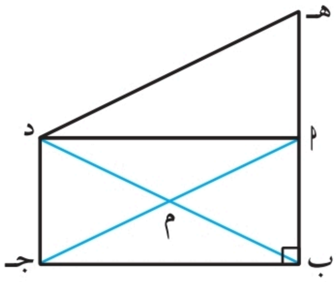


أ ب جـ د شكل رباعي يتقاطع قطراه في م

أد = ب جـ ، م د = م أ ،

ق (د أ̂ جـ) = ق (ب جـ̂ أ) = ٥٠°

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مستطيل ، ثم أوجد ق (ب أ̂ جـ) .



هـ أ جـ د متوازي أضلاع ، ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠° ،

$\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ ، أ ، ب على استقامة واحدة .

أثبت أنَّ : أ ب جـ د مستطيل .

∴ المعين أ ب جـ د متوازي أضلاع وله جميع خواص متوازي الأضلاع .

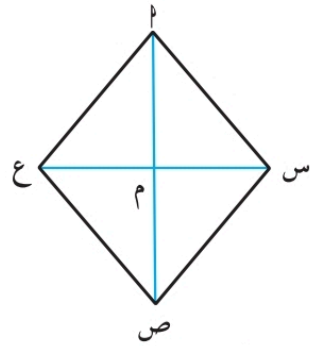
سنبحث الآن ما إذا كان للمعين خواص أخرى وسوف نبيِّن أنَّ :

١ المعين قطراه متعامدان .

٢ كل قطر في المعين ينصف زاويتين متقابلتين فيه .

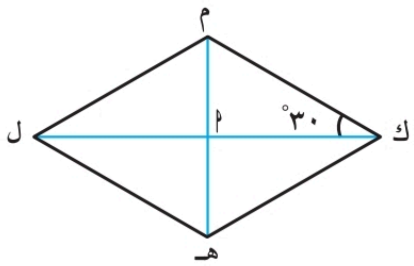
تدرّب (١)

في الأشكال التالية معينات ، أوجد المطلوب مع ذكر السبب :



ق (س مَ أ) = ...

السبب : ....



ق (م كَ هـ) = ...

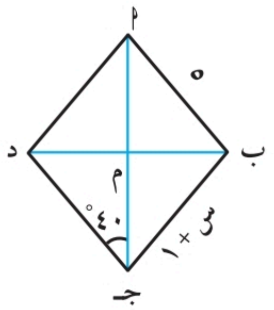
السبب : ....

ق (م لَ هـ) = ...

السبب : ....

ق (ل هَـ ك) = ...

السبب : ....



طول $\overline{\text{ب جـ}}$ = ...

السبب : ....

أوجد قيمة س :

س + ١ = ...

س = ...

محيط المعين = ...

يكون متوازي الأضلاع **معينًا** إذا توفر فيه أحد الشرطين التاليين :

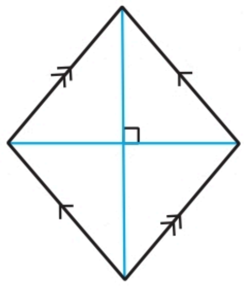
(١) إذا تطابق ضلعان متجاوران فيه .

(٢) إذا تعامد قطراه .

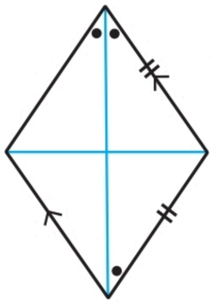
تدرّب (٢)

أي الأشكال التالية يمثل معينًا مع ذكر السبب ؟

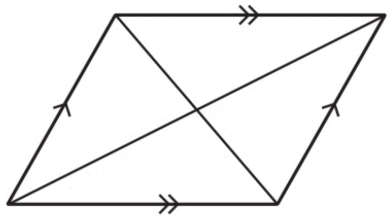
أ



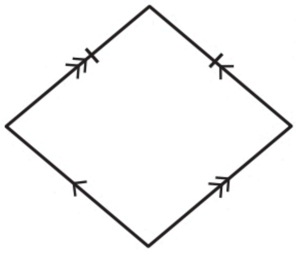
ب



جـ



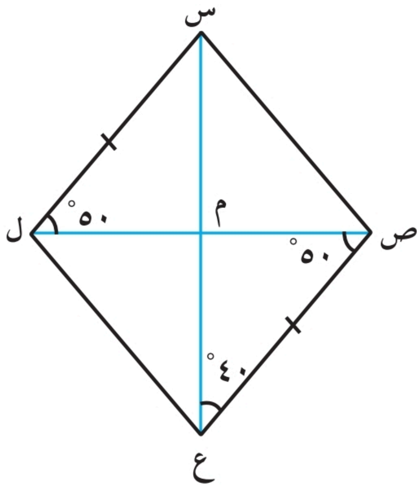
د



تذكر أنَّ :

- الرمز ⊥ هو رمز عمودي على .
- الرمز // هو رمز موازٍ لِـ .
- مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠° .

تدرّب

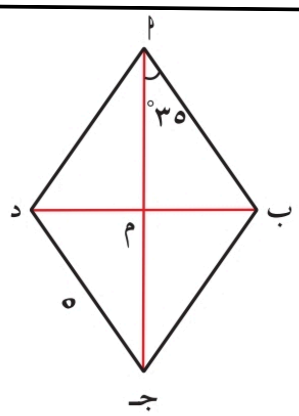


في الشكل المقابل :

ق (س لˆ ص) = ق (ع صˆ ل) = ٥٠° ،

ق (ص عˆ س) = ٤٠° ، س ل = ص ع .

أثبت أنَّ الشكل الرباعي س ص ع ل معين .



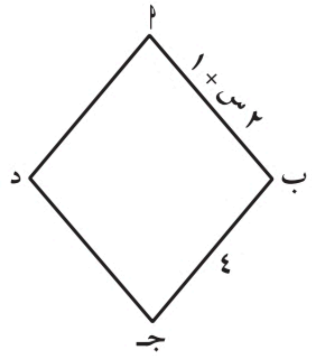
٢ ا ب جـ د معين تقاطع قطريه في م ، ق (ب اˆ جـ) = ٣٥° ، جـ د = ٥ وحدة طول .

أ احسب قياسات زوايا المعين .

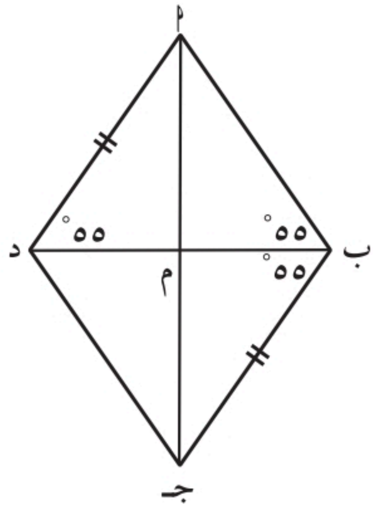
ب أوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$.

جـ أوجد قياس ا مˆ ب .

أ ب جـ د معين ، أ ب = ٢ س + ١ وحدة طول ،
ب جـ = ٤ وحدة طول . أوجد قيمة س .



في الشكل أمامك ، أثبت أنَّ أ ب جـ د معين .



٨-٦ المربع (خواصه والكشف عنه)
Exploring Square and his Properties

تذكر أنَّ :

خواص المستطيل :

١ – له جميع خواص متوازي الأضلاع .

٢ – القطران متطابقان .

٣ – زواياه الأربع قوائم .

تذكر أنَّ :

خواص المعين :

١ – له جميع خواص متوازي الأضلاع .

٢ – القطران متعامدان .

٣ – الأضلاع متطابقة .

٤ – القطران ينصف كلّ منهما زواياه المتقابلة .

تذكر أنَّ :

خواص متوازي الأضلاع

١ – كل ضلعين متقابلين متطابقان .

٢ – كل زاويتين متقابلتين متطابقتان .

٣ – القطران ينصف كلّ منهما الآخر.

المربع هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متطابقان (متساويان في الطول) .

المربع هو معين قياس إحدى زواياه 90° .

للمربع كل خواص المستطيل وكل خواص المعين .

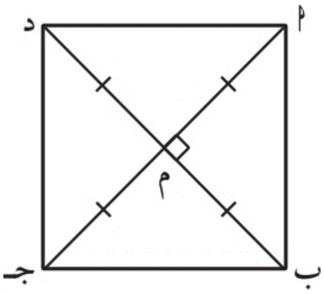
الكشف عن المربع

ما الشروط التي يجب أن يحققها متوازي الأضلاع ليكون مربعًا ؟

إذا كان في متوازي الأضلاع القطران متطابقان ومتعامدان ، فإنَّ متوازي الأضلاع هو **مربع** .

في الشكل المقابل أ ب جـ د متوازي أضلاع

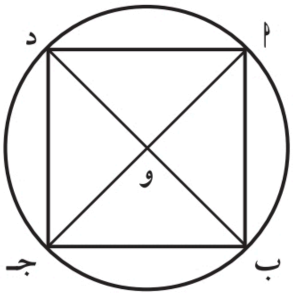
أثبت أنَّ : أ ب جـ د مربع .



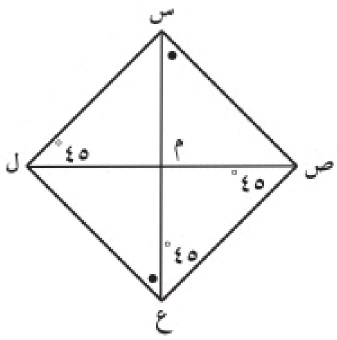
تدرّب

في الشكل المقابل $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$ قطران في دائرة مركزها و ،

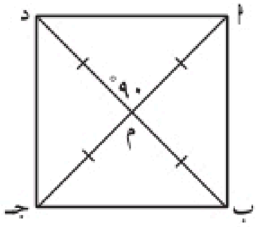
$\overline{\text{أ جـ}} \perp \overline{\text{ب د}}$. أثبت أنَّ أ ب جـ د مربع .



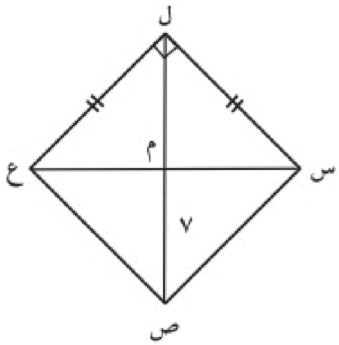
باستخدام المعطيات في الرسم أثبت أنَّ :
س ص ع ل مربع الشكل .



مستعينًا بالمعطيات على الرسم أثبت أنَّ الشكل مربع .

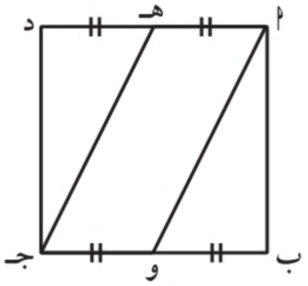


في الشكل المقابل ل س ص ع مربع فيه : ل م = ٣ ب + ٤ ،
ع م = ٢ جـ – ١ ، م ص = ٧ . أوجد قيمة كلٍّ من ب ، جـ .



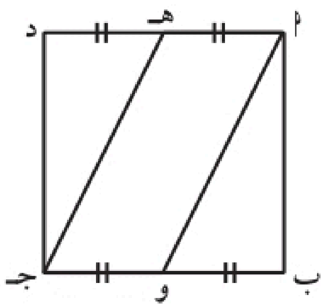
تدرّب

أ ب جـ د مربع ، هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$
أثبت أنَّ : أ و جـ هـ متوازي أضلاع



تدرّب

أ ب جـ د مربع ، هـ منتصف $\overline{\text{أ د}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$
أثبت أنَّ : أ و جـ هـ متوازي أضلاع



تذكر أنَّ :

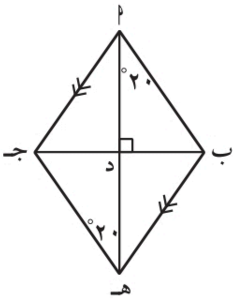
يكون متوازي الأضلاع معينًا إذا كان :

١ - فيه ضلعان متجاوران متطابقان .

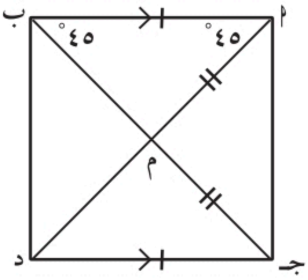
٢ - القطران متعامدان .

تدرّب

في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ : ا ب هـ جـ معين .



أثبت أنَّ : الشكل ا ب د جـ مربع .

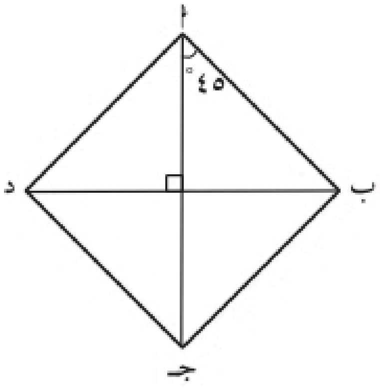


....

....

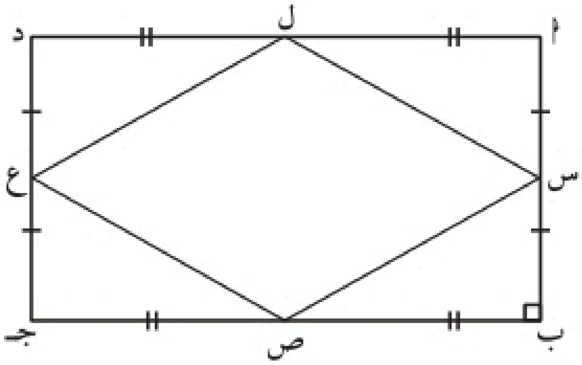
....

....



أ ب جـ د معين فيه ق (ب أ جـ) = ٤٥°

أثبت أنَّ : الشكل أ ب جـ د مربع .



أ ب جـ د مستطيل فيه س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه أب ، ب جـ ، جـ د ، د أ على الترتيب .

أثبت أنَّ س ص ع ل معين .

٩-١ قوانين الأسس
Laws of Exponents

تذكّرْ أنّ :
- نسمي الصورة $٢^{٣}$ بالصورة الأسية حيث ٢ يسمى الأساس و٣ الأس ، وتقرأ ٢ أس ٣ أو ٢ للقوة ٣ أو ٢ تكعيب .

تدرّب (١)

أكمل الجدول التالي :

الصورة الأسية	الأساس	الأس	صورة الضرب المتكرر	الناتج
$٤^{٢}$				
$٣^{٥}$				٢٤٣
$٢^{٤}$				
	٥-	٣		
٣		١		
	س	٤		
$\left(\frac{-٣}{٥}\right)^{\text{----}}$	$\frac{-٣}{٥}$	٢		
$\left(\frac{١}{٢}\right)^{\text{----}}$	$\frac{\text{-----}}{\text{-----}}$	٤		$\frac{\text{-----}}{\text{-----}}$

لكل $ا$ عدد نسبي غير صفري ، م ، ن عددان صحيحان يكون $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$.

تدرّب (٢)

اختصر كلًّا مما يلي :

أ $٦^{٤} \times ٦^{٧} =$

ب $س^{٢} \times س^{٣} =$

جـ $ص \times ص^{٢} \times ص^{٣} =$

د $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} =$

لكل ﺃ عدد غير نسبي غير صفري ، م ، ن عددان صحيحان يكون : $\frac{\text{ﺃ}^{\text{م}}}{\text{ﺃ}^{\text{ن}}} = \text{ﺃ}^{\text{م} - \text{ن}}$.

أكمل ما يلي :

أ $\frac{٣^{٥}}{٣^{٢}} =$

ب $\frac{٧^{٣}}{٧} =$

لكل ﺃ نسبي عدد غير صفري ، م عدد صحيح يكون : (١) $\text{ﺃ}^{\text{صفر}} = ١$

(٢) $\text{ﺃ}^{-\text{م}} = \frac{١}{\text{ﺃ}^{\text{م}}}$

تدرّب

اختصر كلًّا مما يلي :

أ $\frac{٨^{٥}}{٨^{٣}} =$ ....

$=$ ....

ب $\frac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٥}} =$ ....

$=$ ....

جـ $\frac{\text{س}^{٧}}{\text{س}^{-٣}} =$ ....

$=$ ....

د $\frac{\text{س}^{٤}}{\text{س}^{٧}} =$ ....

$=$ ....

تدرّب

اختصر ما يلي :

أ) $٧^{-٣} \times ٧$ = ...
= ....

ب) $\frac{٩^{-٣}}{٩^{-٢}}$ = ...
= ....

جـ) $٨^{٥} \times ٨^{-٤}$ = ...
= ....

هـ) $س^{٤} \times س^{-٦}$ = ...
= ....

لكل ﻢ ، ب عددان نسبيان غير صفريين ، م عدد صحيح يكون $(ﻢ \times ب)^{م} = ﻢ^{م} \times ب^{م}$.

أوجد ناتج ما يلي :

أ) $(٢ \times ٣)^{٢} =$

ب) $(٥ \times ٤)^{٣} =$

جـ) $٢^{٢} \times ٣^{٢} =$

د) $٥^{٣} \times ٤^{٣} =$

لكل أ ، ب عددان نسبيان غير صفريين ، م عدد صحيح يكون $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{م}} = \frac{\text{أ}^{\text{م}}}{\text{ب}^{\text{م}}}$.

مثال (١) : اختصر كلًّا مما يلي:

أ $(٤\text{أ})^{٥} = ٤^{٥}\text{أ}^{٥} =$

ب $(٢\ \text{س}\ \text{ص})^{٤} =$

جـ $\text{ص}\ \text{س}^{٢} \times \text{ص}^{٣} =$

أوجد ناتج ما يلي معتمدًا على قوانين الأسس :

أ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} =$

ب $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣} =$

جـ $\frac{٤^{٥}}{٢^{٥}} =$

لكل $أ$ ، $ب$ عددان نسبيان غير صفريين ، $م$ عدد صحيح يكون $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$.

ملاحظة: $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-م} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{م}$

تدرّب (٥)

أوجد ناتج ما يلي معتمدًا على قوانين الأسس .

أ) $\frac{٢٤^{٥}}{٨^{٥}} =$

ب) $\frac{٢^{٤}}{٦^{٤}} =$ ....

جـ) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣} =$ ....

د) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٢} =$ ....

أكمل ما يلي :

أ) $(٣^{٢})^{٣} =$

$=$

$=$

ب) $(أ^{٣} ب^{٢})^{٢} =$

$=$

$=$

لكل $أ$ عدد نسبي غير صفري ، $م$ ، $ن$ عددان صحيحان يكون : $\left(أ^{م}\right)^{ن} = أ^{م ن}$.

أوجد ناتج ما يلي :

أ) $\frac{٩^{٤}}{٣^{٤}} =$ ....

ب) $٢^{-٣} =$ ....

جـ $(٢^{-٤})^{٢} \times ٢^{٥} =$ ....

د $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٦} \times \left(\frac{٣}{١٠}\right)^{-٦} =$ ....

اختصر لأبسط صورة :

أ $س \times س^{٦} =$ ....

ب $(٥^{٢})^{٤} \times ٥ =$ ....

جـ $(-٢)^{٣} \times (-٢)^{٧} =$ ....

د $س^{١١} \times س^{٨} =$ ....

هـ $س^{٣} \times س \times س^{٢} =$ ....

و $(س^{٢} ص^{-٣}) \times (س^{-٧} ص^{-٤}) =$ ....

ز $(أ^{-٣} ب) \times (أ^{٢} ب^{٢}) \times (أ^{٢} ب) =$ ....

ح $(س^{٢} ص)^{-٢} \times (س^{٣})^{٢} =$ ....

ط $(أ^{٥})^{٢} \times (أ ب) =$ ....

ي $(-٢ص)^{٣} =$ ....

٩-٢ كثيرات الحدود (متعددة الحدود - الحدوديات)
Polynomials

تذكَّرْ أنّ :
٣ س^٢ يسمى حدًّا جبريًّا حيث :
٣ هو المعامل
س^٢ هو المتغير

كثيرة الحدود (مقدار جبري) هي تعبير جبري يتكون من واحد أو أكثر من الحدود الجبرية يتم بناؤها باستخدام عمليات الجمع والطرح .

أمثلة :

(١) ٢ س^٥ ، - ٤ س^٢ ، س ، - ٣   حدود جبرية

(٢) ٢ س^٥ - ٤ س^٢ + س - ٣   كثيرة حدود

(٣) س$^{-٣}$ ، $\sqrt{\text{س}}$ - ٥ س + ٧ ، ٦$^{\text{س}}$ + س^٢ ليست كثيرات حدود (مقدار جبري)

تدرّب

حدد من التعابير الجبرية التالية ما يمثل حدودية وما لا يمثل ذلك .

١) ٤ س^٥ + ٢ س^٢ - ٦ س ....

٢) ٣ س^٢ - $\sqrt{\text{س}}$ ....

٣) ٥ س^٢ - س ص + ص^٢ + ٤ ص - ٧ ....

٤) ص^٣ - ٣ س^٢ + س ....

٥) $\frac{٣}{\text{س}}$ ....

٦) ٣$^{\text{س}}$ + ٥ ....

كثيرة الحدود (الحدوديات)	تسميات خاصة
س ، ٣ س^٤ ، - ٥	وحيدة الحد
ل + ٢ ، ٦ س^٢ - ٢ س ، م^٢ + ١	ثنائية الحد (حدانية)
٣ + س + ٧ س^٢ ، س^٦ - ٥ س^٢ + ٢ س^٣	ثلاثية الحد (حدودية ثلاثية)

جميع الحدوديات في الجدول السابق تسمى **حدوديات في متغير واحد (مقدار جبري)** ، بينما الحدوديات - س - ٢ ص ، ٥ س^٢ - س ص + ص^٢ + ٤ ص - ٩ تسمى **حدوديات في متغيرين** .

درجة الحدودية وترتيبها :

- درجة كثيرة الحدود ذات متغير واحد هي قيمة أعلى (أس للمتغير) يظهر في أي حد
- درجة كثيرة الحدود ذات أكثر من متغير هي قيمة أعلى مجموع (لأسس المتغيرات) التي تظهر في أي حد .

الحدود المتشابهة والحدود المتساوية .

	الحدود متشابهة	الحدود متساوية
التعريف	هي الحدود التي لها نفس المتغير مرفوعة لنفس الأس.	هي حدود متشابهة بمعاملات متساوية.
أمثلة	(١) ٤ س^{٢} ، $-\frac{١}{٢}$ س^{٢} ، π س^{٢} (٢) ٣ ص ، −٥ ص (٣) ل ع^{٢} ، −٣ ل ع^{٢}	(١) ٣ س^{٢} ، ٣ س^{٢} (٢) $\frac{١}{٢}$ ص ، $\frac{١}{٢}$ ص (٣) ل ع^{٢} ، ع^{٢} ل

تدرّب

حدد الحدود المتشابهة والمتساوية في ما يلي :

١ $\frac{١}{٣}$ ع^{٥} ص ، − ص ع^{٥} ....

٢ ٤ ك^{٣} ، −٣,٠ ك ، $\frac{١}{٦}$ ك^{٢} ....

٣ ٧ س^{٤} ، ٢ س^{٤} ، − س^{٤} ....

٤ س^{٢} ل ، س ل^{٢} ....

٥ −٥ س^{٢} ص^{٣} ، −٥ ص^{٣} س^{٢} ....

٦ ٥,٠ س^{٢} ص ، $\frac{١}{٢}$ ص س^{٢} ....

تدرّب

اكتب كثيرات الحدود التالية بالصورة القياسية ، وحدد درجتها :

الحدودية	الصورة القياسية	درجة الحدودية
ص^{٢} − ٢ ص + ص^{٣}	ص^{٣} + ص^{٢} − ٢ ص	الدرجة الثالثة
س^{٤} + ٥ س − ٧ − س^{٢}	س^{٤} − .... + ... −	....
٢ ع^{٢} − ٣ ع + ع^{٤} + ٨	....	....
− ٥ , ٠ + ٥ , ٣ ص^{٥} − ٤ص^{٢} + ٠٤ , ٠ ص^{٣}	....	....

تدرّب

١ أوجد قيمة كل من كثيرات الحدود التالية عندما س = ٣ ، ص = − ٢ :

أ $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + ٢ ص^{٢} + ٢٥

ب ٣ ص^{٤} − ٢ س ص − ٥٠

أ/ أحمد جمال عزمي

ضع الحدوديات التالية في الصورة القياسية ، ثم حدد درجة الحدودية :

أ ٦ $س^٥$ + ٤ $س^٣$ – ٥

ب – ٧ + ٤ $ص^٣$ – ٥ $ص^٢$ + $ص^٤$

جـ – ٤ ع + ٦ – ٢ $ع^٣$

د ٢ س – ٥ $س^٢$ + $\frac{١}{٢}$

أوجد قيمة كثيرات الحدود التالية :

أ –٤ $س^٢$ + $\frac{١}{٢}$ س + ٥ + ٢ $س^٣$ ، عندما س = ٢

ب – س $ص^٢$ + $\frac{٣}{٤}$ $ص^٢$ $س^٢$ – ٩ ، عندما س = ٤ ، ص = ١

٩-٣ جمع كثيرات الحدود وطرحها
Adding and Subtracting Polynomials

اجمع الحدوديات التالية :

أ $س^٢ + ٣ س^٤ - ٧ س$ ، $- س^٢ - ١٠ س^٤$ ، $٥ س + ٢ س^٢ - ٨ س^٣$

اجمع كثيرات الحدود التالية :

أ $٢ س^٣ + ٥ س - ٢$ ، $- ٣ س^٣ - ٢ س + ١٠$

اطرح ٣ ص^٤ – ٢ ص^٣ – ٥ ص من ١٢ ص^٣ – ص^٤ + ٢ ص^٢

من – ٢س^٢ – س + ١ اطرح – س^٢ + ٣ س – ٢

أ/ أحمد جمال عزمي

أوجد ناتج ما يلي :

أ ٣ س^{٤} − ٢ س^{٣} + ٧ س − (٢ س^{٣} − س^{٤} + ٥ س)

اطرح :

أ ٥ س^{٢} + ٦ س^{٤} − ١ من ٤ س^{٤} − ١٤ س^{٢} + س

٩-٤ ضرب كثيرات الحدود
Multiplying Polynomials

تذكّرْ أنّ :
الخاصية التوزيعية للضرب على الجمع
$أ \times (س + ص) = (أ \times س) + (أ \times ص)$

أوجد ناتج ما يلي :

١ $٥ س^{٢} \times ٧ س^{٣} =$

٢ $-٣ س^{٤} \times -٥ س^{٥} =$ ....

تدرّب

أكمل:

$(٢ س^{٢}) \times (٨ س^{٤} + ٣ س)$

أوجد ناتج كلّ مما يلي :

أ $٢ س \times ٣ س^{٢} =$

....

....

ب $\frac{١}{٢} س \times \left(\frac{٢}{٣} س^{٢} - ٤ س + \frac{٣}{٢}\right) =$

....

....

جـ (٣ ص^{٢} + ص – ٢) × (–٢ ص) =

هـ (س + ٧) (س – ٥) =

و (أ – ب) (أ + ب) =

(٢ أ + ٣) (٥ أ^{٢} – ٤ أ – ٧) = ---

تدرّب

أ أوجد $(ص - ٧)^{٢}$:

ب $(\text{ﻫ}^{٢} + ٥ ب)^{٢}$

أوجد مربع كل حدانية في ما يلي :

أ س − ٤ ....

ب ٣ ﻫ − ٢ جـ^{٢} ....

مربع $(س^{٢} + ١)$ = ...

أ/ أحمد جمال عزمي

تدرّب

أقسم ($٦ س^٥ + ٨ س^٤ - ٢ س^٢$) على $س^٢$

تمـــرَّنْ :

١ اختصر ما يلي :

أ $\frac{س^٥}{س^٣} =$ ....

ب $\frac{٦ س^٤}{٢ س^٢} =$ ....

جـ $-\frac{٨ س^٣}{٨ س^٣} =$ ....

د $\frac{١٠ س^٢}{٢٥ س^٥} =$ ....

٢ اقسم : $٦ س^٢ ص^٣ + ١٢ س^٤ ص^٤ - ١٨ س^٥ ص^٢$ على $٦ س^٢ ص^٢$

= ....

= ....

= ....

٣ أوجد ناتج $\frac{٥ س^٢ ص^٣ + ٣ س^٧ ص^٢ - ٥}{١٥ س}$

....

....

....

٤ مساحة مستطيل هي ($٣ س^٢ - ٢ س$) مترًا مربّعًا ، عرض هذا المستطيل س مترًا ، أوجد طول هذا المستطيل .

....

....

....

١٠-١ العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ)
Greatest Common Factor (GCF)

١ أوجد (ع . م . أ) لكلٍّ مما يلي :

أ ١٨ ، ٢٧

ب ٥ ص^{٢} ، ص^{٦}

جـ ٨ ص^{٤} ، ١٢ ص^{٣} ، ١٦

د ٦س^{٤} ص^{٣} ، ٩ س^{٢} ص^{٥}

هـ ٤ ب^{٣} ، ١٤ب^{٢} ، ٢٠ب^{٥}

و ٩أ^{٢} ، ١٢أ ب

ز ٢٧ب^{٢} ن^{٤} ، ١٨ ب ك^{٢} ن^{٣}

ح ١٠ص ع ، ٤٠ س^{٢} ص

١٠-٢ التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر
Factorise Using The GCF

حلل المقادير التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) :

٧ + ٧ ص

٩س^{٢} + ٣س

س^{٢} ص + س ك

٦ س^{٣} + ٨ ص س

٢ص^{٢} س^{٢} − ٢س

٨س^{٢} ص^{٣} − ١٢ س^{٣} ص

١٤ك^{٢} ص^{٥} س^{٣} + ٧ك ص س + ٢١ ك س

٥س^{٤} ص^{٥} − ١٠ص^{٤} س^{٥} + ١٥ص^{٣} س^{٢}

١٠-٣ تحليل الفرق بين مُربعين
Factorising the Difference of Two Squares

الفرق بين مُربعي كميتين يساوي حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينهما .
أي أنَّ : $أ^٢ - ب^٢ = (أ - ب)(أ + ب)$.

تدرّب

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^٢ - ١٦$

ب $س^٢ - ٢٥ع^٢$

جـ $٨١ - هـ^٢$

د $ل^٢ك^٢ - ٣٦$

تدرّب

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^٣ - س$

ب $٢ل^٢ - ١٨$

تدرّب

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $(س - ٢)^{٢} - ١٠٠$

ب $٢٥ - (ن + ل)^{٢}$

تدرّب

أوجد قيمة ما يلي بالتحليل :

أ $(٩٣)^{٢} - (٧)^{٢}$

ب $(٥,٢٥)^{٢} - (٥,٤)^{٢}$

تدرّب

حلّل ما يلي :

أ $٢٥ س^{٢} - \frac{ص^{٢}}{٣٦}$

ب $\frac{١}{٩} س^{٢} - \frac{١٦}{٢٥} هـ^{٢}$

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $\frac{٤ س^{٢}}{ب^{٢}} - \frac{جـ^{٢}}{٩}$

ب $\frac{١}{٢٥ ص^{٢}} - ع^{٢}$

جـ $(٥ - ٤م)^{٢} - ١٢١$

د $\frac{١}{٤} هـ^{٢} - ٢٥ع^{٢} ل^{٢}$

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $١ - ص^٢$

ب) $٤م^٢ - ٣٦$

جـ) $٤س^٢ - ٩ص^٢$

د) $٤٩ن^٢ - ٨١ك^٢$

هـ) $٤س^٢ - ١٠٠$

و) $٣٦ - ٩ع^٢$

ز) $٧٥ - ٣م^٢$

ح) $٢س - ١٨س^٣$

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $(م + ١)^٢ - ٤٩$

ب) $(ن - ٠,٤)^٢ - (٠,١٦)^٢$

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $\frac{٤ س^٢}{ب^٢} - \frac{جـ^٢}{٩}$

ب $\frac{١}{٢٥ ص^٢} - ع^٢$

جـ $(٥ - ٤م)^٢ - ١٢١$

د $\frac{١}{٤} هـ^٢ - ٢٥ ع^٢ ل^٢$

تدرّب

حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $(س - ٢)^٢ - ١٠٠$

ب $٢٥ - (ن + ل)^٢$

تدرّب

أوجد قيمة ما يلي بالتحليل :

أ $(٩٣)^٢ - (٧)^٢$

ب $(٥,٢٥)^٢ - (٥,٤)^٢$

١٠-٤ حل معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد
Solving a First Degree Equation With One Variable

تدرّب

أوجد حل المعادلات التالية حيث س ∈ ص :

أ) ٣ س − ٤ = −١٨ − س

ب) ٥ (س − ٢) = ٤

تمـــرَّنْ :

١) حل كلًّا من المعادلات التالية في ص ، ثم تحقق من صحة إجابتك :

أ) ٣ص + ٤ = ١٩

ب) ٢ (س − ٧) = ٥

ج) $\frac{١}{٢}$ ك + ١٩ = ١١

د) ٥س = ٣ (س + ٢)

تذكَّرْ أنَّ :
الخاصية التوزيعية
أ (س + ص)
= أ س + أ ص

مثال

اكتب $0,\overline{6}$ على شكل كسر في أبسط صورة .

يقول سالم: أختي تبلغ من العمر ٤ أضعاف العمر الذي يبلغه أخي ، وعند جمع عمريهما معًا فإنَّ المجموع يصبح ٢٠ . فكم عمر أخو سالم ؟

يبلغ راتب مدير في إحدى الشركات ٣ أمثال راتب موظّف في الشركة نفسها مضافًا إليه ٦٠ دينارًا. إذا كان راتب المدير يساوي ١٣٦٥ دينارًا ، فكم يبلغ راتب الموظّف ؟

١٠-٥ حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد بالتحليل

Solving Second Degree Equations with One Variable by Factorising

مثال

أ أوجد مجموعة حل المعادلة ٤س^{٢} − ٥س = ٠ ، حيث س ∈ ص .

أوجد مجموعة حل المعادلة س^{٢} = ٤ ، حيث س ∈ ح .

أوجد مجموعة حل المعادلة $(\text{س} + ٣)^{٢} - ١ = ٠$ ، حيث س ∈ ط .

تدرّب

أوجد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية :

أ $٢\text{م}^{٢} = ٥٠$ ، حيث م ∈ ص

ب (ص + ٢)^{٢} – ٩ = ٠ ، حيث ص ∋ ح

أوجد مجموعة حلّ كل من المعادلات التالية حيث س ∋ ح .

أ (س + ٤) (س – ٢) = ٠

ب (س + ٤) (٣س + ١٠) = ٠

إذا كان س – ٤ = ٩ ، فما قيمة س^{٢} – ٤ ؟

أ ١٦٩ ب ١٦٥ جـ ٩٧ د ٨١

أوجد مجموعة حلّ كل من المعادلات التالية حيث س ∈ ح .

أ $٣س^٢ - ٢٧ = ٠$

ب $(س + ٢)^٢ - ٢٥ = ٠$

جـ $٥س^٢ = ٨٠$

د $(س - ٩)^٢ = ٨١$

٥ مجموعة حل المعادلة $٤س^٢ + ١ = ٠$ ، حيث س ∈ ح تساوي :

أ $\{ \frac{١}{٢} \}$ ب $\{ -\frac{١}{٢} \}$ جـ $\{ \frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٢} \}$ د $\varnothing$

٦ إذا كان مربع عدد (لا يساوي صفرًا) مضافًا إليه نصفه يساوي نفس العدد فإنَّ العدد هو :

أ ١ ب $\frac{١}{٢}$ جـ $\frac{١}{٤}$ د $-\frac{١}{٢}$

٦-١٠ حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد
Solving First Degree Inequalities with One Variable

تدرّب

حل المتباينات التالية حيث س ∈ ح :

أ) ٢ س + ٣ ≥ ١

ب) $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١}{٢}$ < $\frac{٣}{٢}$

ز) ١٠ (س − ٥) > ٧ (٦ − س)

ح) ٢س + ٤ ≥ ٣ (س + ١)

تمــرَّنْ :

١ حل كلًّا من المتباينات التالية في ط :

أ) ٢ص + ٤ ≤ ١٩

ب) ٢س + ٣ > ١٥

جـ) ب − ١/٢ ٢ > ١/٣

د) ٥م − ٤,٣ ≥ ١,١

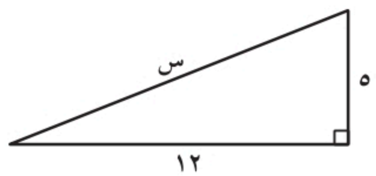
هـ) ٥ − ٣س > −١

و) −٣ ≤ ٤ص − ٥

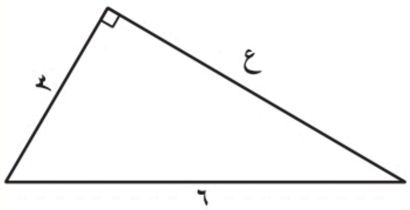
تدرّب

أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي :

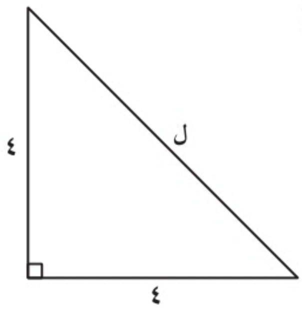
أ



ب



جـ

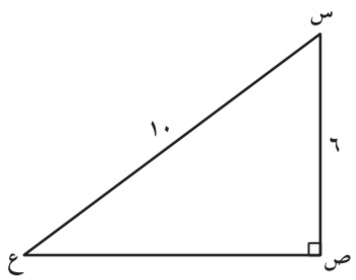


تدرّب

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه :

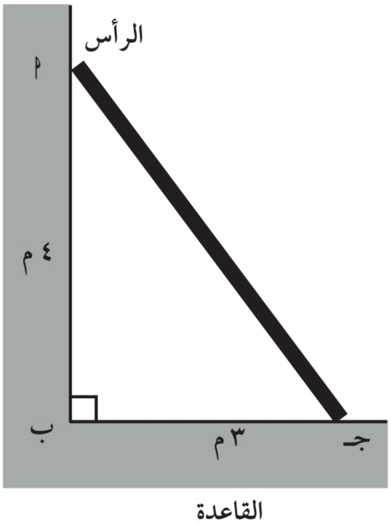
س ص = ٦ وحدة طول ، س ع = ١٠ وحدة طول .

أوجد ص ع .

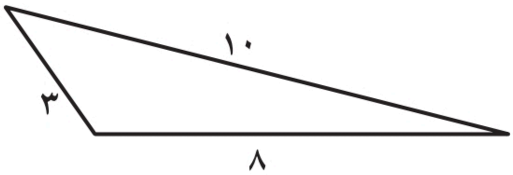


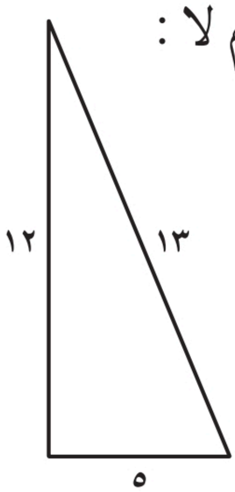
تدرّب

سلم يرتكز على حائط رأسي بحيث تبعد قمته عن سطح الأرض بمقدار ٤ أمتار ، وتبعد قاعدة السلم عن الحائط ٣ أمتار . أوجد طول السلم .

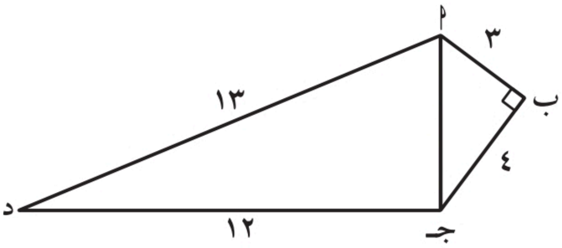


في كلٍّ ممّا يلي ، حدّد ما إذا كان المثلّث قائم الزاوية أم لا :





مثال :

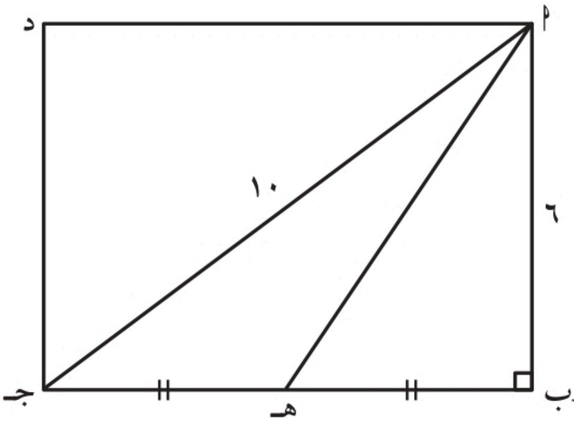


في الشكل المقابل : ق ($\hat{ب}$) = ٩٠° ،

أ ب = ٣ وحدة طول ، ب جـ = ٤ وحدة طول ،

جـ د = ١٢ وحدة طول ، أ د = ١٣ وحدة طول .

احسب طول $\overline{أجـ}$ ، ثم أثبت أن Δ أ جـ د قائم الزاوية .



أ ب جـ د مستطيل فيه :

أ جـ = ١٠ وحدة طول ، أ ب = ٦ وحدة طول ،

هـ منتصف $\overline{ب جـ}$. أوجد بالبرهان طول كل

من : $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{أ هـ}$.

....

....

....

....

....

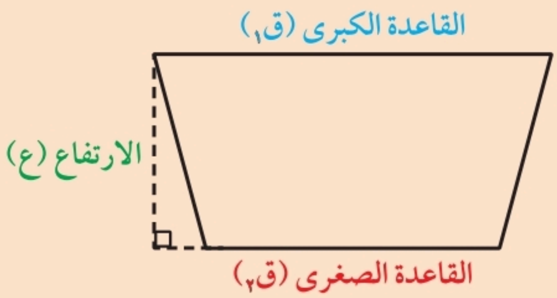
١١-٢ مساحة شبه المنحرف
Area of Trapezoid

مما سبق نجد أنَّ :

مساحة شبه المنحرف

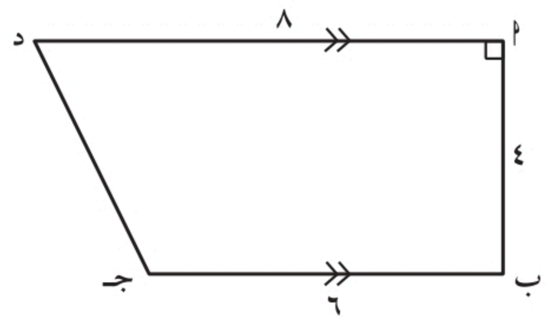
$$= \frac{\text{مجموع طولي القاعدتين}}{٢} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{(ق_١ + ق_٢)}{٢} \times ع$$



تدرّب

أوجد مساحة شبه المنحرف ﺃ ب جـ د .



تدرّب

أوجد مساحة شبه المنحرف الذي فيه :

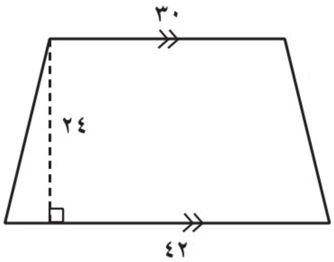
أ ق$_١$ = ٧ وحدة طول
ق$_٢$ = ٥ وحدة طول
ع = ٦ وحدة طول

ب ق$_١$ = ٦,٣ وحدة طول
ق$_٢$ = ٣,٧ وحدة طول
ع = ٧ وحدة طول

تدرّب

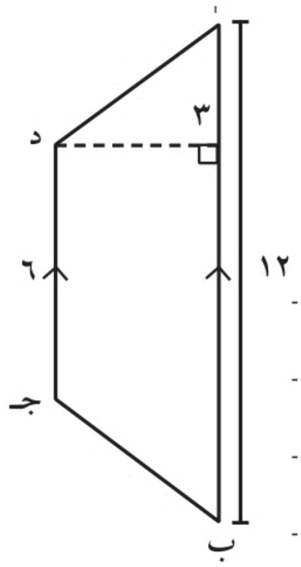
أوجد ارتفاع شبه منحرف مساحته ١٦ وحدة مربعة وطول القاعدتين فيه ٣ وحدة طول ، ٥ وحدة طول .

يبين الشكل المجاور حديقة منزلية على شكل شبه منحرف يراد زراعتها بالعشب الطبيعي ، إذا كان سعر الوحدة المربعة من العشب الطبيعي ١٢ دينارًا ، فكم تكلف زراعة الحديقة بالعشب ؟



أ/ أحمد جمال عزمي

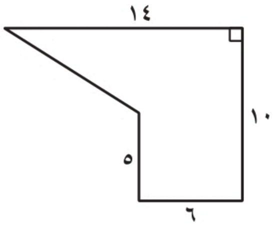
في الشكل المقابل ٱب جـ د شبه منحرف مساحته
٣٦ وحدة مربعة . فيه ٱهـ = ٣ ، ٱب = ١٢ ، د جـ = ٦
أوجدكلاً من د هـ ، ٱد .



١١-٣ حلُّ المسائلِ : مساحةُ الأشكالِ غيرِ المنتظِمةِ
Problem Solving : Area of Irregular Figures

مثال (١) :

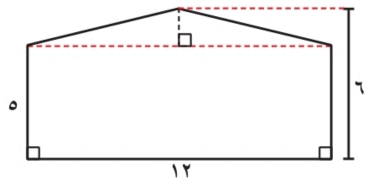
أوجد مساحة الشكل المقابل .



الحلّ :

تدرّب

أوجِد مساحة الشكلِ المجاور .



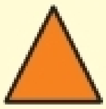
مساحة المستطيل =

مساحة المثلّث =

مساحة الشكل = ...

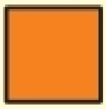
تذكر أنَّ :

- مساحة الشكل تعني مساحةَ منطقة الشَكلِ .
- مساحة المثلّث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدةِ × الارتفاع

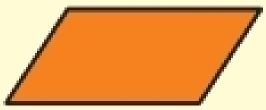


- مساحة المستطيل = الطول × العرض

- مساحة المربّع = طول الضلع × نفسه



- مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع



١١-٥ حجم الأسطوانة الدائرية – حجم المخروط الدائري
Volume of Cylinder and cone

تذكر أنَّ :

- مساحة المربع = ل × ل = ل^{٢}
- مساحة المستطيل = ل × ض
- حجم المكعب = ل × ل × ل = ل^{٣}
- حجم شبه المكعب = ل × ض × ع

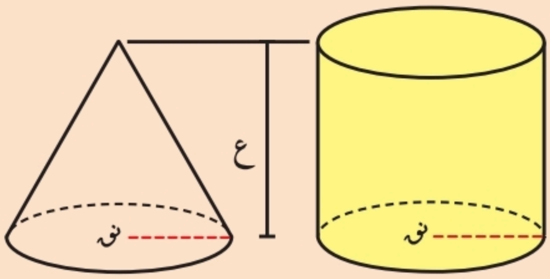
يمكن إيجاد حجم المنشور القائم باستخدام القانون التالي :

حجم المنشور القائم	=	مساحة القاعدة (م)	×	الارتفاع (ع)		(لفظيًّا)
ح	=	م	×	ع		(رمزيًّا)

مساحة قاعدة أيِّ أسطوانة م = π نق^{٢} ، حيث نق = طول نصف القطر . بالتالي :

حجم الأسطوانة (ح) = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

حجم المخروط هو $\frac{١}{٣}$ حجم الأسطوانة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .



ح $_{\text{مخروط}}$ = $\frac{١}{٣}$ × (م × ع) = $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢} × ع)،

حيث م مساحة القاعدة ، ع الارتفاع .

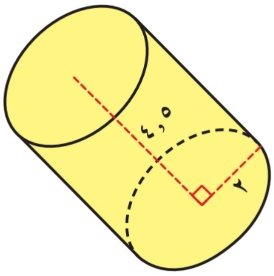
مثال

أوجد حجم الأسطوانة المبيَّنة في الشكل المجاور : (اعتبر π = ١٤ , ٣)

تذكر أنَّ :

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ نصف طول القاعدة × الارتفاع

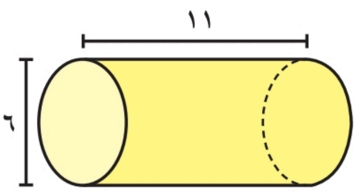
مساحة الدائرة = π نق٢



تدرّب

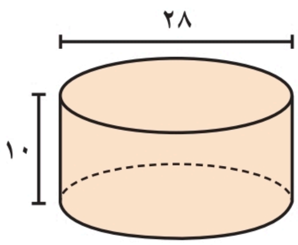
أوجد حجم كلِّ أسطوانة .

أ



استخدم π = ١٤ , ٣

ب

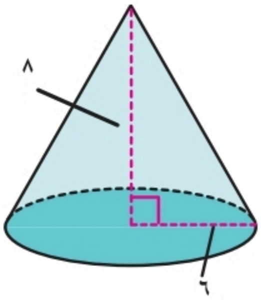


استخدم π = $\frac{٢٢}{٧}$

مثال

أوجد حجم المخروط المبيّن في الشكل المجاور :

(اعتبر π = ٣,١٤)

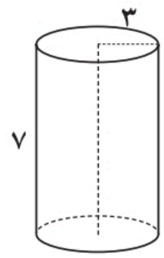


تمــرَّنْ :

أوجد حجم كلّ مجسم مما يلي :

١

(اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)



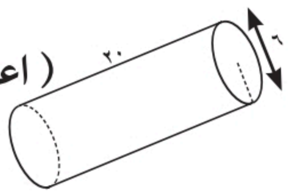
....

....

....

٢

(اعتبر π = ٣,١٤)



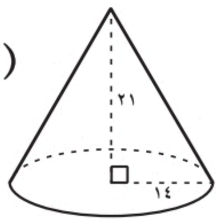
....

....

....

٤

(اعتبر π = $\frac{٢٢}{٧}$)



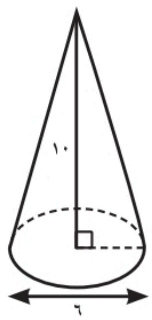
....

....

....

٥

(اعتبر π = ٣,١٤)



....

....

....

١٢-١ طرائق العد
Counting Methods

مبدأ العد : هو عملية تتكون من خطوتين مستقلتين ، إذا كان عدد طرق إجراء الخطوة الأولى ن_1 ، وعدد طرق إجراء الخطوة الثانية ن_2 ، فإنَّ عدد الطرق الممكنة لإجراء العملية هو :
$\text{ن}_1 \times \text{ن}_2$. ويمكن تعميم المبدأ لأكثر من خطوتين .

تدرّب

يقدم مطعم وجبات من طبق رئيسي إما لحم أو سمك أو دجاج ، وكل طبق رئيسي يقدّم معه مقبلات من حساء أو سلطة .

أ أكمل مخطط الشجرة البيانية لتبين الوجبات الممكن تقديمها .

الأطباق	المقبلات	الوجبات
لحم	....	(لحم ، ....)
	سلطة	(لحم ، سلطة)
....	حساء	(........ ، حساء)
	....	(........ ، ....)
دجاج	....	(دجاج ، ....)
	....	(........ ، ....)

ب كم عدد الوجبات التي يمكن تقديمها ؟
عدد الوجبات = ... × .... = ... وجبات

اِستخدم مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج في كل حالة :

أ ما عدد طرائق الاختيار لطلاء : من نوعين من الطلاء ، ٥ ألوان ؟

....

....

ب ما عدد طرائق الاختيار لدراجة : من ٥ ألوان ، ٣ أحجام ، ٤ موديلات ؟

....

التباديل والترتيبات

الصورة الرمزية :

$$^{٤}ل_{٢} = ٤ \times ٣ = ١٢$$

عدد عناصر المجموعة

عدد العناصر التي تم اختيارها

عندما يكون **ترتيب العناصر** مهمًا دون تكرار نسمي هذا الاختيار **تبديلًا** ونرمز له بالرمز (ل) .

مضروب العدد : اختيار (ن) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف وبدون تكرار أي عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له بالرمز ن! ويكتب على الصورة :

$$ن! = ن\,(ن - ١)\,(ن - ٢) \ldots \times ٢ \times ١ = {}^{ن}ل_{ن} \text{ ، } ن \in ص^{+}$$

التباديل : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) ومن دون تكرار أي عنصر منها ، حيث ترتيب العناصر مهم سنرمز له برمز التبديلة ($^{ن}ل_{م}$) ويكتب على الصورة :

(١) $^{ن}ل_{م} = ن\,(ن - ١)\,(ن - ٢) \ldots$ إلى م من العوامل.

(٢) $^{ن}ل_{م} = \dfrac{ن!}{(ن - م)!}$ ، $ن ، م \in ص^{+}$

تدرّب

تستخدم إحدى المدن لوحات ترخيص الدرجات والتي تحتوي على عدد مكوّن من ٣ أرقام مختلفة للوحة ، (وباستخدام الأرقام من ١ إلى ٩) يريد المدير المسؤول عن تنظيم الدراجات أن يعرف عدد لوحات التراخيص التي يمكن إصدارها .

منازل العدد	آحاد	عشرات	مئات
عدد طرق الاختيار	٩	-------	-------

تدرّب (٢) :

أوجد كل من :

أ) ٥ ! = ٥ × ٤ × ...... × ...... × ...... = ...

ب) ٤ ! = ... × ...... × ...... × ...... = ...

جـ) ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ... !

د) $^{٥}ل_{٣}$ = ٥ × ...... × ...... = ...

هـ) $^{٩}ل_{٢}$ = ... × ...... = ...

و) ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = $^{....}ل_{....}$

ز) (١٠ − ٧) ! = ...

لاحظ أنَّ :

(١) ٠! = ١

(٢) ١! = ١

(٣) ن! = ن × (ن − ١)! حيث ن ∈ $ص_{+}$

فمثلًا : ٥! = ٥ × ٤!

= ٥ × ٤ × ٣!

= ٥ × ٤ × ٣ × ٢! وهكذا ...

تدرّب

اختير ٥ طلاب للجنة الرياضية بفصلك ، على أن يتم اختيار رئيس ونائب رئيس ومقرر لهذه اللجنة من الطلاب الخمس ، فبكم طريقة يتم اختيار المرشحون للمناصب الثلاث ؟

لاحظ أنَّ :

(١) ٠! = ١

(٢) ١! = ١

(٣) ن! = ن × (ن – ١)! حيث ن ∈ $ص_+$

فمثلًا : ٥! = ٥ × ٤!

= ٥ × ٤ × ٣!

= ٥ × ٤ × ٣ × ٢! وهكذا ...

أوجد كل مما يلي :

أ ٦ ! = ...

ب (٨ – ٤) ! = ...

جـ ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ... ل .... = ... !

د $^{٨}ل_{٣}$ = ...

هـ ٠ ! = ...

و ٢! × ٣! = ...

ز ٤ × ٣ ! = ...

$$ {}^{\boxed{٤}}ق_{\boxed{٢}} = \frac{{}^{٤}ل_{٢}}{٢\,!} = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦ $$

عدد عناصر المجموعة

عدد الاختيارات

التوافيق : عند اختيار (م) عنصر من بين (ن) عنصر مختلف (م ≤ ن) حيث ترتيب العناصر غير مهم سنرمز له برمز التوفيقة ($^{ن}ق_{م}$) وتكتب على الصورة :

$$ {}^{ن}ق_{م} = \frac{{}^{ن}ل_{م}}{م\,!} \quad ن ، م \in ص_{+} $$

إذا كان $^{ن}ل_{م} = \dfrac{ن\,!}{(ن - م)\,!}$ ، فإن $^{ن}ق_{م} = \dfrac{ن\,!}{م\,! \times (ن - م)\,!}$

تكتب التوافيق بصورة أخرى : $^{ن}ق_{م} = \dbinom{ن}{م}$ وتقرأ ن فوق م .

أوجد ما يساويه كل من :

أ $^{٨}ق_{٨}$ = ...	ب $\dbinom{٧}{٠}$ = ...
جـ $^{٨}ق_{٥}$ = ...	د $^{٧}ق_{١}$ = ...

كم عددًا مكوّنًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من ١ إلى ٥ إذا كان :

أ يمكن تكرار الأرقام . ...

ب لا يمكن تكرار الأرقام . ...

في مزرعة أرانب يلزم وضع ٦ أرانب في ٦ أقفاص . بكم طريقة يمكن عمل ذلك بحيث يكون أرنب واحد في كل قفص؟

كم عدد الطرائق التي يمكن أن يتم بواسطتها اختيار طالبين مع مراعاة الترتيب أو أن يكون واحدًا تلو الآخر من ٨ طلاب؟

اتخذ خالد ٤ أرقام سرية لفتح الحاسوب. إذا كان اختياره لأرقام مختلفة من ١ إلى ٦ ، فأوجد عدد الطرائق المختلفة في اختيار ذلك الرقم السري .

تألفت لجنة من ٤ طلاب في الصف الثامن البالغ عدده ٢٨ طالبًا. بكم طريقة يمكن اختيار لجنة من ٤ طلاب مؤلفة من : رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر ، أمين صندوق ؟

عشرة من المخبرين السريين طلب رئيسهم ارسال اثنين منهم للقبض على أحد المشتبه فيهم ، ما عدد الطرائق المختلفة لإرسال اثنين منهم لإنجاز هذه المهمة ؟

٢-١٢ فضاء العينة
Sample Space

إنَّ مجموعة كل النواتج الممكنة عند إجراء تجربة عشوائية تسمى **فضاء العينة (ف)** .

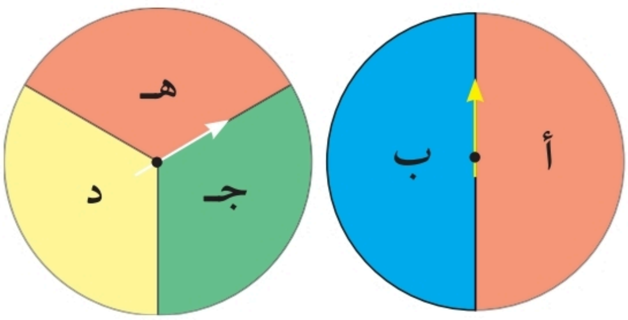
اكتب فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد ثم إلقاء قطعة نقود .

....

....

....

تم تدوير الدوارتين المقابلتين معًا . اكتب فضاء العينة وحدد عدد النواتج الممكنة .



....

....

....

....

اختار جاسم الأرقام التالية : ١ ، ٢ ، ٣
ارسم مخطّط الشجرة البيانية لتبين كل الأعداد المؤلفة من رقمين مختلفين التي تختارها من بين هذه الأرقام .

....

....

تدرّب

يمكنك أن تختار شطيرة من بين ثلاثة أنواع من الشطائر (دجاج ، لحم ، سمك) للغداء ، وعصيرًا من بين ثلاثة أنواع من العصير (برتقال ، مانجو ، فراولة) .

اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد عدد الطرائق الممكنة التي يمكن أن تحصل عليها .

ف = ...

....

....

صندوق فيه ثلاث كرات ألوانها هي : الأحمر (ح) ، البرتقالي (ب) ، الأزرق (ز) .
إذا سحبت من الصندوق كرة عشوائيًّا ثم أعدتها ، وسحبت كرة مرة أخرى عشوائيًّا .

١ أكمل لكتابة فضاء العينة (ف) .

الكرة	ح	ب	ز
ح	(ح ، ح)	(........ ، ....)	(........ ، ....)
ب	(........ ، ....)	(........ ، ....)	(ب ، ز)
ز	(........ ، ....)	(........ ، ....)	(........ ، ....)

٢ أي الأحداث التالية (مؤكد - مستحيل - بسيط - مركب) ؟

أ سحبت كرتين الأولى حمراء والأخرى برتقالية اللون . ...

ب سحبت كرة حمراء اللون وكرة حمراء . ...

جـ سحبت كرة برتقالية اللون وكرة صفراء . ...

د سحبت كرتين من اللون نفسه . ...

هـ سحبت كرة حمراء اللون وكرة سوداء اللون . ...

إنَّ احتمال وقوع حدث ما يقارن عدد الطرائق التي يمكن أن يقع فيها هذا الحدث بعدد النواتج الممكنة بحيث يعبر عن الاحتمال بكسر اعتيادي كالتالي :

احتمال وقوع (حدث أ) = $\dfrac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة ف}}$ ⟸ ل (أ) = $\dfrac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$

يرمز لاحتمال وقوع (حدث) بالرمز ل (حدث) .

لاحظ أنَّ :

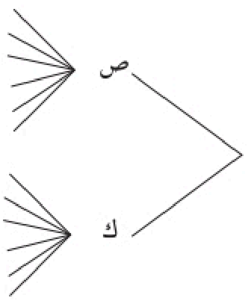
(١) احتمال فضاء العينة (الحدث المؤكد) = ١ أي أنّ ل (ف) = ١

(٢) احتمال الحدث المستحيل = صفر أي أنّ ل (∅) = ٠

تدرّب

إذا تم رمي قطعة نقود معدنية وحجر نرد معًا مرة واحدة .

أ أكمل مخطط الشجرة واكتب فضاء العينة .



ف= ....

....

....

ب نفرض أن ج حدث ظهور صورة وعدد زوجي .

ج ={ (.......... ، ....) ، (.......... ، ....) ، (.......... ، ....) }

عدد عناصر ج = ... ، عدد عناصر ف= .... ،

∴ احتمال ظهور صورة و عدد زوجي = $\dfrac{\text{عدد عناصر ج}}{\text{عدد عناصر ف}}$ = ...

تدرّب

صندوق فيه ٩ كرات متماثلة تمامًا مرقمة من ١ إلى ٩ . سحبت كرة عشوائيًّا من الصندوق . أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

١ أ « ظهور عدد أصغر من ٤ » .

....

٢ ب « ظهور عدد فردي » .

....

٣ جـ « ظهور عدد أصغر من ٤ أو ظهور عدد فردي » .

....

أ/ أحمد جمال عزمي

في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ، وملاحظة العدد الظاهر على وجهه .
أوجد احتمال كل من الأحداث التالية :

أ ظهور عدد زوجي ....

ب ظهور عدد أولي ....

جـ ظهور عدد أكبر من ٧ ....

د ظهور عدد أصغر من ٦ ....

ثلاث بطاقات مرقمة بالأرقام ١ ، ٤ ، ٧ في كيس ورقي ، سحبت بطاقة واحدة بطريقة عشوائية ثم أعيدت وسحبت بطاقة مرة أخرى .

أ اكتب فضاء العينة .

....

....

ب اكتب حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية .

....

....

جـ احتمال حدث ظهور عدد أولي في السحبة الأولى وعدد زوجي في السحبة الثانية .

....

....

ألقى سامي حجر نرد منتظمًا رميتين متتاليتين ، أوجد احتمال ظهور العدد ٦ في الرمية الأولى والعدد ١ في الرمية الثانية .

....

....

في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين . أوجد احتمال كل من الأحداث التالية .

أ ﺃ « ظهور صورة في الرمية الأولى » .

....

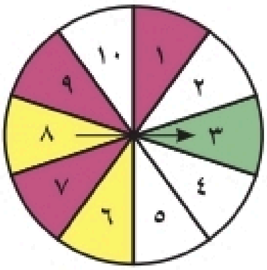
ب ب « ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

....

جـ جـ « ظهور صورة في الرمية الأولى أو ظهور كتابة في الرمية الثانية » .

....

عند تدوير القرص المجاور مرة واحدة . أوجد احتمال وقوف المؤشر عند كل من :



أ احتمال الحصول على (الرقم ١ أو أصغر من ٨) .

....

....

....

ب احتمال الحصول على (قطاع أصفر أو قطاع أبيض) .

....

....

جـ احتمال الحصول على (قطاع أحمر أو عدد فردي) .

....

....

د احتمال الحصول على (مضاعف للعدد ٢ أو عدد يقبل القسمة على ٤) .

....

....

هـ احتمال الحصول على (عدد أولي أو قطاع أبيض) .

....

....

....