

الصف الحادي عشر الذي الفصل الدراسي الثاني

الإحصاء

→ تلخص كتاب الطالب
→ إجابات "حاول أن تحل"

نسخة معدلة
تم تعديل إجابة حركتي
رقم ٤ ص ١٨
تعديل البنية الذرية

إعداد:

هالة لبيب

H.L.

٢٠٢٢ - ٢٠٢٣

٤-١ الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى

H.L.

ومخطط المندوع ذي العارفتين

* الوسيط: =

(أ) إذا كان عدد القيم (ن) فردياً :-
لترتيب الوسيط $\leftarrow \frac{ن + ١}{٢}$ * الوسيط رمزه: r

(ب) إذا كان عدد القيم (ن) زوجياً :-

لترتيب الوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين $\frac{ن}{٢}$ و $\frac{ن}{٢} + ١$
(مجموع القيمتين وتقسيم على ٢)

* الربع الأدنى والربع الأعلى: =

* بعد ترتيب البيانات تصاعدياً: =

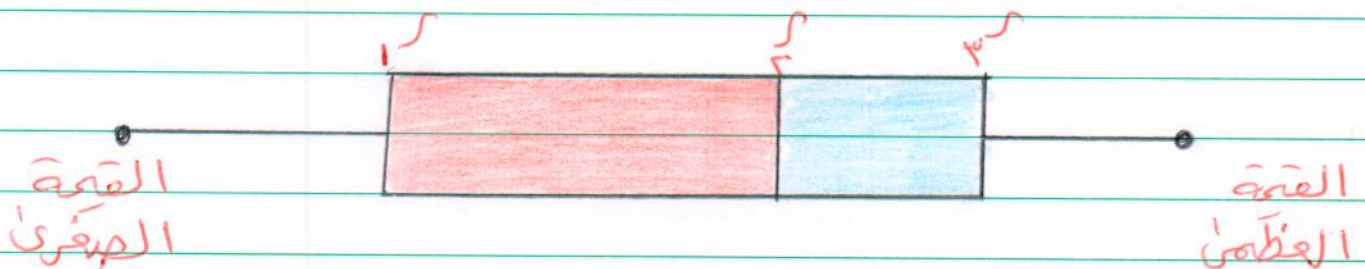
الربع الأدنى: هو وسيط النصف الأدنى من قيم البيانات ورمزه: r

الربع الأعلى: هو وسيط النصف الأعلى من قيم البيانات ورمزه: r

* مخطط المندوع ذي العارفتين: =

هو مخطط يتم عليه تمثيل محل الأعداد الخمسة وهي :-

القيمة الصغرى (١)، الربع الأدنى (٢)، الوسيط (٣)، الربع الأعلى (٤)، القيمة العظمى (٥)



الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات موزعة على فئات

H.L.

الوسيط (r₂) =

$$\frac{\frac{n}{2} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

الربيع الأدنى (r₁) =

$$\frac{\frac{n}{2} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \times \text{طول الفئة}$$

الربيع الأعلى (r₃) =

$$\frac{\frac{3n}{4} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

H.L.

حاول أن نقل هبة رقم (3)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأدنى للفئة	التكرار المجمع الصاعد
-	4	أقل من 10 ← الفئة الثانية	4
-10	7	أقل من 30	11
-30	6	أقل من 40	17
-40	3	أقل من 60 ← 10 + 40	20
المجموع	20		

مجموع التكرارات $N = 20$

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

فئة الوسيط هي : $[10 - 30]$

الحد الأدنى لفئة الوسيط = 10

التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = 4

التكرار الأصلي لفئة الوسيط = 7

طول الفئة = 10 $(10 = 30 - 10)$

الوسيط $(r) =$

الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{10 - \text{التكرار المجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$

$$r = 10 + \frac{4 - 10}{7} \times 10$$

(5)

= 27, 80

H.L.

حارل أن تحل صلا رتم ٤

الفئة	التكرار	أقل من الأدنى للفئة	التكرار المطبق مع الصاعد
0-	9	أقل من 10	9
10-	7	أقل من 15	10
15-	8	أقل من 20	23
20-	5	أقل من 25	28
25-	4	أقل من 30	32
المجموع	32		

مجموع التكرارات $N = 32$

ترتيب الربع الأدنى (م) $h = \frac{32}{4} = 8$

فئة الربع الأدنى هي: [10 6 5] الأدنى الأدنى لفئة الربع الأدنى = 0

التكرار الأصلي لفئة الربع الأدنى = 9 طول الفئة = 5 ($0 = 10 - 15$)
التكرار المطبق مع الصاعد لفئة الربع الأدنى = 0

الربع الأدنى (م) =

الأدنى الأدنى لفئة الربع الأدنى + $\frac{N}{4} -$ التكرار المطبق مع الصاعد لفئة الربع الأدنى \times طول الفئة
التكرار الأصلي لفئة الربع الأدنى

$$م_1 = 0 + \frac{0 - 8}{9} \times 5 = 9 \frac{4}{9} \text{ أو } م_1 = 9.44$$

ترتيب الربع الأعلى (م) $h = \frac{32}{4} = 8$

فئة الربع الأعلى = [20 6 4] الأدنى الأدنى لفئة الربع الأعلى = 20

التكرار الأصلي لفئة الربع الأعلى = 5 طول الفئة = 0

التكرار المطبق مع الصاعد لفئة الربع الأعلى = 23

الربع الأعلى (م) =

الأدنى الأدنى لفئة الربع الأعلى + $\frac{N}{4} -$ التكرار المطبق مع الصاعد لفئة الربع الأعلى \times طول الفئة
التكرار الأصلي لفئة الربع الأعلى

$$م_2 = 20 + \frac{23 - 20}{5} \times 0 = 21$$

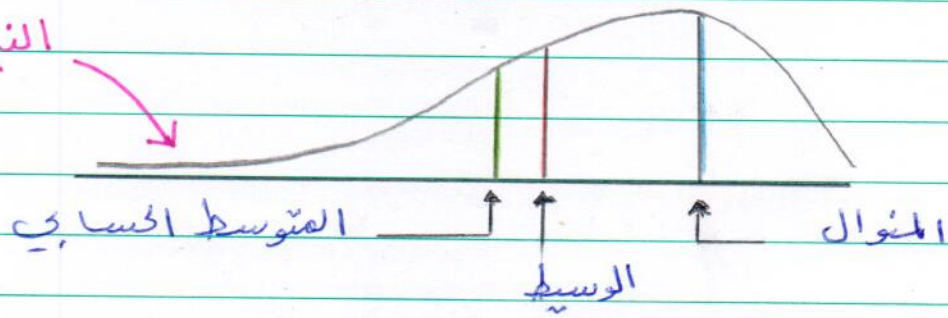
(٦)

الالتواء

١١/١٢

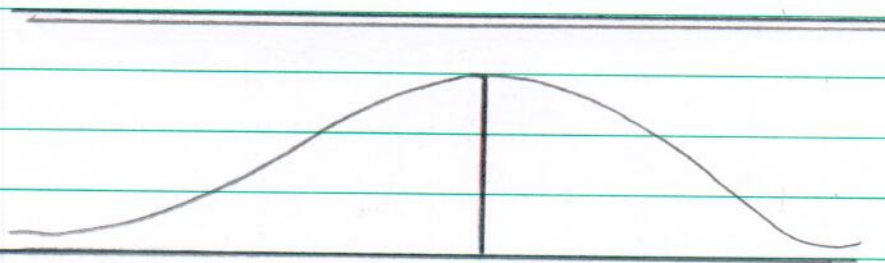
الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء :-

الذيل جهة اليسار



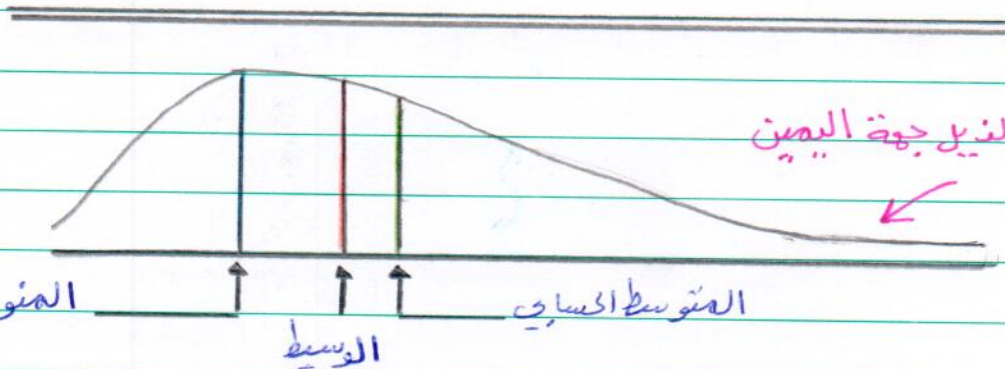
١

المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي
الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)



٢

الوسيط = المتوسط الحسابي = المنوال
المختن التكراري متماثل
لا وجود للالتواء



الذيل جهة اليمين

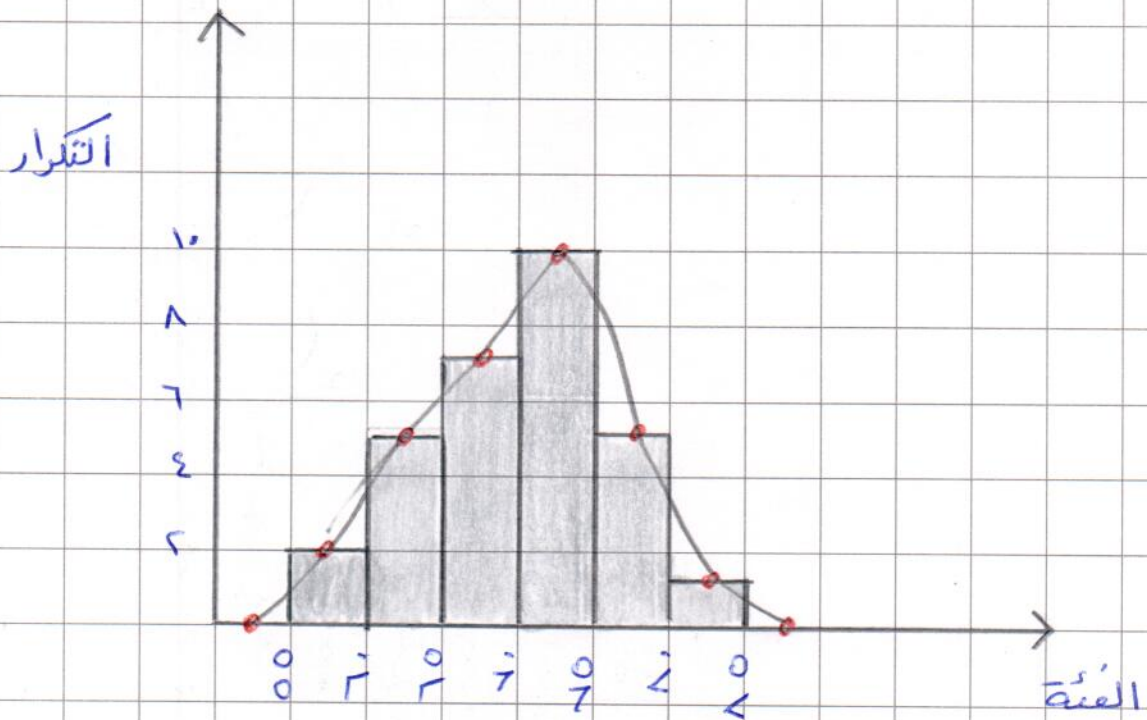
٣

المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي
الالتواء إلى اليمين (الالتواء الموجب)

- ملحوظة: ① التواء سالب ← المنوال هو أكبر قيمة.
② الالتواء موجب ← المنوال هو أصغر قيمة.
③ الوسيط ← قيمته دائماً في المنتصف.

(١١)

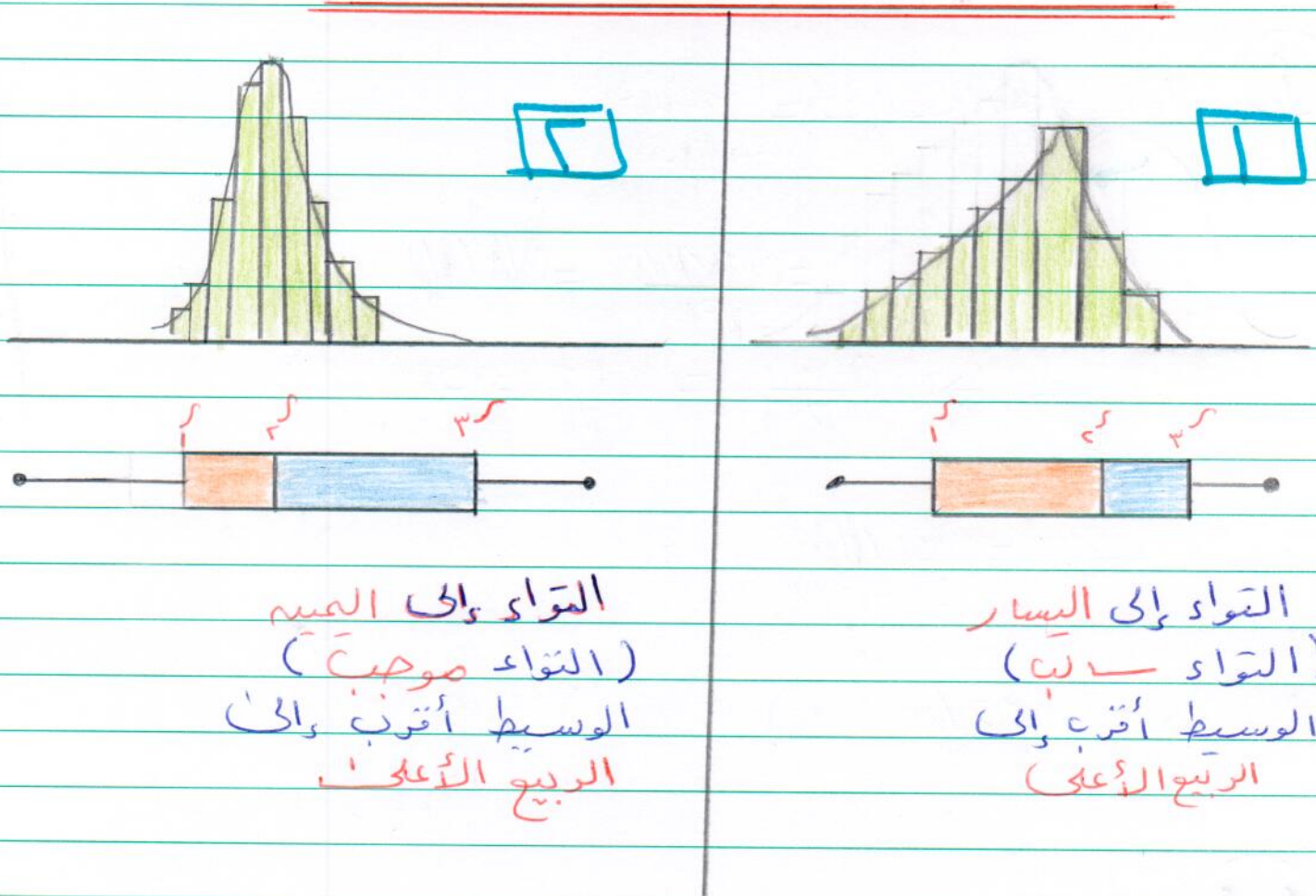
حارل أن قل صنف رتار ١



* الالتواء إلى اليسار (التواء سالب)

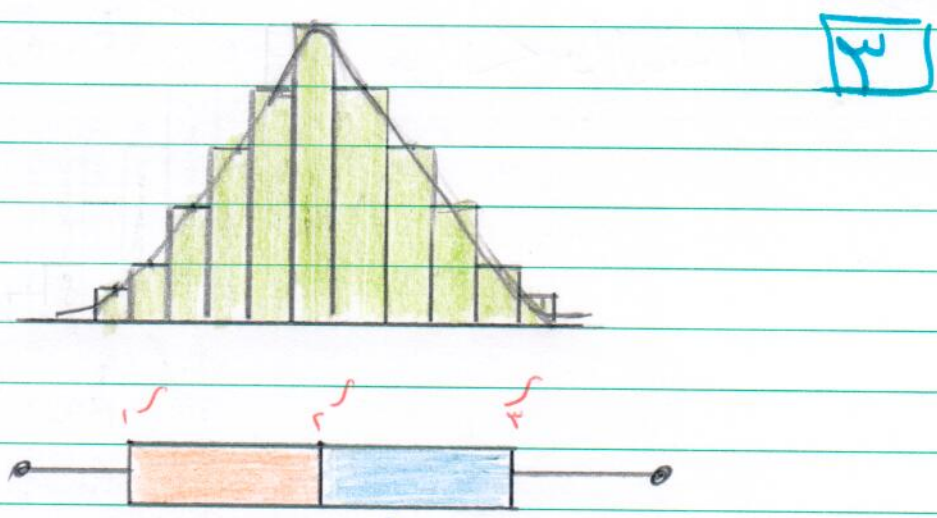
العلاقة بين الالتواء وخط المندوع ذي العارضتين

H.L.



التواء إلى اليسار
(التواء موجب)
الوسيط أقرب إلى
الربيع الأعلى

التواء إلى اليمين
(التواء سالب)
الوسيط أقرب إلى
الربيع الأعلى



متماثل
يقع الوسيط في المنتصف
بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى

H.L.

حاول أن تحل هك رقم ٣

(أ)

ترتيب البيانات تصاعدياً:

61.96 106.98 69.6 69.6 68.6 68.6 67.9 67.6 67.2 67.6 67.2 60.9 60.5 64.8 62.0
12.5 61.1 61.2

عدد القيم (ن) = 19 (فردية)

$$\text{ترتيب الوسيط} \leftarrow \frac{1+n}{2} = \frac{1+19}{2} = 10$$

∴ الوسيط (م) = 10

نصف مجموعة البيانات الأدنى عددها = 9 (فردية)

$$\text{ترتيب الربع الأدنى} \leftarrow \frac{1+n}{2} = \frac{1+9}{2} = 5$$

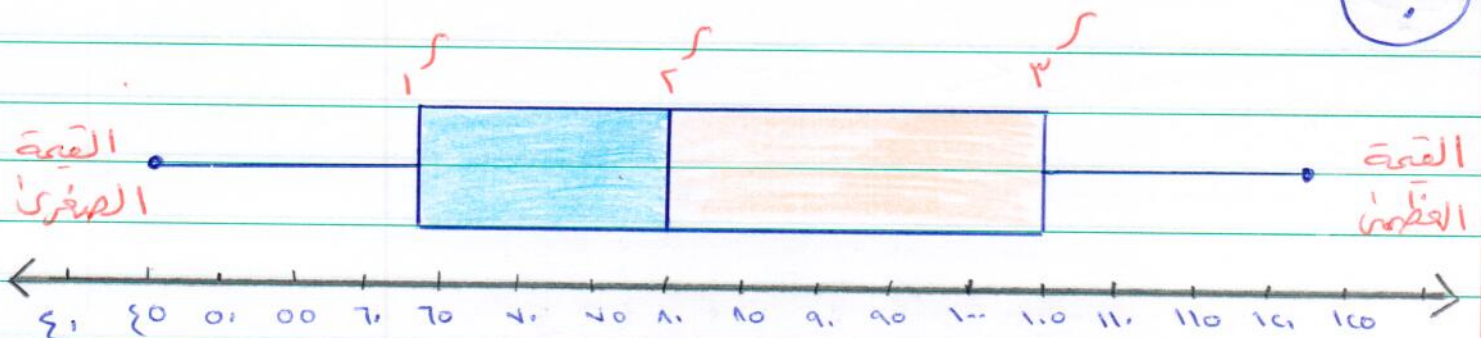
∴ الربع الأدنى = 7.4

نصف مجموعة البيانات الأعلى عددها = 9 (فردية)

$$\text{ترتيب الربع الأعلى} \leftarrow \frac{1+n}{2} = \frac{1+9}{2} = 5$$

∴ الربع الأعلى = 10.0

(ب)



(ج) الوسيط أقرب إلى الربع الأدنى

∴ يوجد التواء إلى اليمين (التواء موجب)

(١٠)

H. A.

مقاييس التشتت

* المدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

* نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$

فئات



$$\text{البَيَاض} = \frac{\sum (s_i - \bar{s})^2}{\sum s_i}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{البَيَاض}}$$

مجموعة من القيم



$$\text{البَيَاض} = \frac{\sum (s_i - \bar{s})^2}{n}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{البَيَاض}}$$

حيث:

$n \leftarrow$ عدد القيم

$\bar{s} \leftarrow$ المتوسط الحسابي

$s \leftarrow$ المتغير

$\sum \leftarrow$ عدد تكرار المتغير s

(III)

H.L.

حاول أن تحل صف رقم ①

ترتيب البيانات تصاعدياً : =

١٧ ١٦ ١٥ ١٣ ١٢ ١١ ٩ ٨ ٧

① المدي = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

$$17 - 7 = 10$$

عدد القيم (ن) = 9

$$\text{ترتيب الوسيط} \leftarrow \frac{1+n}{2} = \frac{1+9}{2} = 5$$

∴ الوسيط = 12

$$\text{الربيع الأدنى} = \frac{9+8}{2} = 8,5$$

$$\text{الربيع الأعلى} = \frac{16+17}{2} = 16,5$$

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$$

$$4,0 = \frac{16,5 - 8,5}{2}$$

$$\text{ب) } \bar{x} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}} = \frac{108}{9} = 12$$

$$\text{البقايا} = \sum (x - \bar{x})$$

$$= \frac{102}{9}$$

$$= 11,33$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$= \sqrt{11,33}$$

$$= 3,36$$

(١٢)

س	س - س	س - س
٧	٥ -	٩٥
٨	٤ -	١٦
٩	٣ -	٩
١١	١ -	١
١٢	٠	٠
١٣	١	١
١٥	٣	٩
١٦	٤	١٦
١٧	٥	٩٥
مجموع = ١٠٢		

حاول أن تحل صك رقم ٢

الفئة	مركز الفئة	التردد	س. م. م. م.	س. م. م. م.	(س. م. م. م.) x س. م. م. م.
٠ -	٩,٥	١٩	٤٧,٥	١١,٥	٢٥١٢,٥
٠ -	٧,٥	٢٠	٢٢٥	٦,٥	١٢٦٧,٥
١ -	١٥,٥	٤٧	٥٨٧,٥	١,٥	١٠,٥
١ -	١٧,٥	٢٨	٤٩٠	٣,٥	١٢,٥
١ -	٢٢,٥	٢٠	٤٥٠	٨,٥	١٤٤٥
١ -	٢٧,٥	١٦	٤٤٠	١٣,٥	٢٩١٦
المجموع	١٦٠	٢٢٤٠			٨٥٩٠

14.4

$$\frac{\sum \text{س. م. م. م.}}{\sum \text{س. م. م. م.}} = \text{المتوسط الحسابي س. م. م. م.}$$

$$14 = \frac{2240}{160} =$$

$$\frac{\sum (س. م. م. م.) \times س. م. م. م.}{\sum \text{س. م. م. م.}} = \text{المتباينة ع. م. م. م.}$$

$$53,687 = \frac{8090}{160} =$$

$$\sqrt{\text{الانحراف المعياري ع. م. م. م.}} =$$

$$53,687 \sqrt{=} =$$

$$7,32 =$$

(13)

هو توزيع البيانات بشكل متماثل حول المتوسط الحسابي،
ويشكل التكرار الذي يمثل هذه البيانات له الخصائص التالية:

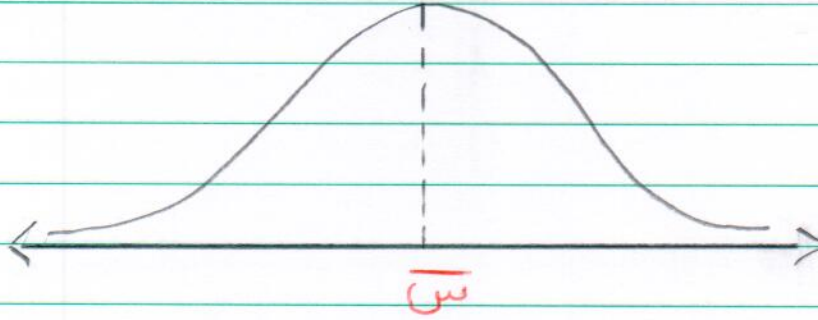
① المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.

② المتوسط الحسابي = الوسط = المنوال

③ اثنان الطرفيين تدريجياً ويمتدان إلى ما لا نهاية

(لا يلتقيان مع المحور الأفقي أبداً)

H.L.



* القاعدة التجريبية :-

* تستخدم لدراسة الجودة في مواقع إحصائية متعددة ذات قيم مفردة عددها n

$n < 30$ عدد القيم دائماً أكبر من 30

نص القاعدة التجريبية على :-

* حوالي 68% من قيم البيانات تقع على الفترة: $[x̄ - s, x̄ + s]$

* حوالي 95% من قيم البيانات تقع على الفترة: $[x̄ - 2s, x̄ + 2s]$

* حوالي 99% من قيم البيانات تقع على الفترة: $[x̄ - 3s, x̄ + 3s]$

حيث: $x̄$ ← المتوسط الحسابي

s ← الانحراف المعياري

H.L.

حارل ان قل مره رقم ٣

١) باستخدام القاعدة القريبية :

$$\bar{S} = 475$$

$$\sigma = 110$$

١) حواي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{S} - \sigma, \bar{S} + \sigma] = [475 - 110, 475 + 110]$$

$$= [365, 585]$$

٢) حواي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{S} - 2\sigma, \bar{S} + 2\sigma] = [475 - 220, 475 + 220]$$

$$= [255, 695]$$

٣) حواي ٩٩٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[\bar{S} - 3\sigma, \bar{S} + 3\sigma] = [475 - 330, 475 + 330]$$

$$= [145, 805]$$

ب) نلاحظ أن المبلغ ٧٥ دينار يقع في الفترة الأخيرة

$$[145, 805] \text{ والتي تناظر } 99\% \text{ لذلك}$$

من المتوقع أنه تكون أرباح الشركة قد وصلت إلى

المبلغ ٧٥ دينار

حاول أن تحل ص٣٣، تم ٦

المدينة (أ)
(خالد)

$$س_1 = 180$$

$$س_2 = 174$$

$$س_3 = 12$$

القيمة المعيارية لطول خالد في المدينة أ :

$$z = \frac{س - س_1}{س_3}$$

$$= \frac{174 - 180}{12}$$

$$= -0.5$$

المدينة (ب)
(صالح)

$$س_1 = 172$$

$$س_2 = 170$$

$$س_3 = 10$$

القيمة المعيارية لطول صالح في المدينة ب :

$$z = \frac{س - س_1}{س_3}$$

$$= \frac{170 - 172}{10}$$

$$= -0.2$$

$$-0.5 < -0.2$$

أكبر

القيمة المعيارية لطول خالد في المدينة (أ) أكبر من القيمة المعيارية لطول صالح في المدينة (ب)

∴ طول خالد أفضل من طول صالح مقارنةً مع أطوال الرجال في كل مدينة.

H.L.

المبدأ الأساسي للعد

9-1-1

حاول أن تحل هذ رقم ٢

لا يشكر

حسب المبدأ الأساسي للعد :

المرحلة الأولى : اختيار الحرف

المرحلة الثانية : اختيار رقم الآحاد

المرحلة الثالثة : اختيار رقم العشرات

المرحلة الرابعة : اختيار رقم المئات

عدد طرائق المرحلة الأولى = ٢٨

عدد طرائق المرحلة الثانية = ٦

عدد طرائق المرحلة الثالثة = ٥

عدد طرائق المرحلة الرابعة = ٤

عدد الطرائق = $٤ \times ٥ \times ٦ \times ٢٨$

= ٣٣٦٠ طريقة

الحرف	آحاد	عشرات	مئات

لوحة السيارة

حل آخر :-

عدد طرائق اختيار

الحرف

٢٨

عدد طرائق اختيار

رقم الآحاد

٦

عدد طرائق اختيار

رقم العشرات

٥

عدد طرائق اختيار

رقم المئات

٤

عدد الطرائق = $٤ \times ٥ \times ٦ \times ٢٨$

= ٣٣٦٠ طريقة

(٢٠)

مضروب العدد

H.L.

مضروب العدد $n \leftarrow$

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$n \leftarrow$ دائماً عدد صحيح موجب

$$n! = n \times (n-1) \times \dots \times 1$$

$$1! = 1 \leftarrow$$

$$1! = 1$$

حاصل ان نقل مراتب رقم

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 7! \quad (1)$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = \frac{10!}{8!} \quad (2)$$

$$90 = \frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} \quad \text{حل آخر} \leftarrow$$

$$\frac{10!}{8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 10 \times 9 = 90 \quad (3)$$

(٢٢)

$$90 = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 10 \times 9 = 90$$

11.4.5

التباديل

1-1-5

* التبدیل هو وضع العناصر وفق ترتيب محدد .

* عدد تباديل ن عدد الأشياء هو ن!

حاول أن نقل صف رقم 5

المرحلة الأولى : اختيار الحرف الأول ويتم بـ 4 طرق
المرحلة الثانية : اختيار الحرف الثاني ويتم بـ 3 طرق
المرحلة الثالثة : اختيار الحرف الثالث ويتم بـ 2 طريقة
عدد الكلمات الممكنة تكون $4 \times 3 \times 2 = 24$ كلمة

حل آخر: $\frac{4!}{1!} = 24$ عدد الكلمات

$24 =$ عدد الكلمات

ن لـ $\frac{n!}{(n-r)!}$

حاول أن نقل صف رقم 7

أ) $\frac{7!}{1!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

ب) $\frac{7!}{1!} + \frac{7!}{2!} = 5040 + 1260 = 6300$

$6300 = 1260 + 5040 = \frac{7!}{2!} + \frac{7!}{1!}$

ج) $\frac{7!}{1!} - \frac{7!}{2!} = 5040 - 1260 = 3780$

(22)

التوافيق

١١.٤.٠

* الترتيب غير مهم
* رمز التوافيق (ن) أو نفا

قانون التوافيق:-

$$\frac{ن!}{ر!} = \frac{نفا}{ر!} \quad \text{أو} \quad \frac{ن!}{(ن-ر)!} = نفا$$

ملاحظات:-

$$\begin{aligned} &\leftarrow 1 = 1 \text{ نفا} \\ &\leftarrow 1 = 1 \text{ نفا} \\ &\leftarrow 1 = 1 \text{ نفا} \\ &\leftarrow 1 = 1 \text{ نفا} \end{aligned}$$

حامل أن نحل ص ٨ رقم ٨

في الترتيب غير مهم

$$\begin{aligned} &\frac{12!}{8!} = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = 35 \\ &\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 35 \\ &35 = 490 \text{ طريقة} \end{aligned}$$

(٤٤)

٥-٢-ب نظرية ذات الحدين

← الأعداد في مثلث باسكال هي معاملات مقلوك ذات الحدين.

خواص نظرية ذات الحدين =

① مقلوك $(A+B)^n$ يتكوّن من $n+1$ حدًا.

② الحد الأول في المقلوك دائماً A^n ثم ينقص أس العدر P في الدور التالية بمقدار ١ على التوالي.

③ يبدأ العدر B في الظهور في الحد الثاني، ثم يزيد أس العدر B بمقدار ١ على التوالي.

④ الحد الأخير في المقلوك دائماً B^n .

⑤ مجموع أسّي العدر P والعدد B في أي حد يكون ثابتاً ويساوي n .

⑥ يتساوى معامل كل حدين لهما نفس البعد عن الأول والآخر.

أي أن:

معامل الحد الأول = معامل الحد الأخير
معامل الحد الثاني = معامل الحد قبل الأخير

⑦ الحد الذي ترتيبه $r+1$ يمثله بالرمز C_{r+1}^n

$$C_{r+1}^n = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

H.L.

H.L.

حاول أن تحل ص ٦٧ رقم ٥

(س + ص) = ٧

$$\begin{aligned} \text{ن} = \text{ص} \quad \text{و} \quad \text{س} = \text{پ} \quad \text{و} \quad \text{ب} = \text{ص} \\ \text{ر} = ١ \quad \text{و} \quad \text{ر} = ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ن} - \text{ن} - \text{ر} - \text{ب} &= \text{س} \\ \text{ن} - \text{ن} - \text{ر} - \text{ب} &= \text{س} \end{aligned}$$

$$\text{ن} - \text{ن} - \text{ر} - \text{ب} = \text{س}$$

$$\text{ن} - \text{ن} - \text{ر} - \text{ب} = \text{س}$$

$$\text{ن} - \text{ن} - \text{ر} - \text{ب} = \text{س}$$

(٣٠)

الإحتمال

٢-٢-٥

١١/٤

* التجربة العشوائية وفضاء العينة

التجربة العشوائية :-

هي تجربة تحقق الشروط التالية :-

- ① جميع النتائج الممكنة للتجربة تكون معلومة قبل إجرائها .
- ② لا يمكن توقع نتيجة التجربة بشكل مؤكد قبل إجرائها .
- ③ يمكن حساب فرصة ظهور كل نتيجة قبل إجراء التجربة

فضاء العينة :-

هو جميع النتائج الممكنة للتجربة

فضاء العينة ← رمزه **ف**
 عدد عناصر فضاء العينة ← رمزه **ن (ف)**

النتائج :-

هو أي نتيجة من نتائج التجربة العشوائية
 له هو عنصر واحد من عناصر فضاء العينة .

① حاد أن محل ص٦٩ م٣ ①

فضاء العينة ف = { (٦٦١) (٧٦١) (٨٦١) (٩٦١) (١٠٦١) }
 (٦٦٢) (٧٦٢) (٨٦٢) (٩٦٢) (١٠٦٢)
 (٦٦٣) (٧٦٣) (٨٦٣) (٩٦٣) (١٠٦٣)
 (٦٦٤) (٧٦٤) (٨٦٤) (٩٦٤) (١٠٦٤)
 (٦٦٥) (٧٦٥) (٨٦٥) (٩٦٥) (١٠٦٥)

ب) عدد النتائج الممكنة = ٥×٥

= ٢٥

(٣٢)

الكيس الأول

٥٤٤٥٢٦٥١

٥

الكيس الثاني

١٢٩٢٨٢٧٦٦

٥

* الحدث ١ :-

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ،
وقد يساوي فضاء العينة .

H.L.

* أنواع الحدث :-

① الحدث البسيط :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ω وتحتوي على عنصر واحد فقط .

② الحدث المركب :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ω وتحتوي على أكثر من عنصر .

③ الحدث المستحيل :

هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ω
ويُرمز له بالرمز \emptyset أو $\{\}$
فأي

④ الحدث المؤكد :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ω ويساوي ω
له نفس عناصر ω

حاول أن تحل ص ٦ ، رقم ٥

$\omega = \{ (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك) \}$

$\{ (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ك، ك، ك)، (ص، ك، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ص، ص) \}$

أ) الحدث ٢ = $\{ (ص، ص، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)، (ص، ك، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ص، ص) \}$

له ظهور كتابتين ص و ك

ب) الحدث ٣ = $\{ (ص، ص، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)، (ص، ك، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ص، ص) \}$

$\{ (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ك، ك، ك)، (ص، ك، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ص، ص) \}$

(٣٣)

له ظهور كتابة واحدة على الأقل
له واحدة أو أكثر

تعيين احتمالات الأحداث

ب-٣-٥

H.L.

$$\text{احتمال وقوع الحدث } P = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } P}{\text{عدد نواتج فضاء العينة (ف)}}$$

$$\text{أي أن: } \frac{L(P)}{N(F)} = \frac{N(P)}{N(F)}$$

خواص الاحتمال لحدث ما:

إذا كان P حدث في فضاء العينة (ف)

P حدث متباعد وغير خالي، فإن:

- ① $0 \leq L(P) \leq 1$ ← لا يمكن أن يكون الاحتمال أقل من صفر أو أكبر من ١.
- ② إذا كان $P = \emptyset$ ← فإن احتمال الحدث $P = 0$ ← حدث مستحيل.
- ③ إذا كان $P = F$ (عناصر P = عناصر F) فإن $L(P) = 1$ ← حدث مؤكد.

حاول أن تحل ص ٧١، رقم ③ ← معلوم

$$\begin{aligned} \text{عدد نواتج الحدث } P &= 7 + 8 = 14 \\ \text{عدد نواتج فضاء العينة } F &= 16 + 7 + 6 + 4 + 10 + 8 + 3 = 54 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{L(P)}{N(F)} = \frac{N(P)}{N(F)} = \frac{14}{54} = \frac{7}{27}$$

حاول أن تحل ص ٧٢، رقم ④

$$\begin{aligned} \text{عدد نواتج الحدث } P &= 1 \times 2 \times 3 \times 2 \times 0 \times 6 \times 7 = 0.40 \\ \text{عدد نواتج فضاء العينة } N(F) &= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 823543 \end{aligned}$$

$$\frac{70}{117649} = \frac{0.40}{823543} = \frac{N(P)}{N(F)} = \frac{L(P)}{N(F)}$$

(٢٤)

H.B.

٥-٣-٢٠

الأحداث المتنافية :-

- ① تكون من نفس فضاء العينة.
- ② لا توجد بينها نواتج مشتركة.
- ③ تسمى أيضاً الأحداث المنفصلة.

إذا كان P و Q حدثان متنافيان فإن: $P \cap Q = \emptyset$
لأن لا توجد نواتج مشتركة

إذا كان $P \cap Q \neq \emptyset$
فـ P و Q حدثان غير متنافيين.

قاعدة الإضافة للأحداث المتنافية :

① إذا كان P و Q حدثين في فضاء العينة فإن

$$L(P \cup Q) = L(P) + L(Q) - L(P \cap Q)$$

② إذا كان P و Q حدثين متنافيين في فضاء العينة فإن:

$$L(P \cap Q) = 0$$

$$L(P \cup Q) = L(P) + L(Q)$$

ملاحظات :

← $L(P \cup Q)$ ← احتمال حدوث الحدث P أو الحدث Q

← $L(P \cap Q)$ ← احتمال حدوث الحدث P و الحدث Q

حاصل أن تحل مسألة رقم ٥

ف = {١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦} \Leftarrow ن (ف) = ٦ \Leftarrow ٦ نواتج

نقضي أن الحدث ٢: "الحصول على عدد أصغر من ٢"

\therefore ٢ = {١} \Leftarrow ن (٢) = ١ \Leftarrow ناتج واحد

$$ل(٢) = \frac{ن(٢)}{ن(ف)} = \frac{١}{٦}$$

نقضي أن الحدث ٣: "الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٣"

\therefore ٣ = {٢ ٣ ٤} \Leftarrow ن (٣) = ٣ \Leftarrow ناتجين اثنين

$$ل(٣) = \frac{ن(٣)}{ن(ف)} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$٢ \cap ٣ = \{٢\}$
 \Leftarrow لا توجد نواتج مشتركة.

\therefore ٢ و ٣ حدثان متنافيان \Leftarrow ل(٢ و ٣) = ٠

$$\therefore ل(٢ \cup ٣) = ل(٢) + ل(٣)$$

$$\frac{١}{٦} + \frac{١}{٣} =$$

$$\frac{١}{٢} =$$

(٢٦)

١١.٤.

متمم الحدث: \bar{P} (متمم الحدث P)
 * هو مجموعة كل نواتج فضاء العينة
 وغير الموجودة في الحدث P

* $\bar{P} \in P$ معاً يشكلان فضاء العينة كاملاً

$$* \bar{P} \cup P = \bar{F}$$

$$* \emptyset = \bar{P} \cap P$$

$$* J(\bar{P} \cup P) = J(\bar{F}) = 1$$

* الحدثان \bar{P} و P متتامان

* الحدثان \bar{P} و P حدثان منفصلان

$$* J(\bar{P}) + J(P) = J(\bar{P} \cup P)$$

$$1 =$$

قاعدة الحدث المتمم:

$$J(\bar{P}) = 1 - J(P)$$

لـ احتمال حدوث P

لـ احتمال عدم حدوث P

(٣٧)

H.L.

حاول أن تحل صفت رقم ٦

قأ = { (١٦١) ٦ (٢٦١) ٦ (٣٦١) ٦ (٤٦١) ٦ (٥٦١) ٦ (٦٦١) ٦
 (١٦٢) ٦ (٢٦٢) ٦ (٣٦٢) ٦ (٤٦٢) ٦ (٥٦٢) ٦ (٦٦٢) ٦
 (١٦٣) ٦ (٢٦٣) ٦ (٣٦٣) ٦ (٤٦٣) ٦ (٥٦٣) ٦ (٦٦٣) ٦
 (١٦٤) ٦ (٢٦٤) ٦ (٣٦٤) ٦ (٤٦٤) ٦ (٥٦٤) ٦ (٦٦٤) ٦
 (١٦٥) ٦ (٢٦٥) ٦ (٣٦٥) ٦ (٤٦٥) ٦ (٥٦٥) ٦ (٦٦٥) ٦
 (١٦٦) ٦ (٢٦٦) ٦ (٣٦٦) ٦ (٤٦٦) ٦ (٥٦٦) ٦ (٦٦٦) } ٦

ن(قأ) = ٣٦

نُفرض أن الحدث P = "الحصول على عددٍ مختلفين"

$$\therefore \text{ن}(P) = ٣٠$$

$$\therefore \text{ل}(P) = \frac{\text{ن}(P)}{\text{ن(قأ)}} = \frac{٣٠}{٣٦} = \frac{٥}{٦}$$

حل آخر =

نُفرض أن الحدث B = "الحصول على عددين متشابهين"

$$\therefore \text{ن}(B) = ٦$$

$$\text{ل}(B) = \frac{\text{ن}(B)}{\text{ن(قأ)}} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

∴ احتمال الحصول على عددين مختلفين ← $\text{ل}(\overline{B})$

$$\therefore \text{ل}(\overline{B}) = ١ - \text{ل}(B)$$

$$= ١ - \frac{١}{٦}$$

$$= \frac{٥}{٦}$$

H.L.

(٣٨)

H.L.

* وقوع أحدهما ليس له تأثير على وقوع الآخر .

* احتمال وقوع الحدثين معاً هو :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

* احتمال اتحاد الحدثين المستقلين في احتمال حدث الأول أو الثاني

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حالة أن تحل مثال رقم ٧

نفرض أن الحدث P : "إصابة إبراهيم الهدف"

نفرض أن الحدث B : "إصابة يوسف الهدف"

بـ P ما ب حدثان مستقلان في وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر

بـ احتمال إصابة الهدف : في إبراهيم يصيب الهدف أو يوسف يصيب الهدف

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\boxed{\frac{3}{5}} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

احتمال عدم إصابة الهدف :

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

(٣٩)

$$\boxed{\frac{2}{5}} = 1 - \frac{3}{5} =$$

ملاحظات =

متهم الحدث P

$$J(\bar{P}) = 1 - J(P)$$

الحج عدم حدوث الحدث P
أو عدم وقوع الحدث P

$$J(P \cup B) = 1 - J(P \cap B)$$

الحج عدم وقوع الحدث P أو الحدث B

$$J(P \cap B) = 1 - J(P \cup B)$$

الحج عدم وقوع الحدث P و الحدث B

مع تمثيلي للجميع

بالنجاح

H.L.

(٤٠)