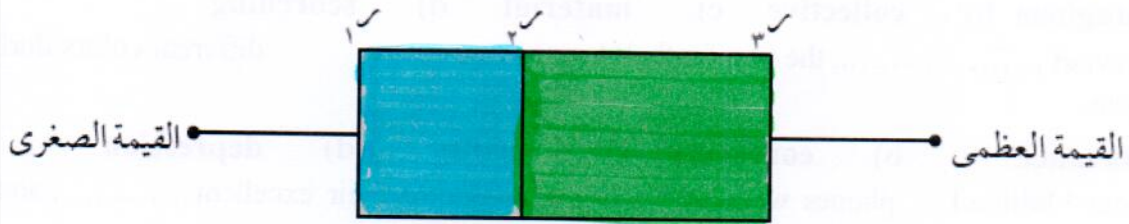


أمثلة الكتاب وحاول أن تحل



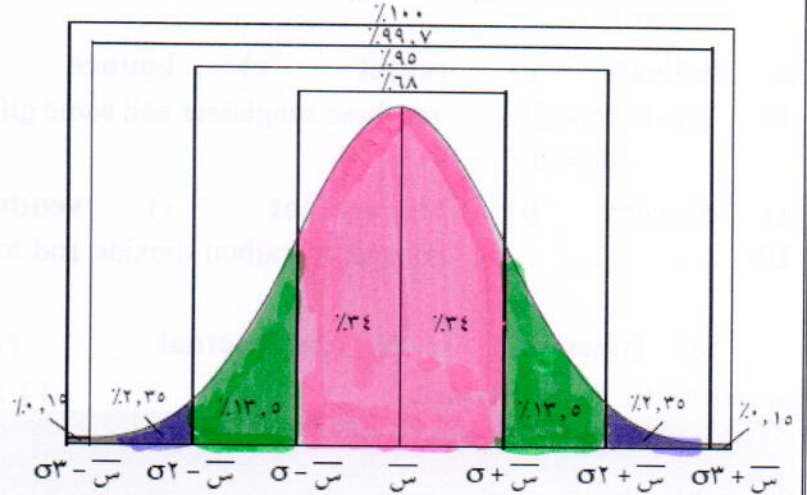
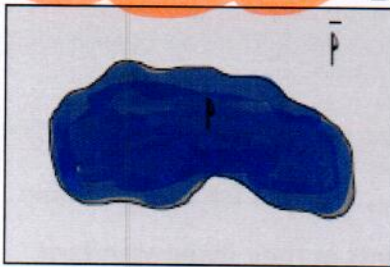
الإحصاء

الفصل الدراسي الثاني



العام الدراسي

٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ هـ



إعداد رئيس القسم :

أ. محمود حامد العلو

• المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



الوسيط = المتوسط الحسابي = المنوال
التمثيل (لا وجود لثلاثاء)

الموجه الفني: أ. حسن علي أكبر

مدير المدرسة: أ. صلاح عباس الناصر

البرقيات:-
هالة لبيب

أسم الطالب: ، الصف: ١١ /
٢٠٢٢ - ٢٠٢٣

H.O.L.

الكتاب الثاني

"مادة الإحصاء"

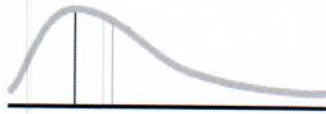
الوحدة الرابعة

وصف البيانات

Describing Data

الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء

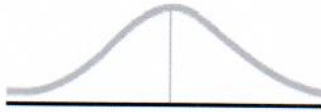
• المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي



المنوال
الوسيط
المتوسط الحسابي

الالتواء إلى اليمين (الالتواء الموجب)

• المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



المنوال
الوسيط
المتوسط الحسابي

التماثل (لا وجود للالتواء)

• المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



المنوال
الوسيط
المتوسط الحسابي

الالتواء إلى اليسار (الالتواء السالب)

رئيس القسم: محمود العلو

٤-٤ تطبيقات إحصائية	٣-٤ مقاييس التشتت وتطبيقاتها	٢-٤ الالتواء	١-٤ الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى ومخطط الصندوق ذو العارضتين
(٢-٤-٤) مقاييس النزعة المركزية	(٢-٣-٤) مقاييس التشتت	(٢-٢-٤) الالتواء وعلاقته بمقاييس النزعة المركزية	(٢-١-٤) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري
(٢-٤-٤) الوسيط	(٢-٣-٤) التوزيع الطبيعي	(٢-٢-٤) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي العارضتين	(٢-١-٤) الوسيط، الربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات موزعة على فئات
	(٢-٣-٤) القيمة المعيارية		

١١

الوحدة الرابعة (وصف البيانات)

تمارين (٤-١) وصف البيانات

تمارين (٤-١-أ) الوسط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول تكراري

مثال (١): يبين الجدول التكراري التالي : عدد البطاقات المباعة خلال الأسبوع الأول من عرض أحد الأفلام في إحدى عشر صالة عرض .

عدد البطاقات	٢٠٠	٣٠٠	٣٥٠	٤٠٠	٥٠٠	المجموع
التكرار (عدد الصالات)	٢	٢	٣	٢	٢	١١

المطلوب :

(١) رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً .

(٢) أوجد الوسط (٢) .

(٣) أوجد الربيع الأدنى (١)، والربيع الأعلى (٣) .

(٤) مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين .

١ ترتيب البيانات تصاعدياً :
٥٠٠ ٤٠٠ ٣٥٠ ٣٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠ ٢٠٠

٢ عدد البيانات = ١١ (فردي)

٣ ترتيب الوسط : $\frac{1+11}{2} = \frac{12}{2} = 6$

٤ الوسط (٢) = ٣٥٠

٥ الربيع الأدنى هو وسط نصف البيانات الأدنى (٥ بيانات)

ترتيب الربيع الأدنى = $\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

٦ الربيع الأدنى (١) = ٢٠٠

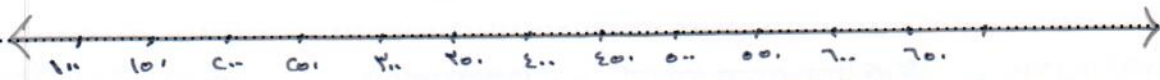
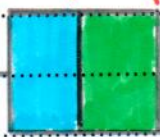
٧ الربيع الأعلى هو وسط نصف البيانات الأعلى (٥ بيانات)

ترتيب الربيع الأعلى = $\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

٨ الربيع الأعلى (٣) = ٣٥٠

٩

القيمة العظمى القيمة الصغرى





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م	١١ / ١
الموضوع		



حاول أن تحل (1) : يبين الجدول التكراري التالي معدل أجر الموظفين بالدينار الكويتي مقابل كل ساعة عمل في بعض

صفحة 14
الشركات :

معدل الأجر	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار (عدد الصالات)	٢	٢	٢	٣	٢	٢	١٣

المطلوب :

(١) رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً.

(٢) أوجد الوسيط (٢ر).

(٣) أوجد الربع الأدنى (١ر)، والربع الأعلى (٣ر).

(٤) مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

١ ترتيب البيانات تصاعدياً :

١٠ ٩ ٩ ٩ ٨ ٨ ٨ ٨ ٧ ٧ ٧ ٦ ٦ ٥ ٥

٢ عدد البيانات = ١٣ (فردية)

ترتيب الوسيط = $\frac{1+13}{2} = \frac{14}{2} = 7$

الوسيط (٢ر) = ٨

٣ الربع الأدنى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى (عدد ٦)

ترتيب الربع الأدنى : $\frac{1+6}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

$\frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$

الربع الأدنى (١ر) = ٤

الربع الأعلى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى (عدد ٦)

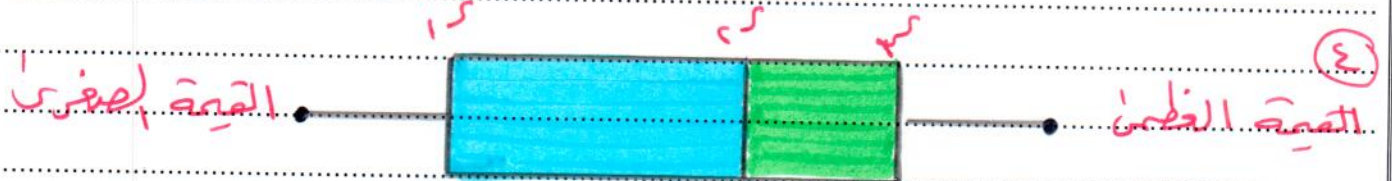
ترتيب الربع الأعلى : $\frac{1+6}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

$\frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4$

الربع الأعلى (٣ر) = ٩

القيمة الصغرى

القيمة العظمى





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		١١ /
الموضوع		



مثال (2) : يبين الجدول التكراري التالي الارتفاع بالأمتار لبعض ألعاب القطار في عدة مدن من العالم: صفحة 14

الارتفاع بالأمتار	١٠	١٢	١٣	١٨	٢١	٢٣	٢٤	٢٥	٣٠	المجموع
التكرار	١	٣	١	٢	٢	٣	٢	٢	٢	١٨

المطلوب :

(١) رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً.

(٢) أوجد الوسيط (٢ر).

(٣) أوجد الربع الأدنى (١ر)، والربع الأعلى (٣ر).

(٤) مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

١ ترتيب البيانات تصاعدياً :

١٠ ١٢ ١٣ ١٨ ٢١ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٣٠

٢ عدد المخرجات = ١٨ (نرمز)

٣ ترتيب الوسيط : $\frac{1}{2} \times 18 = 9$

$\frac{1}{2} \times 18 = 9$

$\frac{1}{2} \times 18 = 9$

٤ الوسيط (رمز) = $\frac{23+24}{2} = 23.5$

٣ الربع الأدنى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى (لحدها = ٩)

٤ ترتيب الربع الأدنى = $\frac{1+9}{2} = 5$

٥ الربع الأعلى (رمز) = ١٣

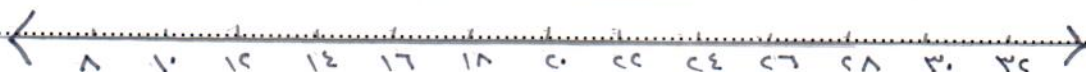
٦ الربع الأعلى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى (لحدها = ٩)

٧ ترتيب الربع الأعلى = $\frac{1+9}{2} = 5$

٨ الربع الأعلى (رمز) = ٢٤

٩

القيمة الصغرى القيمة العظمى





حاول أن تحل (2) : يبين الجدول التكراري التالي معدل مبيعات أحد التجار في أحد الأيام لأنواع مختلفة من ساعات اليد

صفحة 15

سعر الساعة	٥٠	٦٥	٧١	٩٥	١٢٠	المجموع
التكرار	٤	٢	٣	٥	٢	١٦

بالدينار الكويتي:

المطلوب:

(١) رتب هذه البيانات بحسب القيم تصاعدياً.

(٢) أوجد الوسيط (٢٠).

(٣) أوجد الربع الأدنى (١)، والربع الأعلى (٢).

(٤) مثل هذه القيم بمخطط الصندوق ذي العارضتين.

① ترتيب البيانات آخراً :

10.610.6 90r90c90r90c90 6v16v16v1 670 670 60.60.60.60.

④ عدد البسائط = ١٦ (نزد ص)

مُتَرَتِّبِ الْوَسِيطِ : $\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1$

$$1 + \frac{17}{5} + \frac{17}{5} = \frac{96}{5}$$
$$v_1 = \frac{v_1 + v_1}{2} = (0.5) \text{ km/s}$$

٣) الرتبة الأرضية هو وسط نصفا مجموعة البيانات الارثي (عددها = ٨)

بسم الله الرحمن الرحيم

$$1 + \frac{\Delta}{c} \cdot \frac{\Delta}{c} =$$

0632

مربع الربيع الأرضي (مم) = $\frac{70 + 0}{2} = 35$

الرابع الأعلى هو وسط نصف مجموعة البيانات الأعلى (عدد = ٨)

ترتيب الربيع الدعوى : ١٢٣٤٥٦٧٨٩١٠

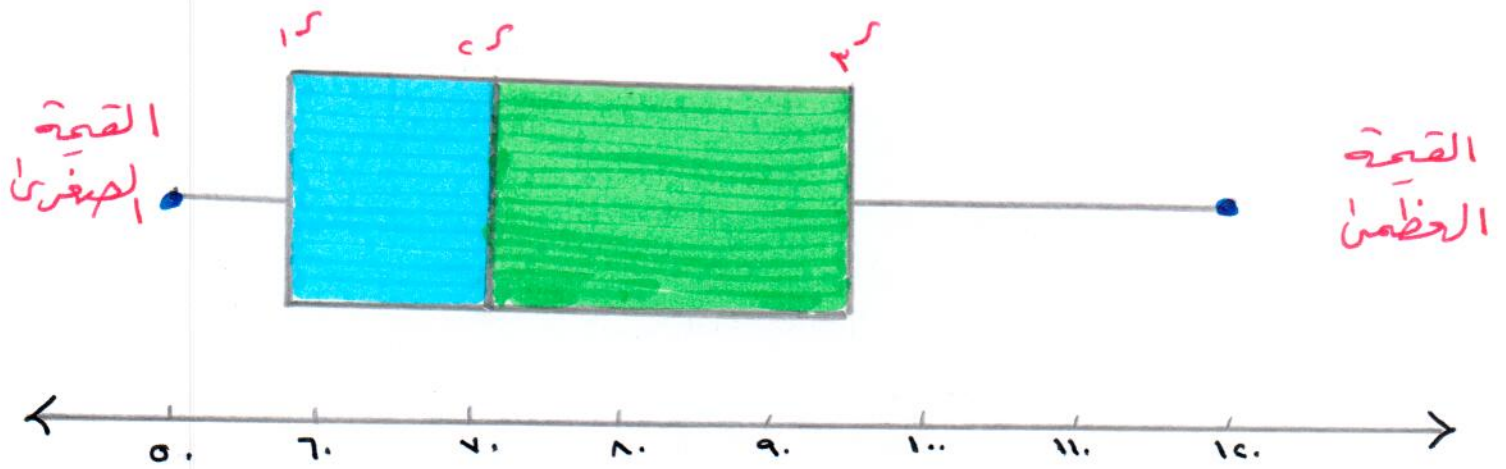
$$1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} =$$

0 6 3 =

∴ الربح الإجمالي (م) = $\frac{90+90}{2} = 90$

مسائل ↓

H.L.





تمارين (٤-١-ب) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات موزعة على فئات

مثال (3): يمثل الجدول التكراري التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات :

المطلوب:

الفئة	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٣	٣	٥	٢	٥	٢	٢٠

(١) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(٢) أوجد الوسيط حسابياً.

①

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٠	٣	أقل من ١٠	٣
-١٠	٣	أقل من ٢٠	٦
-٢٠	٥	أقل من ٣٠	١١
-٣٠	٢	أقل من ٤٠	١٣
-٤٠	٥	أقل من ٥٠	١٨
-٥٠	٢	أقل من ٦٠	٢٠
المجموع	٢٠		

مجموع التكرارات = ٢٠

نذكر ترتيب الربط = $\frac{n}{r} = \frac{c}{r} = 10$
 فئة الوسيط : [3.0.0]
 الوسيط (3.0.0)

ن - التكرار لجميع الأصابع لصفة الوسيط
 الحد الأدنى لصفة الوسيط + $\frac{n}{2}$
 التكرار الذي لصفة الوسيط

التكرار النُصبي لفئة الوسيط = 0

طول الضلع = $10 - 9 = 1$

المراد من الفئة الوسطى = c_o

٦- التكاليف المتغيرة

$$1 \times \frac{7-1}{2} + 2 = 5$$
$$\zeta \wedge = \zeta \circ$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م	١١ / د
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : يمثل الجدول التكراري التالي أعمار سكان أحد الأبنية بالسنوات :
صفحة 17

الفئة	-٠	-١٥	-٣٠	-٤٥	المجموع
التكرار	٤	٧	٦	٣	٢٠

المطلوب:

(١) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(٢) أوجد الوسيط حسابياً.

(١.)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٠	٤	أقل من ١٥	٤
-١٥	٧	أقل من ٣٠	١١
-٣٠	٦	أقل من ٤٥	١٧
-٤٥	٣	أقل من ٦٠	٢٠
المجموع	٢٠		

(٥) مجموع التكرارات $n = ٢٠$

ترتيب الوسيط = $\frac{n}{2}$

$\frac{20}{2} = ١٠$

فئة الوسيط = $[١٥, ٢٠)$

الوسيط (م) =

الحد الأدنى لفئة الوسيط + $\frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{طول الفئة}} \times (\text{الحد الأعلى لفئة الوسيط} - \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط})$

التكرار الأدنى لفئة الوسيط = ٧

طول الفئة = $١٥ - ٣٠ = ١٥$

الحد الأدنى لفئة الوسيط = ١٥

التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط = ٤

$$م = ١٥ + \frac{٤ - ١٠}{٧} \times ١٥$$

$$م = ٩٧,٨٥$$

$$م = ٩١ \frac{٣}{٧}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١١ د /
الموضوع		



مثال (4) : يمثل الجدول التكراري التالي درجات ٢٤ طالباً في مادة الرياضيات في أحد فصول الصف الحادي عشر
صفحة 17

الأدبي، علماً بأن الدرجة النهائية هي ٣٠ درجة :

المطلوب:

(١) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(٢) أوجد الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

(١.)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٥	١	أقل من ١٠	١
-١٠	٤	أقل من ١٥	٥
-١٥	٧	أقل من ٢٠	١٢
-٢٠	٩	أقل من ٢٥	٢١
-٢٥	٣	أقل من ٣٠	٢٤
المجموع	٢٤		

٥) مجموع التكرارات $n = ٢٤$

ترتيب الربيع الأدنى $\frac{n}{4} = \frac{٢٤}{4} = ٦$

فئة الربيع الأدنى هي $[٥, ١٥)$

التكرار الأدنى لفئة الربيع الأدنى $٧ = ١٥$ ، الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى $١٥ =$

طول الفئة $١٥ - ١٠ = ٥$ ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة $٥ =$
 $١ =$ التكرار الأدنى لفئة الربيع الأدنى + $\frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأدنى لفئة الربيع الأدنى}}$ \times طول الفئة

$$١ = ٧ + ٥ \times \frac{٥ - ٦}{٥} = ١٥ \times \frac{٥}{٥}$$

ترتيب الربيع الأعلى $\frac{n}{4} = \frac{٢٤}{4} = ٦$

فئة الربيع الأعلى هي $[٢٠, ٢٥)$ ، الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى $٢٠ =$

التكرار الأدنى لفئة الربيع الأعلى $٩ = ٢٠$ ، التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة $١٢ =$
 الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى $٢٠ =$

$٢ =$ الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى + $\frac{\text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأدنى لفئة الربيع الأعلى}}$ \times طول الفئة

$$٢ = ٢٠ + ١٢ \times \frac{٢٠ - ١٨}{٩} = ٢٤ \times \frac{٢}{٩}$$

$$= ٢٤ \times \frac{٢}{٩}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١١ / د
الموضوع		



حاول أن تحل (4) : يمثل الجدول التكراري التالي درجات ٣٢ طالباً في مادة الرياضيات في أحد فصول الصف الحادي عشر، علماً بأن الدرجة العظمى هي ٣٠ درجة :
صفحة 18

الفئة	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
التكرار	٩	٦	٨	٥	٤	٣٢

المطلوب:

(١) كون جدول التكرار المتجمع الصاعد.

(٢) أوجد الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

(١)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-٥	٩	أقل من ١٠	٩
-١٠	٦	أقل من ١٥	١٥
-١٥	٨	أقل من ٢٠	٢٣
-٢٠	٥	أقل من ٢٥	٢٨
-٢٥	٤	أقل من ٣٠	٣٢
المجموع	٣٢		

٥) مجموع التكرارات = ٣٢

ترتيب الربيع الأدنى = $\frac{N}{4}$

$$8 = \frac{32}{4} =$$

فئة الربيع الأدنى = [١٠ ٥)

الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى = ٥

التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى = ٩

مجموع التكرارات من فئة الربيع الأدنى = $\frac{N}{4} - \text{التكرار المتجمع السابق لفئة الربيع الأدنى} \times \text{طول الفئة}$

$$8 - 0 = 8 \quad \text{مجموع التكرارات من فئة الربيع الأدنى} = 8$$

ترتيب الربيع الأعلى = $\frac{3N}{4} - \frac{32 \times 3}{4} = 24$

فئة الربيع الأعلى = (٢٥ ٣٠)

الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى = ٢٥

التكرار المتجمع السابق لفئة الربيع الأعلى = ٢٣

مجموع التكرارات من فئة الربيع الأعلى = $\frac{3N}{4} - \text{التكرار المتجمع السابق لفئة الربيع الأعلى} \times \text{طول الفئة}$

$$24 - 23 \times 5 = 9 \quad \text{مجموع التكرارات من فئة الربيع الأعلى} = 9$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١١١ /
الموضوع		



تمارين (٤-٢) الالتواء

تمارين (٤-٢-أ) الالتواء وعلاقته بمقاييس النزعة المركزية

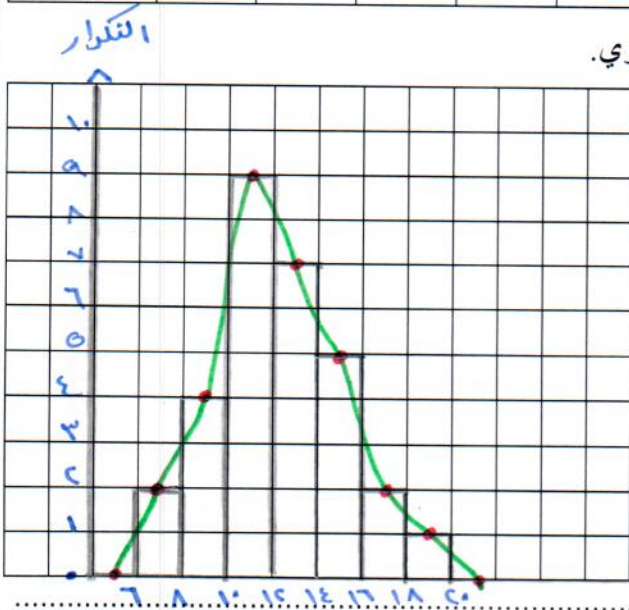
مثال (1) : يبين الجدول أدناه التوزيع التكراري لدرجات ٣٠ طالباً في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة :
صفحة 20

الفئة	-٦	-٨	-١٠	-١٢	-١٤	-١٦	-١٨	المجموع
التكرار	٢	٤	٩	٧	٥	٢	١	٣٠

المطلوب:

(١) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه أرسم المنحنى التكراري.

(٢) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.



٥ سم المنحنى التكراري :

يوجد التواء جوة اليمين

(التواء موجب)

→ الفئة

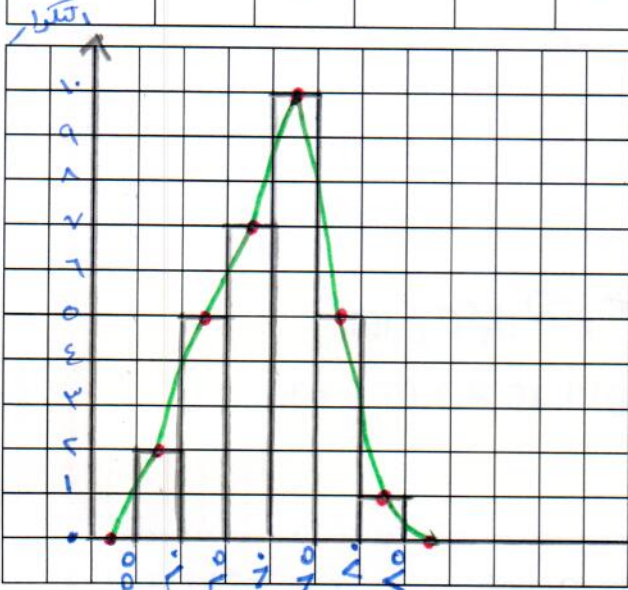
حاول أن تحل (1) : يبين الجدول أدناه أوزان ٣٠ طالباً بالكيلو جرام :
صفحة 20

الفئة	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	المجموع
التكرار	٢	٥	٧	١٠	٥	١	٣٠

المطلوب:

(١) مثل هذه البيانات بالمدرج التكراري ومنه أرسم المنحنى التكراري.

(٢) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.



٥ سم المنحنى التكراري :

يوجد التواء جوة اليسار

(التواء سالب)

→ الفئة

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١١١ /
الموضوع		



مثال (2) : تمثل البيانات التالية درجات الحرارة في بعض مدن العالم :
صفحة 21

٢٤°، ٢٠°، ٢٢°، ٣٥°، ٣٧°، ٣٤°، ٤٠°، ٣٧°، ٣٠° . المطلوب :

(١) احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

(٢) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

$$\textcircled{1} \text{ المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٣٠ + ٣٧ + ٤٠ + ٣٤ + ٣٧ + ٣٥ + ٢٢ + ٢٠ + ٢٤}{9} = ٣١$$

ترتيب البيانات تصاعدياً : ٢٠°، ٢٢°، ٢٤°، ٣٠°، ٣٤°، ٣٥°، ٣٧°، ٣٧°، ٤٠°

عدد البيانات = ٩ (فردية)

الوسيط = ٣٤°

المنوال = ٣٧°

٥. المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي

منه يوجد التواء

نوعه : التواء سالب

حاول أن تحل (2) : تمثل البيانات التالية أطوال مجموعة من التلاميذ في إحدى المدارس (مقاسه بالسنتيمتر) :
صفحة 21

١٣٩، ١٢٤، ١٣٨، ١٣٠، ١١٩، ١٢٤، ١٣٦، ١٣٤، ١٣٥ . المطلوب :

(١) احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لهذه البيانات.

(٢) هل يوجد التواء؟ حدد نوعه إن وجد.

$$\textcircled{1} \text{ المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{١٣٩ + ١٢٤ + ١٣٨ + ١٣٠ + ١١٩ + ١٢٤ + ١٣٦ + ١٣٤ + ١٣٥}{9} = ١٣١$$

= ١٣١

ترتيب البيانات تصاعدياً :

١١٩، ١٢٤، ١٢٤، ١٣٠، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٨، ١٣٩

عدد البيانات = ٩ (فردية)

الوسيط = ١٣٤

المنوال = ١٣٤

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١١ / د
الموضوع		

تمارين (٤-٢-ب) العلاقة بين الالتواء ومخطط الصندوق ذي عارضتين

مثال (3): تمثل البيانات التالية المصروف اليومي لعدة عائلات في الكويت بالدينار الكويتي (مرتبة تصاعدياً):
صفحة 22

٢٧، ٢٨، ٣٠، ٣٢، ٣٤، ٣٨، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٦، ٥٣، ٥٦، ٦٠. المطلوب:

(١) احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

(٢) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٣) هل البيانات تبين تماثلاً أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟

① عدد القيم = ١٤ (زوجي)

ترتيب الوسيط = $\frac{n}{2} + \frac{n}{2} = 1 + 1 = 2$

$\frac{14}{2} = 7$

$\frac{14}{2} = 7$

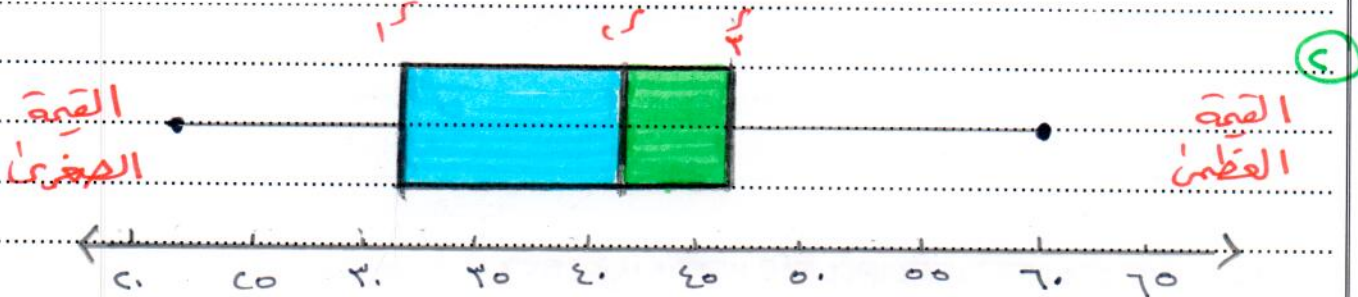
في الوسيط (م) = $\frac{41 + 42}{2} = 41.5$

الربيع الأدنى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى (عددها = ٧)

في الربيع الأدنى (م) = ٣٤

الربيع الأعلى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى (عددها = ٧)

في الربيع الأعلى (م) = ٤٦



③ في الوسيط أقرب إلى الربيع الأعلى منه إلى الربيع الأدنى

في وجود التواء إلى اليسار

التواء يسار

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١١١ /
الموضوع		

حاول أن تحل (3) : في البيانات التالية :
صفحة 22

٤٥، ٤٨، ٥٢، ٥٩، ٦٤، ٦٦، ٧٢، ٧٦، ٧٩، ٨٠، ٨٦، ٩٠، ٩٦، ٩٨، ١٠٥، ١٠٩، ١١٣، ١١٧، ١٢٢. المطلوب:

البيانات مرتبة لها عدد

(١) احسب الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى.

(٢) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين.

(٣) هل البيانات تبين تماثلاً أم التواء إلى اليمين أو التواء إلى اليسار؟

① عدد القيم = ١٩ (عدد فردي)

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+19}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\text{الوسيط (م)} = ٨٠$$

الربيع الأدنى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأدنى (عدد = ٩)

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = ٥$$

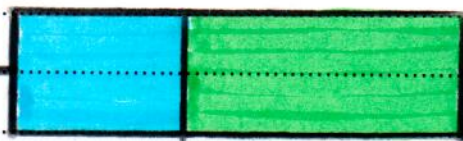
$$\text{الربيع الأدنى (م)} = ٦٤$$

الربيع الأعلى هو وسيط نصف مجموعة البيانات الأعلى (عدد = ٩)

$$\text{ترتيب الربيع الأعلى} = \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = ٥$$

$$\text{الربيع الأعلى (م)} = ١٠٥$$

القيمة
الصغيرة



القيمة
العظمى

③ - الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى

لذلك يوجد التواء جهة اليمين

(التواء موجب)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م	١١ / د
الموضوع		



تمارين (٤-٣) مقاييس التشتت وتطبيقاتها

تمارين (٤-٣-أ) مقاييس التشتت

مثال (1): لنأخذ البيانات: ٢، ٤، ٥، ٦، ٦، ٧، ٧، ٨، ٨، ٨. المطلوب: البيانات مرتبة تصاعدياً

صفحة 24

(١) أوجد المدى، الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى لهذه البيانات.

(٢) أوجد نصف المدى الربيعي.

(٣) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

① المدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى

$$\text{المدى} = 8 - 2 = 6$$

$$\text{الوسيط} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

الربيع الأدنى = 5

الربيع الأعلى = 8

② $\bar{x} = \frac{\text{مجموع البيانات}}{\text{عددها}}$

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 8}{10} = 6$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{36}{10} = 3.6$$

$$s = \sqrt{3.6} = 1.8$$

الانحراف المعياري = 1.8

$$1.888 =$$

س	س - س	(س - س)²
٢	-٤	١٦
٤	-٢	٤
٥	-١	١
٦	٠	٠
٦	٠	٠
٧	١	١
٧	١	١
٧	١	١
٨	٢	٤
٨	٢	٤
المجموع		٣٦



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (1) : لناخذ البيانات : ١٧ ، ١٦ ، ٨ ، ١٥ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ٧ . المطلوب :
صفحة 25

(١) أوجد المدى، الوسيط، الربع الأدنى، الربع الأعلى لهذه البيانات.

(٢) أوجد نصف المدى الربيعي.

(٣) أوجد التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

ترتيب البيانات تصاعدياً : ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٦ ، ١٧

① المدى = الفرق العظمى - القليلة الصغرى

$$\textcircled{2} \text{ نصف المدى الربيعي} = \frac{10,5 - 8,5}{2}$$

$$17 - 7 = 10$$

$$\text{الوسيط} = 12$$

$$\text{الربع الأدنى} = \frac{9 + 8}{2} = 8,5$$

$$3,0 =$$

$$\text{الربع الأعلى} = \frac{16 + 15}{2} = 15,5$$

$$\textcircled{3} \text{ ت.س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

$$= \frac{7 + 8 + 9 + 11 + 13 + 15 + 16 + 17}{9}$$

$$= \frac{108}{9} = 12$$

$$\text{التباين ع} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{108}{9} = 12$$

س	س - س	(س - س)²
١٧	٥	٢٥
١٦	٤	١٦
٨	٤ -	١٦
١٥	٣	٩
٩	٣ -	٩
١١	١ -	١
١٢	٠	٠
١٣	١	١
٧	٥ -	٢٥
المجموع		١٠٢

$$\text{الانحراف المعياري ع} = 11,33$$

$$= 3,266$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		١١ /
الموضوع		



مثال (2) : في استطلاع اجري في عيادة أحد الأطباء عن الوقت المستغرق لمعاينة ١٢٠ مريضاً، جاءت النتائج كما يلي :
صفحة 25

الوقت المستغرق بالدقائق	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	المجموع
عدد المرضى	١١	٢١	٢٣	١٤	١٦	١٨	١٢	٣	٢	١٢٠

المطلوب: (١) أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة، ثم أحسب المتوسط الحسابي.

(٢) أوجد التباين والانحراف المعياري.

الوقت المستغرق بالدقائق	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	المجموع
عدد المرضى	١١	٢١	٢٣	١٤	١٦	١٨	١٢	٣	٢	١٢٠
مركز الفئة	١٤,٥	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥	٣٢,٥	٣٧,٥	٤٢,٥	٤٧,٥	٥٢,٥	

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$

س = $(١٤,٥ \times ١١) + (١٧,٥ \times ٢١) + (٢٢,٥ \times ٢٣) + (٢٧,٥ \times ١٤) + (٣٢,٥ \times ١٦) + (٣٧,٥ \times ١٨) + (٤٢,٥ \times ١٢) + (٤٧,٥ \times ٣) + (٥٢,٥ \times ٢)$

مركز الفئة (س ر)	التكرار (ت ر)	س ر - س	(س ر - س)²	ت ر × (س ر - س)²
١٤,٥	١١	١٥,٥ -	٢٤٠,٢٥	٢٦٤٢,٧٥
١٧,٥	٢١	١٠,٥ -	١١٠,٢٥	٢٣١٥,٢٥
٢٢,٥	٢٣	٥,٥ -	٣٠,٢٥	٦٩٥,٧٥
٢٧,٥	١٤	٠,٥ -	٠,٢٥	٣,٥
٣٢,٥	١٦	٤,٥	٢٠,٢٥	٣٢٤
٣٧,٥	١٨	٩,٥	٩٠,٢٥	١٦٢٤,٥
٤٢,٥	١٢	١٤,٥	٢١٠,٢٥	٢٥٢٣
٤٧,٥	٣	١٩,٥	٣٨٠,٢٥	١١٤٠,٧٥
٥٢,٥	٢	٢٤,٥	٦٠٠,٢٥	١٢٠٠,٥
المجموع	١٢٠			٩١٤٧,٠

التباين = $\frac{\sum (س ر - س)^2}{n} = \frac{٩١٤٧,٠}{١٢٠} = ٧٦,٢٢٥$
الانحراف المعياري = $\sqrt{٧٦,٢٢٥} = ٨,٧٣$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣ م		١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : لاحظ صاحب صيدلية أن مبيع الأدوية بحسب أسعارها بالدينار الكويتي كما يلي :
صفحة 26

الفئة (بالدينار)	-٠	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
التكرار	١٩	٣٠	٤٧	٢٨	٢٠	١٦	١٦٠

المطلوب:

(١) أكمل الجدول بإيجاد مركز كل فئة ، ثم أحسب المتوسط الحسابي.

(٢) أوجد التباين والانحراف المعياري لأسعار الأدوية.

الفئة (بالدينار)	-٠	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	المجموع
التكرار	١٩	٣٠	٤٧	٢٨	٢٠	١٦	١٦٠
مركز الفئة	٩,٥	٢,٥	١٧,٥	١٢,٥	٥,٥	٢,٥	

(١)

$$\bar{x} = \frac{(٩,٥ \times ١٩) + (٢,٥ \times ٣٠) + (١٧,٥ \times ٤٧) + (١٢,٥ \times ٢٨) + (٥,٥ \times ٢٠) + (٢,٥ \times ١٦)}{١٦٠}$$

$$\bar{x} = \frac{٢٤٤٠}{١٦٠} = ١٥$$

مركز الفئة (س _ر)	التكرار (ت _ر)	س _ر - \bar{x}	(س _ر - \bar{x}) ^٢	ت _ر × (س _ر - \bar{x}) ^٢
٩,٥	١٩	-١١,٥	١٣٢,٢٥	٢٥١٢,٧٥
٢,٥	٣٠	-٦,٥	٤٢,٢٥	١٢٦٧,٥٠
١٧,٥	٤٧	١,٥	٢,٢٥	١٠٥,٧٥
١٢,٥	٢٨	٣,٥	١٢,٢٥	٣٤٣
٥,٥	٢٠	٨,٥	٧٢,٢٥	١٤٤٥
٢,٥	١٦	١٣,٥	١٨٢,٢٥	٢٩١٦
المجموع	١٦٠			٨٥٩٠

(٢)

$$\text{التباين} = \frac{\sum (س_r - \bar{x})^2}{\sum ت_r}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{٥٣,٦٩} = ٧,٣٣$$

$$\frac{٨٥٩٠}{١٦٠} =$$

$$٥٣,٦٩ =$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١١ /
الموضوع		



H.L.

الوحدة الرابعة (وصف البيانات)

تمارين (٤-٣) مقاييس النشئت ونظيقاتها

تمارين (٤-٣-ب) التوزيع الطبيعي

مثال (3) : اذا كان المتوسط الحسابي لأرباح احدى الشركات الصغيرة ٣٥٠ ديناراً و الانحراف المعياري ١١٥ و المنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي) . المطلوب :

(١) طبق القاعدة التجريبية.

(٢) هل وصلت أرباح الشركة الى ٦٩٠ ديناراً ؟ فسر ذلك.

$$350 = \bar{x}$$

١ باستخدام القاعدة التجريبية :

١ حوالي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ $110 = s$

$$[350 - 110, 350 + 110] =$$

$$[240, 460] =$$

٢ حوالي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s]$

$$[350 - 2 \times 110, 350 + 2 \times 110] =$$

$$[130, 570] =$$

٣ حوالي ٩٩٪ من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s]$

$$[350 - 3 \times 110, 350 + 3 \times 110] =$$

$$[10, 670] =$$

٤ نلاحظ أن المبلغ ٦٩٠ دينار يقع خارج الفترة

الأخيرة $[130, 570]$ ، و بالتالي تتأخر ٧ و ٩٩٪ من الأرباح لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت إلى المبلغ ٦٩٠ دينار .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م	١١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : لاحظت شركة تجارية ان المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ ديناراً بانحراف معياري ١١٥ ديناراً.
صفحة 29

المطلوب :

(١) طبق القاعدة التجريبية.

(٢) هل وصلت أرباح الشركة الى ٧٥٠ ديناراً ؟ فسر ذلك.

$$س = ٤٧٥$$

$$س = ١١٥$$

١) باستمزام القاعدة التجريبية :

١) حوالي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[س - س + س - س] = [س - ٤٧٥ - ١١٥ + ٤٧٥] = [س - ١١٥ + ٤٧٥] = [س + ٣٦٠] = [٥٩٠]$$

٢) حوالي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[س - س + س - س] = [س - ٤٧٥ - ١١٥ + ٤٧٥] = [س - ١١٥ + ٤٧٥] = [س + ٣٦٠] = [٧٠٥]$$

٣) حوالي ٩٩,٧٪ من الأرباح تقع على الفترة :

$$[س - س + س - س] = [س - ٤٧٥ - ١١٥ + ٤٧٥] = [س - ١١٥ + ٤٧٥] = [س + ٣٦٠] = [٨٢٠]$$

٤) نلاحظ أن المبلغ ٧٥٠ يقع في الفترة الأخيرة [٨٢٠, ٨٣٠]

والتي تناظر ٩٩,٧٪ من الأرباح. لذلك من المتوقع أن

تكون أرباح الشركة قد وصلت إلى المبلغ ٧٥٠ ديناراً.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٣ م		١١ /
الموضوع		

مثال (4) : يعلن مصنع لانتاج البطاريات المستخدمة في السيارات ان متوسط عمر البطارية من النوع (أ) هو ٦٠ شهراً
صفحة 30 بانحراف معياري ١٠ أشهر. على افتراض ان المنحني الممثل لتوزيع البطاريات يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.
المطلوب :

(١) طبق القاعدة التجريبية.

(٢) اوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (أ) التي يزيد عمرها عن ٥٠ شهراً بفرض ان ما يعلنه المصنع صحيحاً.

(٣) اوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (أ) يقل عمرها عن ٤٠ شهراً بفرض ان ما يعلنه المصنع صحيحاً.

① حواي ٦٨٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة :

$$[س - ٥, ٥ + س] = [٦٠ - ١٠, ٦٠ + ١٠] \\ [٧٠, ٥٠] =$$

② حواي ٩٥٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة :

$$[س - ٥, ٥ + س] = [٦٠ - ١٠, ٦٠ + ١٠] \\ [٨٠, ٤٠] =$$

③ حواي ٩٩,٧٪ من البطاريات المصنعة عمرها يقع على الفترة :

$$[س - ٥, ٥ + س] = [٦٠ - ١٠, ٦٠ + ١٠] \\ [٩٠, ٣٠] =$$

④ النسبة المئوية للبطاريات التي يتدبر عمرها

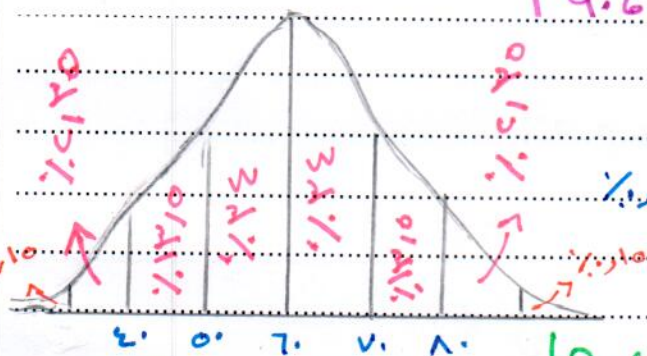
عمر ٥٠ شهراً =

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

⑤ النسبة المئوية للبطاريات التي يقل عمرها

عمر ٤٠ شهراً =



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٣م		١١ /
الموضوع		

حاول أن تحل (4)

صفحة 30

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (أ) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحني الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي . المطلوب :

(١) طبق القاعدة التجريبية.

(٢) اوجد النسبة المئوية للمصابيح من النوع (أ) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

(٣) اوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (أ) يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.

١) حوالي ٦٨٪ من المصابيح الكهربائية يقع عمرها على الفترة :

$$[س - س + ٥ - ٥] = [س - ٧٠٠ - ٧٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠] = [٨٠٠ - ٦٠٠]$$

٢) حوالي ٩٥٪ من المصابيح الكهربائية يقع عمرها على الفترة :

$$[س - س + ٥ - ٥] = [س - ٧٠٠ - ٧٠٠ + ١٠٠ \times ٢ + ١٠٠ \times ٢] = [٩٠٠ - ٥٠٠]$$

٣) حوالي ٩٩,٧٪ من المصابيح الكهربائية يقع عمرها على الفترة :

$$[س - س + ٥ - ٥] = [س - ٧٠٠ - ٧٠٠ + ١٠٠ \times ٣ + ١٠٠ \times ٣] = [١٠٠٠ - ٤٠٠]$$

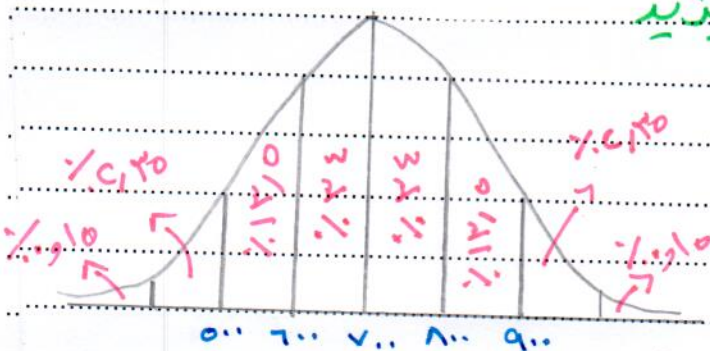
٤) النسبة المئوية للمصابيح التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة =

$$= ١٣,٥\% + ٢٤\% + ٢٤\% + ١٣,٥\% = ٥٥\%$$

$$= ٩٧,٥\%$$

٥) النسبة المئوية للبطاريات التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة =

$$= ٥\% + ١٣,٥\% = ١٨,٥\%$$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ / د
الموضوع		



١١.٤.

تمارين (٤-٣-ج) القيمة المعيارية

مثال (5)

صفحة 31

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة ١٦ من ٢٠ في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي ١٣ و الانحراف المعياري ٥ و نال أيضاً ١٦ من ٢٠ في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي ١٤ و الانحراف المعياري ٤. ما القيمة المعيارية للدرجة ١٦ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

الكيمياء

الرياضيات

$$س = ١٦$$

$$س = ١٦$$

$$س = ١٤$$

$$س = ١٣$$

$$س = ٤$$

$$س = ٥$$

القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الكيمياء:

القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الرياضيات:

$$\frac{س - س}{س} = \frac{١٦ - ١٤}{٤} = \frac{٢}{٤} = ٠.٥$$

$$\frac{س - س}{س} = \frac{١٦ - ١٣}{٥} = \frac{٣}{٥} = ٠.٦$$

القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الرياضيات أكبر من القيمة المعيارية للدرجة ١٦ في مادة الكيمياء.

∴ الدرجة ١٦ في مادة الرياضيات أفضل من الدرجة ١٦ في مادة الكيمياء.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (5) : جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٤ و الانحراف المعياري ٣,٨
صفحة 31

١١٠٤

و في مادة الكيمياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٣ و الانحراف المعياري ٧,٨.
ما القيمة المعيارية للدرجة ١٥ مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟.

الكيمياء

الفيزياء

$$س = ١٥$$

$$س = ١٥$$

$$س = ١٣$$

$$س = ١٤$$

$$س = ٧,٨$$

$$س = ٣,٨$$

القيمة المعيارية للدرجة ١٥
في مادة الكيمياء

القيمة المعيارية للدرجة ١٥
في مادة الفيزياء

$$\frac{س - س}{س} =$$

$$\frac{س - س}{س} =$$

$$\frac{١٣ - ١٥}{٧,٨} =$$

$$\frac{١٤ - ١٥}{٣,٨} =$$

$$= -٠٢٥٦$$

$$= -٠٢٦٣$$

$$٠٢٦٣ < ٠٢٥٦$$

القيمة المعيارية للدرجة ١٥ في مادة الفيزياء أكبر من
القيمة المعيارية للدرجة ١٥ في مادة الكيمياء

الدرجة ١٥ في مادة الفيزياء أفضل من الدرجة ١٥ في مادة الكيمياء.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م		١١١ /
الموضوع		



مثال (6) : في نتيجة نهاية العام الدراسي حصلت الطالبة موزي على ٦٤ في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي ٣٢
٦٩ و الانحراف المعياري ٨. و حصلت على ٤٨ درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي ٥٦ و الانحراف المعياري ١٠. في أي من المادتين كانت موزي أفضل؟

H.L.

الجغرافيا

اللغة العربية

$$س = ٤٨$$

$$س = ٦٤$$

$$س = ٥٦$$

$$س = ٦٩$$

$$س = ١٠$$

$$س = ٨$$

القيمة المعيارية للدرجة ٤٨ في مادة الجغرافيا

القيمة المعيارية للدرجة ٦٤ في مادة اللغة العربية :

$$\frac{س - س}{س} = \frac{٤٨ - ٥٦}{١٠}$$

$$\frac{س - س}{س} = \frac{٦٤ - ٦٩}{٨}$$

$$\frac{٤٨ - ٥٦}{١٠} = -٠٨$$

$$\frac{٦٤ - ٦٩}{٨} = -٠٦٢٥$$

$$-٠٨ < -٠٦٢٥$$

$$-٠٦٢٥ < -٠٨$$

$$-٠٦٢٥ < -٠٨$$

القيمة المعيارية للطالبة موزي في مادة اللغة العربية أكبر من القيمة المعيارية في مادة الجغرافيا .

∴ أراء الطالبة موزي في مادة اللغة العربية أفضل من أداؤها في مادة الجغرافيا .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (6) : يسكن خالد في المدينة (أ) حيث أن طول قامته ١٨٠ سم و المتوسط الحسابي لأطول قامات الرجال في هذه المدينة ١٧٤ سم مع انحراف معياري ١٢ سم. أما صالح فيسكن في المدينة (ب) حيث أن طول قامته ١٧٢ سم و المتوسط الحسابي لأطول قامات الرجال في هذه المدينة ١٦٥ سم مع انحراف معياري ١٥. أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

H.L.

المدينة (ب)

المدينة (أ)

$$س = ١٧٢$$

$$س = ١٨٠$$

$$س = ١٦٥$$

$$س = ١٧٤$$

$$س = ١٥$$

$$س = ١٢$$

القيمة المعيارية لطول صالح في المدينة (ب)

القيمة المعيارية لطول خالد في المدينة (أ)

$$\frac{س - س}{س} = \frac{١٧٢ - ١٦٥}{١٥}$$

$$\frac{س - س}{س} = \frac{١٨٠ - ١٧٤}{١٢}$$

$$\frac{١٧٢ - ١٦٥}{١٥} =$$

$$\frac{١٨٠ - ١٧٤}{١٢} =$$

$$= ٠.٤٧$$

$$= ٠.٥$$

$$٠.٥ < ٠.٤٧$$

القيمة المعيارية لطول خالد في المدينة (أ) أكبر من القيمة المعيارية لطول صالح في المدينة (ب)

∴ طول قامته خالد أفضل من صالح مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة.

الكتاب الثاني

"مادة الإحصاء"

الوحدة الخامسة

الاحتمال

Probability

$$\frac{n!}{(n-r)!} = {}^n P_r$$

قانون التباديل

لإيجاد احتمال اتحاد حدثين نستخدم القاعدة:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

وفي حالة حدثين مستقلين تصبح هذه القاعدة:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

رئيس القسم: محمود العلو

١-٥ مبدأ العد والتباديل والتوافق	٢-٥ نظرية ذات الحدين	٣-٥ الاحتمال
(١-٥) العد عن الطريق القوائم	(٢-٥) مثلث باسكال	(٣-٥) التجربة العشوائية وفضاء العينة
(١-٥) المبدأ الأساسي للعد	(٢-٥) نظرية ذات الحدين	(٣-٥) تعيين احتمالات الأحداث
(١-٥) مضروب العدد		(٣-٥) الأحداث المتنافية
(١-٥) التباديل		(٣-٥) متمم الحدث
(١-٥) التوافق		(٣-٥) الحدثان المستقلان



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع		



H.L.

الوحدة الخامسة (الاحتمال)

تمارين (١-٥) مبدأ العد والتباديل والنوافيق

تمارين (٥-١-ب) المبدأ الأساسي للعد

مثال (2): لوحات السيارات في احدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الابجدية يتبعه رقمان يتم اختيارهما من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث انه لا يوجد تكرار لأي من الحروف او الأرقام في أي من لوحات السيارات؟

عدد طرائع اختيار الحرف = ٢٨
عدد طرائع اختيار رقم الآحاد = ٦
عدد طرائع اختيار رقم العشرات = ٥

$$\text{عدد الطرائع} = ٢٨ \times ٦ \times ٥$$
$$= ٨٤٠ \text{ طريقة}$$

حاول أن تحل (2): لوحات السيارات في احدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الابجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارهما من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث انه لا يوجد تكرار لأي من الحروف او الأرقام في أي من لوحات السيارات؟

عدد طرائع اختيار الحرف = ٢٨
عدد طرائع اختيار رقم الآحاد = ٦
عدد طرائع اختيار رقم المئات = ٥
عدد طرائع اختيار رقم العشرات = ٤

$$\text{عدد الطرائع} = ٢٨ \times ٦ \times ٥ \times ٤$$
$$= \text{طريقة}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع		



مثال (3) : كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من أربعة أرقام مأخوذه من عناصر المجموعة { ٨ ، ٦ ، ٥ ، ٢ } في كل مما يلي:

H.L.

(١) اذا سمح بالتكرار.

(٢) اذا لم يسمح بالتكرار.

(٣) اذا كان رقم الأحاد ٢ (لا يسمح بالتكرار).

① اذا سمح بالتكرار :

عدد طرائق اختيار رقم الآحاد = ٤

عدد طرائق اختيار رقم العشرات = ٤

عدد طرائق اختيار رقم المئات = ٤

عدد طرائق اختيار رقم الآلاف = ٤

∴ عدد الأعداد = ٤ × ٤ × ٤ × ٤

= ٢٥٦ عدد

② اذا لم يسمح بالتكرار :

عدد طرائق اختيار رقم الآحاد = ٤

عدد طرائق اختيار رقم العشرات = ٣

عدد طرائق اختيار رقم المئات = ٢

عدد طرائق اختيار رقم الآلاف = ١

∴ عدد الأعداد = ٤ × ٣ × ٢ × ١

= ٢٤ عدد

③ رقم الآحاد ٢ (ولا يسمح بالتكرار) :

عدد طرائق اختيار رقم الآحاد = ١ (رقم ٢ فقط)

عدد طرائق اختيار رقم العشرات = ٣

عدد طرائق اختيار رقم المئات = ٢

عدد طرائق اختيار رقم الآلاف = ١

∴ عدد الأعداد = ١ × ٣ × ٢ × ١

= ٦ أعداد



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من ثلاثة أرقام مأخوذه من عناصر المجموعة { ١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ }
صفحة 55

في كل مما يلي:

(١) إذا سمح بالتكرار.

(٢) إذا لم يسمح بالتكرار.

(٣) إذا كان العدد فردي و يسمح بالتكرار.

(١) إذا سمح بالتكرار :

عدد طرائع اختيار رقم الآحاد = ٤

عدد طرائع اختيار رقم العشرات = ٤

عدد طرائع اختيار رقم المئات = ٤

∴ عدد الأعداد = ٤ × ٤ × ٤

= ٦٤ عدداً

(٢) إذا لم يسمح بالتكرار :

عدد طرائع اختيار رقم الآحاد = ٤

عدد طرائع اختيار رقم العشرات = ٣

عدد طرائع اختيار رقم المئات = ٢

∴ عدد الأعداد = ٤ × ٣ × ٢

= ٢٤ عدداً

{ ١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ }

أعداد ٩ ، ٦ ، ٣ ، ١

فردية (لا بد أن تكون

فردية منزلة الآحاد)

ليكون العدد فردياً

(٣) العدد فردي و يسمح بالتكرار :

عدد طرائع اختيار رقم الآحاد = ٣

عدد طرائع اختيار رقم العشرات = ٤

عدد طرائع اختيار رقم المئات = ٤

∴ عدد الأعداد = ٤ × ٤ × ٣

= ٤٨ عدداً



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع			
.....			



١٧٠٤

تمارين (٥-١-ج) مضروب العدد

مثال (4) : احسب (موضحاً خطوات الحل) :
صفحة 56

$$\begin{array}{r} 116 \\ 14 \overline{) 112} \end{array} (3)$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 19 \overline{) 112} \end{array} (2)$$

(1) 15

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 = 10 \quad (1)$$

$$1 \times 0 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \\ 19 \overline{) 112} \end{array} (2)$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$$

$$10 \times 11 \times 12 =$$

$$1320 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \\ 14 \overline{) 112} \end{array} (3)$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12$$

$$1320 = 13 \times 14 \times 15 \times 16 =$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4$$

حاول أن تحل (4) : احسب (موضحاً خطوات الحل) :
صفحة 56

$$\begin{array}{r} 114 \\ 17 \overline{) 118} \end{array} (3)$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 18 \overline{) 110} \end{array} (2)$$

(1) 17

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 = 17 \quad (1)$$

$$0 \times 80 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ 18 \overline{) 110} \end{array} (2)$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8$$

$$90 = 9 \times 10 =$$

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \\ 17 \overline{) 114} \end{array} (3)$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14$$

$$252 = 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 =$$

$$1 \times 5 \times 3 \times 4 \times 0 \times 6 \times 7 \times 8$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ / د
الموضوع		



تمارين (٥-١-د) التباديل

مثال (5): فصل فيه ٢٠ طالباً. يراد اختيار ثلاثة منهم على أن يكون الأول رئيساً و الثاني نائباً للرئيس و الثالث أميناً للسر. بكم طريقة يمكن اختيار الطلاب الثلاثة؟

عدد الطرائق التي يمكن بها اختيار الطلاب الثلاثة =

$$٢٠ \times ١٩ \times ١٨ = ٦٨٤٠ \text{ طريقة}$$

حاول أن تحل (5): ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة ((سعود))؟

عدد الطرائق = $٤ \times ٣ \times ٢$

$$= ٢٤ \text{ طريقة}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١١ /
الموضوع



مثال (6) : احسب (موضحاً خطوات الحل) :
صفحة 58

$$(1) \quad 3!^8$$

$$(2) \quad 5!^7 + 3!^7$$

$$(3) \quad \frac{5!^9}{3!^8}$$

$$(1) \quad \frac{3!^8}{3!^8} = \frac{3!^8}{3!^8} = 3!^8$$

$$7 \times 7 \times 8 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 =$$

$$3 \times 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

$$(5) \quad \frac{5!^7}{5!^7} + \frac{3!^7}{3!^7} = 5!^7 + 3!^7$$

$$(3) \quad \frac{5!^9}{3!^8} = \frac{5!^9}{3!^8} = \frac{5!^9}{3!^8}$$

$$\frac{5!^8}{3!^8} = \frac{5!^8}{3!^8} = \frac{5!^8}{3!^8}$$

$$9 = \frac{5!^8}{3!^8} = \frac{5!^8}{3!^8} =$$

$$\frac{5!^7}{5!^7} + \frac{3!^7}{3!^7} =$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 =$$

$$2 \times 7 \times 2 = 9 \times 5 \times 2 + 2 \times 1 \times 0 =$$

حاول أن تحل (6) : احسب (موضحاً خطوات الحل) :
صفحة 58

$$(1) \quad 5!^7$$

$$(2) \quad 5!^7 + 3!^7$$

$$(3) \quad \frac{5!^9}{3!^8}$$

$$(1) \quad \frac{5!^7}{5!^7} = \frac{5!^7}{5!^7} = 5!^7$$

$$8 \times 2 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 =$$

$$(5) \quad 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5!^7 + 3!^7$$

$$9 \times 2 = 1 \times 2 + 1 \times 2 =$$

$$(3) \quad \frac{5!^9}{3!^8} = \frac{5!^9}{3!^8} = \frac{5!^9}{3!^8}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع		



مثال (7) : بعد انتهاء مباراة كرة القدم بالتعادل، أراد المدرب اختيار ٥ لاعبين بالترتيب لركلات الترجيح. صفحة 59

بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين الخمسة من بين اللاعبين الأحد عشر؟

:- الترتيب مهم

$$\frac{11!}{1(11-1)} = \frac{11!}{10} =$$

$$\frac{11!}{10} =$$

حل آخر :

$$\frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{10} =$$

$$11! = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 784.000 \text{ طريقة}$$

$$= \text{طريقة}$$

حاول أن تحل (7) : بعد انتهاء مباراة كرة القدم بالتعادل، أراد المدرب اختيار ٥ لاعبين بالترتيب لركلات الترجيح. صفحة 59

بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين الخمسة من بين اللاعبين الأحد عشر اذا تم استثناء حارس المرمى؟

تم استبعاد حارس المرمى

:- أصبح عدد اللاعبين

$$= 10 \text{ لاعبين}$$

:- الترتيب مهم

$$\frac{10!}{10} =$$

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 =$$

$$= 302.400 \text{ طريقة}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م		١١ / د
الموضوع		



H.L

تمارين (٥-١-هـ) التوافيق

مثال (8) : في احدى محافظات مدينة الكويت ٨ صيدليات. يريد المسؤولون اختيار ٣ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. صفحة 60

بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الثلاث؟

جـ: الترتيب غير مهم

جـ: عدد الطرائف الممكنة لاختيار الصيدليات الثلاث = 8P_3

$$\frac{{}^8P_3}{1} =$$

$$\frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 1 \times 1} =$$

$$= 240 \text{ طريقة}$$

حاول أن تحل (8) : في احدى المحافظات ١٢ صيدليات. يريد المسؤولون اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. صفحة 60

بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع؟

جـ: الترتيب غير مهم

جـ: عدد الطرائف الممكنة = ${}^{12}P_4$

$$\frac{{}^{12}P_4}{1} =$$

$$\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{1 \times 1 \times 1 \times 1} =$$

$$= 11880 \text{ طريقة}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ د /
الموضوع		



مثال (9) : أراد مدير مدرسة تشكيل لجنة من ٨ طلاب للتحضير لاحتفال نهاية العام الدراسي. عليه اختيار ٤ من بين ١٨ مرشحاً من الصف الثاني عشر (و) ٣ من بين ١٤ مرشحاً من الصف الحادي عشر (و) ١ من بين ١١ مرشحاً من الصف العاشر. بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير تكوين اللجنة؟

(و) عليه فرز

:- الترتيب غير مهم

$$\text{عدد طرائق تشكيل اللجنة} = {}^{18}C_4 \times {}^{14}C_3 \times {}^{11}C_1$$

$$= \frac{18!}{4!14!} \times \frac{14!}{3!11!} \times \frac{11!}{1!10!}$$

$$= 3,6 \times 364 \times 11 =$$

$$= 14,564 \text{ طريقة}$$

حاول أن تحل (9) : في الصف الحادي عشر ٢٠ طالباً، وفي الصف العاشر ٢٣ طالباً. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و ٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة القدم. كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها؟

:- الترتيب غير مهم

$$\text{عدد طرائق تشكيل الفريق} = {}^{20}C_5 \times {}^{23}C_6$$

$$= \frac{20!}{5!15!} \times \frac{23!}{6!17!}$$

$$= 15,625 \times 106,270 =$$

$$= 1,660,625 \text{ طريقة}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م		١١١ /
الموضوع		



مثال (10)
صفحة 61

حل كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢.

(١) ن ق ٢ = ١٠

(٢) ن ل ٢ = ١٢

(٣) ن ق ٢ = ٢

① ن ق ٢ = ١٠

② ن ل ٢ = ١٢

ن ق ٢ = ١٠
ن (٢ - ن) = ١٠

ن (٢ - ن) = ١٢

ن - ن = ١٢ - ١٠

٠ = ٢ - ن

ن = ٢ - ٠

ن = ٢

ن = ٢ مرفوضة

١٢ = ن

ن (٢ - ن) = ١٠

ن (٢ - ن) = ١٠

ن - ن = ١٠ - ٠

٠ = ٢ - ن

ن = ٢ - ٠

ن = ٢ مرفوضة

١٠ = ن

ن (٢ - ن) = ١٢

١٢

ن (٢ - ن) = ١٢

١٢

ن - ن = ١٢ - ٠

٠ = ٢ - ن

ن = ٢ - ٠

ن = ٢

ن = ٢ مرفوضة

١٢ = ن

١٢ = ن



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢ م	١١ د /
الموضوع		



H.L.

حاول أن تحل (10) : حل كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢. صفحة 62

$$(٣) \quad ٢٠ = ٣٠ - ٢٠$$

$$(٢) \quad ٢٤ = ٣٠ - ٢٠$$

$$(١) \quad ٢٠ = ٣٠ - ٢٠$$

$$(٣) \quad ٢٠ = ٣٠ - ٢٠$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$١ \times ٢ \times ٣ = ٢٠ - ٢٠$$

$$٦ = ٢٠ - ٢٠$$

$$٢ + ٦ = ٢٠$$

$$٨ = ٢٠$$

$$(١) \quad ٢٠ = ٣٠ - ٢٠$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٠}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$٤ = ٣٠ - ٢٠$$

$$١ - ٤ = ٢٠$$

$$٣ = ٢٠$$

$$(٤) \quad ٢٤ = ٣٠ - ٢٠$$

$$\frac{٢٤}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٤}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$

$$\frac{٢٤}{١٣} = \frac{٣٠}{١٣} - \frac{٢٠}{١٣}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م		١١ / د
الموضوع		



H.L.

تمارين (هـ-٢-ب) نظرية ذات الحدين

مثال (3): استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك (س + ٢) ^٦.

صفحة 66



$$= (س + ٢)^٦ = \binom{٦}{٠} س^٦ + \binom{٦}{١} س^٥ (٢) + \binom{٦}{٢} س^٤ (٢)^٢ + \binom{٦}{٣} س^٣ (٢)^٣ + \binom{٦}{٤} س^٢ (٢)^٤ + \binom{٦}{٥} س (٢)^٥ + \binom{٦}{٦} (٢)^٦$$

$$= س^٦ + ٦ س^٥ (٢) + ١٥ س^٤ (٢)^٢ + ٢٠ س^٣ (٢)^٣ + ١٥ س^٢ (٢)^٤ + ٦ س (٢)^٥ + (٢)^٦$$

$$= (س + ٢)^٦$$

$$= س^٦ + ٦ س^٥ (٢) + ١٥ س^٤ (٢)^٢ + ٢٠ س^٣ (٢)^٣ + ١٥ س^٢ (٢)^٤ + ٦ س (٢)^٥ + (٢)^٦$$

$$= س^٦ + ١٢ س^٥ + ٦٠ س^٤ + ١٦٠ س^٣ + ٢٤٠ س^٢ + ١٩٢ س + ٦٤$$

$$= س^٦ + ١٢ س^٥ + ٦٠ س^٤ + ١٦٠ س^٣ + ٢٤٠ س^٢ + ١٩٢ س + ٦٤$$

$$= س^٦ + ١٢ س^٥ + ٦٠ س^٤ + ١٦٠ س^٣ + ٢٤٠ س^٢ + ١٩٢ س + ٦٤$$

$$= س^٦ + ١٢ س^٥ + ٦٠ س^٤ + ١٦٠ س^٣ + ٢٤٠ س^٢ + ١٩٢ س + ٦٤$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١١ /
الموضوع		



H.O.L.

حاول أن تحل (3) : استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك (س + ٣)°.

صفحة 66

$$= (٣ + ب)^٥$$

$$= \binom{٥}{٠} ٣^٥ ب^٠ + \binom{٥}{١} ٣^٤ ب^١ + \binom{٥}{٢} ٣^٣ ب^٢ + \binom{٥}{٣} ٣^٢ ب^٣ + \binom{٥}{٤} ٣^١ ب^٤ + \binom{٥}{٥} ٣^٠ ب^٥$$

$$= (٣ + س)^٥$$

$$= \binom{٥}{٠} ٣^٥ س^٠ + \binom{٥}{١} ٣^٤ س^١ + \binom{٥}{٢} ٣^٣ س^٢ + \binom{٥}{٣} ٣^٢ س^٣ + \binom{٥}{٤} ٣^١ س^٤ + \binom{٥}{٥} ٣^٠ س^٥$$

$$= ٢٤٣ + ٥٨١س + ٥٤٧س^٢ + ٢٧٠س^٣ + ٥٤س^٤ + س^٥$$

$$= ٢٤٣ + ٥٨١س + ٥٤٧س^٢ + ٢٧٠س^٣ + ٥٤س^٤ + س^٥$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١ /
الموضوع			
.....			



H.O.L.

مثال (4) : أوجد مفكوك (٢س - ٣ص)^٤ .
صفحة 66



$$(P+B)^4 = {}^4P_0 B^4 + {}^4P_1 B^3 P + {}^4P_2 B^2 P^2 + {}^4P_3 B P^3 + {}^4P_4 P^4$$

$$= (س - ٣ص)^4$$

$$= (س - ٣ص)^4 = {}^4P_0 (س - ٣ص)^4 + {}^4P_1 (س - ٣ص)^3 (-٣ص) + {}^4P_2 (س - ٣ص)^2 (-٣ص)^2 + {}^4P_3 (س - ٣ص)^1 (-٣ص)^3 + {}^4P_4 (-٣ص)^4$$

$$= ١ \cdot س^4 - ١٢ \cdot س^3 \cdot ٣ص + ٦ \cdot س^2 \cdot (٣ص)^2 - ٤ \cdot س \cdot (٣ص)^3 + ١ \cdot (٣ص)^4$$

$$= س^4 - ٣٦ س^3 ص + ١٠٨ س^2 ص^2 - ٣٢٤ س ص^3 + ٨١ ص^4$$

$$= س^4 - ٣٦ س^3 ص + ١٠٨ س^2 ص^2 - ٣٢٤ س ص^3 + ٨١ ص^4$$

حاول أن تحل (4) : أوجد مفكوك (٣س - ٤ص)^٢ .
صفحة 66



$$(P+B)^2 = {}^2P_0 B^2 + {}^2P_1 B P + {}^2P_2 P^2$$

$$= (س - ٤ص)^2$$

$$= (س - ٤ص)^2 = {}^2P_0 (س - ٤ص)^2 + {}^2P_1 (س - ٤ص)^1 (-٤ص) + {}^2P_2 (-٤ص)^2$$

$$= ١ \cdot س^2 - ٨ س \cdot ٤ص + ١ \cdot (٤ص)^2$$

$$= س^2 - ٣٢ س ص + ١٦ ص^2$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١١ /
الموضوع		



H.O.L.

مثال (5) : أوجد الحد الثالث في مفكوك (٢س + ص)^٥ .
صفحة 67

$$ن = ٥ \quad ٤ = ٢ \quad ٣ = ١ \quad ٢ = ٠$$

$$٢ = ١ + ١ \quad ٢ = ١ + ١$$

$$٢ = ٠ + ٢ \quad ٢ = ٠ + ٢$$

$$٢ = ٠ + ٢ \quad ٢ = ٠ + ٢$$

$$٢ = ٠ + ٢ \quad ٢ = ٠ + ٢$$

$$٢ = ٠ + ٢ \quad ٢ = ٠ + ٢$$

حاول أن تحل (5) : أوجد الحد السادس في مفكوك (٢ص + س)^٧ .
صفحة 67

$$ن = ٧ \quad ٦ = ٢ \quad ٥ = ١ \quad ٤ = ٠$$

$$٦ = ١ + ٥ \quad ٦ = ١ + ٥$$

$$٦ = ١ + ٥ \quad ٦ = ١ + ٥$$

$$٦ = ١ + ٥ \quad ٦ = ١ + ٥$$

$$٦ = ١ + ٥ \quad ٦ = ١ + ٥$$

$$٦ = ١ + ٥ \quad ٦ = ١ + ٥$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١١ /
الموضوع		



H.O.L.

مثال (6) : في مفكوك (٣ - ٢) ^٨ أوجد معامل س^٥.
صفحة 67

$$ن = ٨ \quad ٦ = ٣ = س \quad ٤ = ب = (-٢)$$

$$ر = ؟ \quad ح = ١ + ر = ١ + س = ١ + ٣ = ٤$$

$$= \text{فهر} (٣ - س) \text{فهر} (-٢) \times$$

$$= \text{فهر} (٣) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times$$

$$\text{س} = \text{س} - ٨ = ٠ \quad \text{ح} = \text{فهر} (٣) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times$$

$$= ٠ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times (-٨) \times$$

$$= ٠ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٨ \times (-٨) \times$$

$$= -٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times$$

$$= -٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times$$

الجدول الرابع مكتوب على س

حاول أن تحل (6) : في مفكوك (٣ - ٢) ^٨ أوجد معامل س^٦.
صفحة 67

$$ن = ٨ \quad ٦ = ٣ = س \quad ٤ = ب = (-٢)$$

$$ر = ؟ \quad ح = ١ + ر = ١ + س = ١ + ٣ = ٤$$

$$= \text{فهر} (٣ - س) \text{فهر} (-٢) \times$$

$$= \text{فهر} (٣) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times$$

$$\text{ح} = \text{فهر} (٣) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times \text{فهر} (-٢) \times$$

$$= ٤ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times$$

$$= ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times$$

$$= ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ \times$$

الجدول الخامس مكتوب على س



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢ م		١١ /
الموضوع		



H.L.

تمارين (٥-٣) الاحتمال

تمارين (٥-٣-أ) التجربة العشوائية وفضاء العينة

مثال (١) : في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين. صفحة 68

(١) اكتب عناصر فضاء العينة.

(٢) كم عدد النواتج الممكنة؟

١ عناصر فضاء العينة :

(١٦١) ٦ (٢٦١) ٦ (٣٦١) ٦ (٤٦١) ٦ (٥٦١) ٦ (٦٦١) ٦
(١٦٢) ٦ (٢٦٢) ٦ (٣٦٢) ٦ (٤٦٢) ٦ (٥٦٢) ٦ (٦٦٢) ٦
(١٦٣) ٦ (٢٦٣) ٦ (٣٦٣) ٦ (٤٦٣) ٦ (٥٦٣) ٦ (٦٦٣) ٦
(١٦٤) ٦ (٢٦٤) ٦ (٣٦٤) ٦ (٤٦٤) ٦ (٥٦٤) ٦ (٦٦٤) ٦
(١٦٥) ٦ (٢٦٥) ٦ (٣٦٥) ٦ (٤٦٥) ٦ (٥٦٥) ٦ (٦٦٥) ٦
(١٦٦) ٦ (٢٦٦) ٦ (٣٦٦) ٦ (٤٦٦) ٦ (٥٦٦) ٦ (٦٦٦) ٦

٢ عدد النواتج الممكنة = عدد نواتج الرمية الأولى \times عدد نواتج الرمية الثانية

$$7 \times 7 =$$

$$= 49 \text{ ناتجاً}$$

1702



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ / د
الموضوع		



حاول أن تحل (1) : في الكيس الأول ٥ كرات متماثلة مرقمة من ١ الى ٥ و في الكيس الثاني ٥ كرات متماثلة مرقمة من ٦ الى ١٠. سحبت عشوائياً كرة من الكيس الأول ثم سحبت كرة من الكيس الثاني.

صفحة 69

٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦
الكيس الأول ←
الكيس الثاني ←

(١) اكتب عناصر فضاء العينة.

(٢) كم عدد النواتج الممكنة؟

(١) عناصر فضاء العينة :

(١ ٦) (٢ ٦) (٣ ٦) (٤ ٦) (٥ ٦)
(١ ٧) (٢ ٧) (٣ ٧) (٤ ٧) (٥ ٧)
(١ ٨) (٢ ٨) (٣ ٨) (٤ ٨) (٥ ٨)
(١ ٩) (٢ ٩) (٣ ٩) (٤ ٩) (٥ ٩)
(١ ١٠) (٢ ١٠) (٣ ١٠) (٤ ١٠) (٥ ١٠)

(٢)

عدد النواتج الممكنة = عدد نواتج السحب الأول \times عدد نواتج السحب الثاني

$$5 \times 5 =$$

$$= 25 \text{ ناتجاً}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م		١١ /
الموضوع		



مثال (2) : في تجربة القاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرات متتالية، أوجد: صفحة 70

(١) فضاء العينة (ف) .

(٢) الحدث أ : ((ظهور صورتين و كتابة)) .

(٣) الحدث ب : ((ظهور ثلاث صور)) .

(٤) الحدث ج : ((ظهور صورة واحدة على الأقل)) .

(٥) الحدث د : ((ظهور صورة واحدة على الأكثر)) .

١) فضاء العينة (ف) = { (ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ك ص ص) ، (ص ك ك) ، (ك ص ك) ، (ك ك ص) ، (ك ك ك) }

٢) الحدث أ = { (ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ك ص ص) }

٣) الحدث ب = { (ص ص ص) }

٤) الحدث ج = { (ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ك ص ص) ، (ص ك ك) ، (ك ص ك) ، (ك ك ص) ، (ك ك ك) }

٥) الحدث د = { (ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ك ص ص) ، (ص ك ك) ، (ك ص ك) ، (ك ك ص) ، (ك ك ك) }

حاول أن تحل (2) : في تجربة القاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرات متتالية، أوجد: صفحة 70

(١) الحدث أ : ((ظهور كتابتين و صورة)) .

(٢) الحدث ب : ((ظهور كتابة واحدة على الأقل)) .

١) الحدث أ = { (ك ك ص) ، (ك ص ك) ، (ص ك ك) }

٢) الحدث ب = { (ك ك ص) ، (ك ص ك) ، (ص ك ك) ، (ك ك ك) ، (ك ص ص) ، (ص ك ص) ، (ص ص ك) ، (ص ص ص) }



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ د /
الموضوع	دون تكرار الهم		



H.L.

مثال (4) : ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكون من ٥ أرقام مختلفة من عناصر المجموعة

صفحة 72

{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧} ؟

نفرض أنه الدت ٢ : "اختيار رقم هاتف مكون من ٥ أرقام مختلفة

من عناصر المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

ن (٢) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ٢٥٢٠

ن (ف) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ١٦٨٠

ن (٢) = ن (ف)

$$\frac{2520}{1680} = \frac{3}{2}$$

دون تكرار الهم

حاول أن تحل (4) : ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائياً مكون من ٧ أرقام مختلفة من عناصر المجموعة

صفحة 72

{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧} ؟

نفرض أنه الدت ٢ : "اختيار رقم هاتف مكون من ٧ أرقام مختلفة

من عناصر المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

ن (٢) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٥٠٤٠

ن (ف) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٨٤٣٥٤٣

ن (٢) = ن (ف)

$$\frac{5040}{843543} = \frac{1}{167.37}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م	١١ / د
الموضوع		



تمارين (٥-٣-ج) الاحداث المتنافية

مثال (5) : تختار منها عشوائياً بين الصفر و ٩ . ما احتمال ان تختار منها عدداً اكبر من ٦ (أو) عدداً اصغر من ٣ ؟
صفحة 73

نفرض انه الحدث A : "العدد اكبر من ٦"

$$A = \{7, 8, 9\} \rightarrow n(A) = 3$$

نفرض انه الحدث B : "العدد اصغر من ٣"

$$B = \{0, 1, 2\} \rightarrow n(B) = 3$$

$$A \cap B = \{7, 8, 9\} \cap \{0, 1, 2\} = \emptyset$$

لأنهما حدثان متنافيان

$$P(A) = \frac{3}{10} \quad P(B) = \frac{3}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$n(A) = 6 - 1 = 5$$

حاول أن تحل (5) : في تجربة القاء حجر نرد ، ما احتمال الحدث
صفحة 73

((الحصول على عدد اصغر من ٢ (أو) من مضاعفات العدد ٣)) ؟

نفرض انه الحدث A : "عدد اصغر من ٢"

$$A = \{1\} \rightarrow n(A) = 1$$

نفرض انه الحدث B : "مضاعفات العدد ٣"

$$B = \{3, 6\} \rightarrow n(B) = 2$$

$$A \cap B = \{1\} \cap \{3, 6\} = \emptyset$$

لأنهما حدثان متنافيان

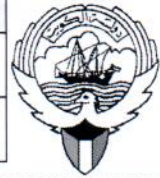
$$P(A) = \frac{1}{6} \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢ م		١١ / د
الموضوع			



تمارين (٥-٣-د) متمم الحدث

مثال (6) : في تجربة رمي حجر نرد منتظم، اذا كان الحدث أ ((ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥)) ؟ أوجد ما يلي: صفحة 74

$$(2) \text{ ل } (\bar{A})$$

$$(1) \text{ ل } (A)$$

$$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$N(F) = 6$$

$$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$N(F) = 6$$

$$(1) \text{ ل } (P) = \frac{N(P)}{N(F)}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6} =$$

$$(2) \text{ ل } (\bar{P}) = 1 - \text{ل } (P)$$

$$\frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

حاول أن تحل (6) : في تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين. أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين. صفحة 74

نفرض أن الحدث أ : "الحصول على عددين مختلفين عند القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين".

$$F = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$N(F) = 6 \times 6 = 36$$

$$F = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$F = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$N(F) = 36$$

$$\text{ل } (P) = \frac{N(P)}{N(F)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... / / ٢٠٢٢م	١١ / د
الموضوع		



تمارين (٥-٣-هـ) الحدثان المستقلان

مثال (7): يلعب إبراهيم و يوسف لعبة رمي السهم ، احتمال أن يصيب إبراهيم الهدف = $\frac{2}{5}$ ، و احتمال أن يصيب يوسف الهدف = $\frac{1}{3}$ رمى كل منهما سهماً على الهدف . ما احتمال :

(١) أن يصيب كل من إبراهيم و يوسف الهدف ؟

(٢) إصابة الهدف ؟ ← يوسف أو إبراهيم

نفرض أن الحدث أ : "إصابة إبراهيم الهدف"

نفرض أن الحدث ب : "إصابة يوسف الهدف"

٢. ما احتمال حدثان مستقلان

$$\textcircled{1} \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{9}{10} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{5} =$$

$$\textcircled{2} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{9}{10} - \frac{1}{3} + \frac{9}{5} =$$

$$\frac{3}{5} =$$

حاول أن تحل (7) : في المثال (٧) ، ما احتمال عدم إصابة الهدف ؟

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$1 - \frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{5} =$$

﴿مَن مَّحَمَّدٌ﴾