الوحدة الثامنة

أوراق العمل

الوحدة الثامنة

حساب المثلثات

الصف الحادي عشر علمي

الفترة الدراسية الثانية

مادة الرياضيات

٢٠٢٣/٢٠٢٢

الإسم :

الإجابات :-

هالة لبيب

W.R.E

٢٠٢٣/٢٠٢٢

٢/١٠٢٠

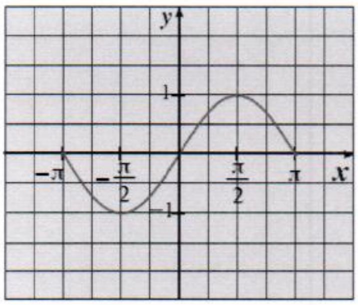
H.L.

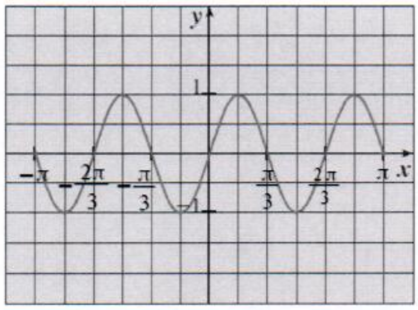
التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب ، جيب التمام ، الظل)

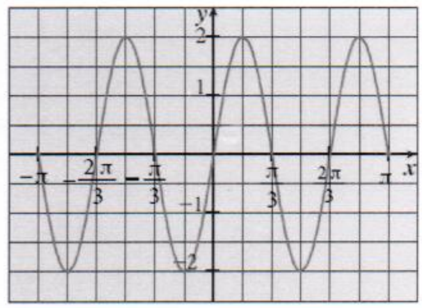
الدوال الجيبية Sine Functions

تسمّى الدالة على الصورة $y = a\sin bx$ **دالة الجيب** والدالة على الصورة $y = a\cos bx$ **دالة جيب التمام** حيث $a \neq 0\ ,\ b \neq 0$ وكل منها دالة دورية.

تمثل الأشكال التالية بيانات بعض دوال الجيب:


$y = \sin x$
شكل (1)


$y = \sin 3x$
شكل (2)


$y = 2\sin 3x$
شكل (3)

① تسمى $|a|$ سعة الدالة الجيبية. ② $|b|$ تمثل عدد الدورات في الفترة $[0\ ,2\pi]$ ③ $\frac{2\pi}{|b|}$ تمثل دورة الدالة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 46 رقم 1 : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

ⓐ $y = -2\cos 5x$

$y = a\cos bx$

$a = -2\ ,\ b = 5$

سعة الدالة $= |a|$

$\therefore |a| = |-2| = 2$

دورة الدالة : $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|5|} = \frac{2\pi}{5}$

ⓑ $y = \frac{1}{2}\cos(-x)$

$y = a\cos bx$

$a = \frac{1}{2}\ ,\ b = -1$

سعة الدالة : $|a|$

$\therefore |a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

دورة الدالة : $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

كتاب الطالب مثال صـ 45 رقم 1 : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:

ⓐ $y = 2\cos x$

$y = a\cos bx$

$a = 2\ ,\ b = 1$

سعة الدالة : $|a|$

$|a| = |2| = 2$

دورة الدالة : $\frac{2\pi}{|b|}$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

ⓑ $y = -5\cos\frac{x}{3}$

$y = a\cos bx$

$a = -5\ ,\ b = \frac{1}{3}$

سعة الدالة : $|a|$

$\therefore |a| = |-5| = 5$

دورة الدالة : $\frac{2\pi}{|b|}$

$\therefore \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{3}|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 46 رقم 2 :

اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\cos bx$ إذا كانت:

ⓐ الدورة هي $\frac{\pi}{3}$ ، $a = -2$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3}$

$|b| = 6 \rightarrow b = 6$ أو $b = -6$

$\because a = -2$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = -2\cos 6x$ أو $y = -2\cos(-6x)$

ⓑ الدورة هي π ، $a = 0.25$

$\frac{2\pi}{|b|} = \pi$

$|b| = 2 \rightarrow b = 2$ أو $b = -2$

$\because a = 0.25$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = 0.25\cos 2$ أو $y = 0.25\cos(-2x)$

ⓒ الدورة هي 2 ، $a = 1$

$\frac{2\pi}{|b|} = 2$

$|b| = \pi \rightarrow b = \pi$ أو $b = -\pi$

$\because a = 1$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = \cos(\pi x)$ أو $y = \cos(-\pi x)$

كتاب الطالب مثال صـ 46 رقم 2 :

اكتب معادلة الدالة على الصورة $y = a\sin bx$ إذا كانت:

ⓐ الدورة هي $\frac{\pi}{2}$ ، $a = 3$

$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2}$

$\therefore |b| = 4 \rightarrow b = 4 , b = -4$

$\because a = 3$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = 3\sin 4x$ أو $y = 3\sin(-4x)$

ⓑ الدورة هي 2π ، $a = -\frac{1}{2}$

$\frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

$\therefore |b| = 1 \rightarrow b = 1$ أو $b = -1$

$\because a = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = -\frac{1}{2}\sin x$ أو $y = -\frac{1}{2}\sin(-x)$

ⓒ الدورة هي 3 ، $a = 1.5$

$\frac{2\pi}{|b|} = 3$

$\therefore |b| = \frac{2\pi}{3} \rightarrow b = \frac{2\pi}{3}$ أو $b = \frac{-2\pi}{3}$

$\because a = 1.5$

$\therefore$ معادلة الدالة هي :

$y = 1.5\sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$ أو $y = 1.5\sin\left(\frac{-2\pi}{3}x\right)$

التمثيل البياني لدالة الجيب

H.L.

التمثيل البياني للدوال المثلثية :

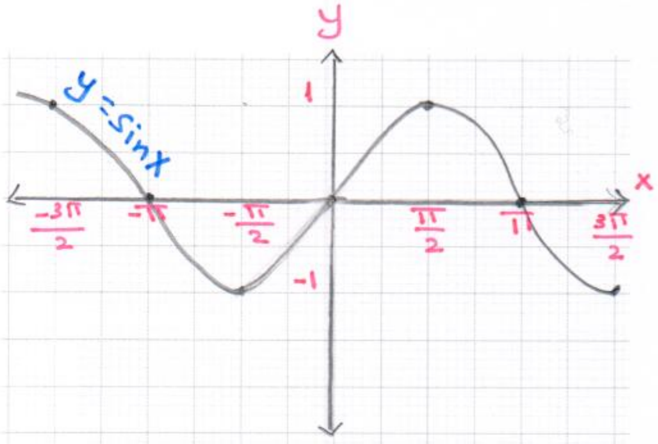
أولا : دالة الجيب

هي دالة مثلثية مجالها $\mathbb{R}$ ومداها $[-1,1]$، ودالة الجيب هي دالة دورية ذات دورة 2π

للحصول على التمثيل البياني لِـ $y = \sin x$ في دورة واحدة، تقسم الدورة الواحدة إلى أرباع، ثم نكوّن الجدول في الفترة $[0, 2\pi]$ كالتالي:

$y = sinx$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sinx	0	1	0	-1	0



من بيان دالة الجيب نلاحظ:

1. لأي عدد صحيح n فإن $\sin(n\pi) = 0$
2. لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \sin x$ قيمة عظمى تساوي (1) عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ وقيمة صغرى تساوي (-1) عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$
3. دالة الجيب دالة فردية لأن: $\sin(-x) = -\sin x, \forall x \in \mathbb{R}$
4. منحنى الدالة متناظر حول نقطة الأصل.
5. سعة الدالة هي: $\frac{\max f - \min f}{2}$

$a = 1 \quad , b = 1$

السعة : $|a| = |1| = 1$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 48 رقم 3 :

$y = a\sin bx$

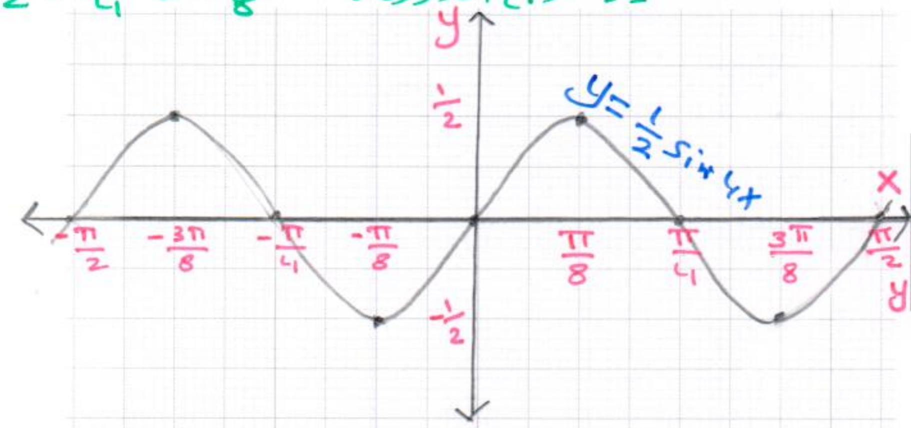
أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

a) $y = \frac{1}{2} \sin 4x$

السعة : $|a| = |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{8}$



$+\frac{\pi}{8}$ $+\frac{\pi}{8}$ $+\frac{\pi}{8}$ $+\frac{\pi}{8}$

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
4x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin 4x	0	1	0	-1	0
$y=\frac{1}{2}\sin 4x$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0

تابع التمثيل البياني لدالة الجيب

H.L.

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 48 رقم 3 : أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان كل من:

(b) $y = -4\sin x \ , \ x \in [-\pi \ , \ 2\pi]$

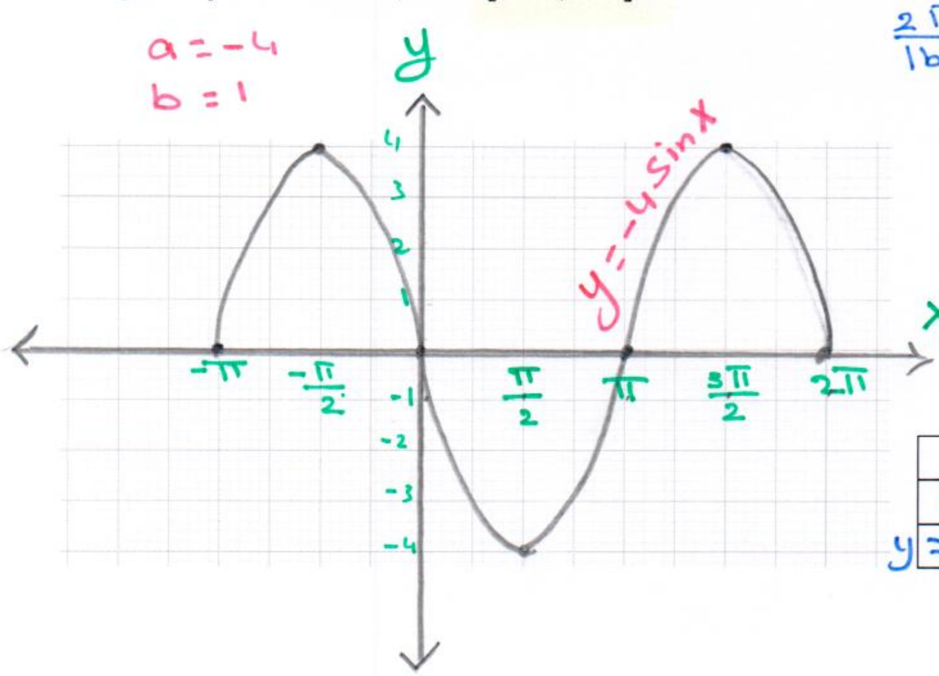
$a = -4$
$b = 1$

السعة : $|a| = |-4| = 4$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

∴ ربع الدورة :

$\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$y = -4\sin x$	0	-4	0	4	0

تابع كتاب الطالب مثال صـ 47 رقم 3 :

أوجد السعة و الدورة للدالة . ثم ارسم بيان الدالة

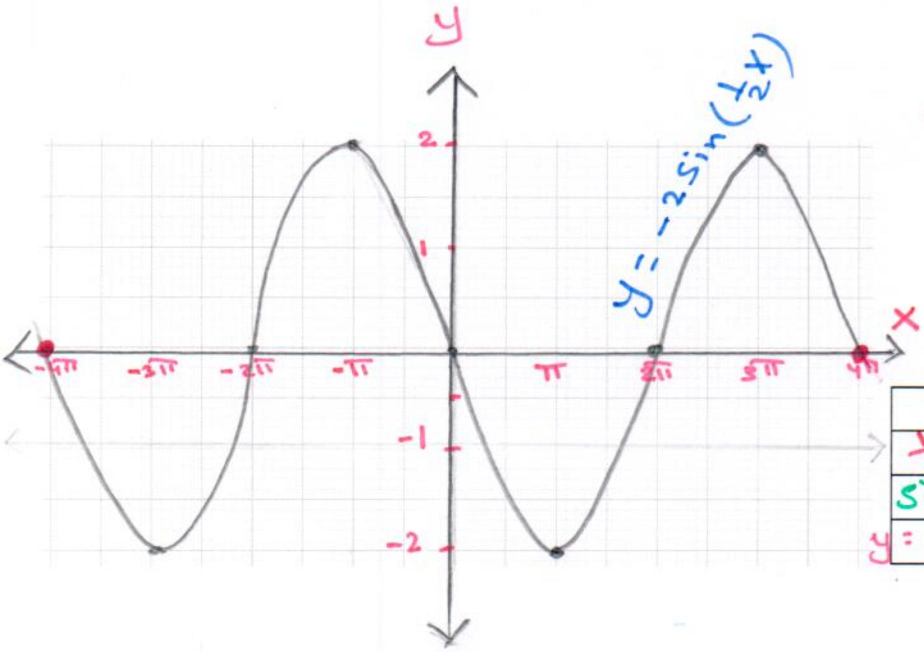
(b) $y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) \ , \ -4\pi \le x \le 4\pi$

$a = -2 \ , \ b = \frac{1}{2}$

السعة : $|a| = |-2| = 2$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$

∴ ربع الدورة : $4\pi \times \frac{1}{4} = \pi$



x	0	π	2π	3π	4π
$\frac{1}{2}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(\frac{1}{2}x)$	0	1	0	-1	0
$y = -2\sin(\frac{1}{2}x)$	0	-2	0	2	0

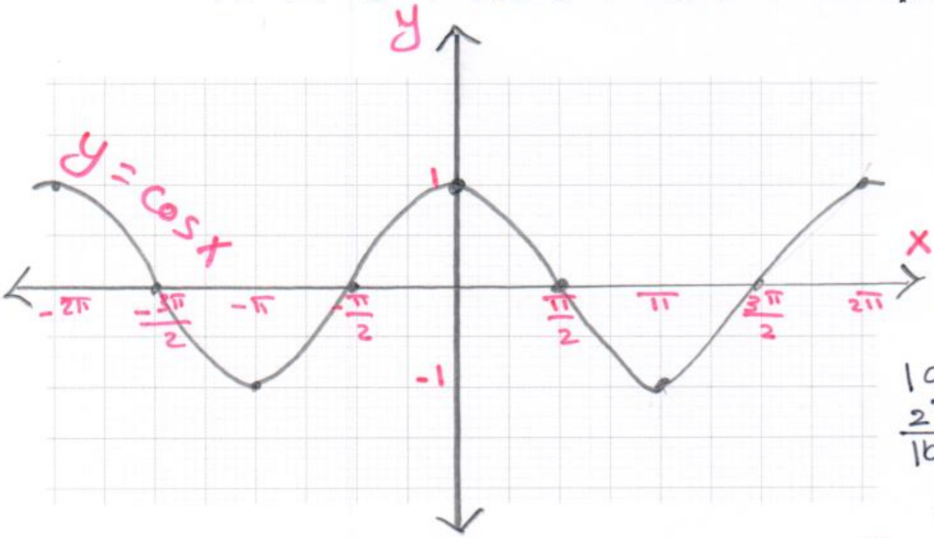
$+\pi \quad +\pi \quad +\pi \quad +\pi$

التمثيل البياني لدالة جيب التمام

H.L.

دالة جيب التمام :

مجال دالة جيب التمام $y = \cos x$، هو أيضًا $\mathbb{R}$ ومداها هو $[-1,1]$، وهي دالة دورية ذات دورة 2π
ونستطيع الحصول على التمثيل البياني للدالة $y = \cos x$ على مجالها عن طريق رسمها على الفترة $[0,2\pi]$



$y = cosx$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cosx	1	0	-1	0	1

$a = 1 \ , \ b = 1$

السعة: $|a| = |1| = 1$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{1}{4} \times 2\pi = \frac{\pi}{2}$

من بيان دالة جيب التمام نلاحظ أن:

1. لأي عدد صحيح n فإن $\cos\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = 0$
2. لأي عدد صحيح n فإن للدالة $f(x) = \cos x$ قيمة عظمى تساوي (1) عند $x = 2n\pi$ وقيمة صغرى تساوي (-1) عند $x = \pi + 2n\pi$
3. دالة جيب التمام دالة زوجية لأن: $x \in \mathbb{R}$, $\cos(-x) = \cos x$
4. محور الصادات هو خط تناظر لمنحنى الدالة.
5. سعة الدالة هي: $a = \frac{\max f - \min f}{2}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 49 رقم 4 : **أوجد السعة والدورة، ثم ارسم بيان الدالة:**

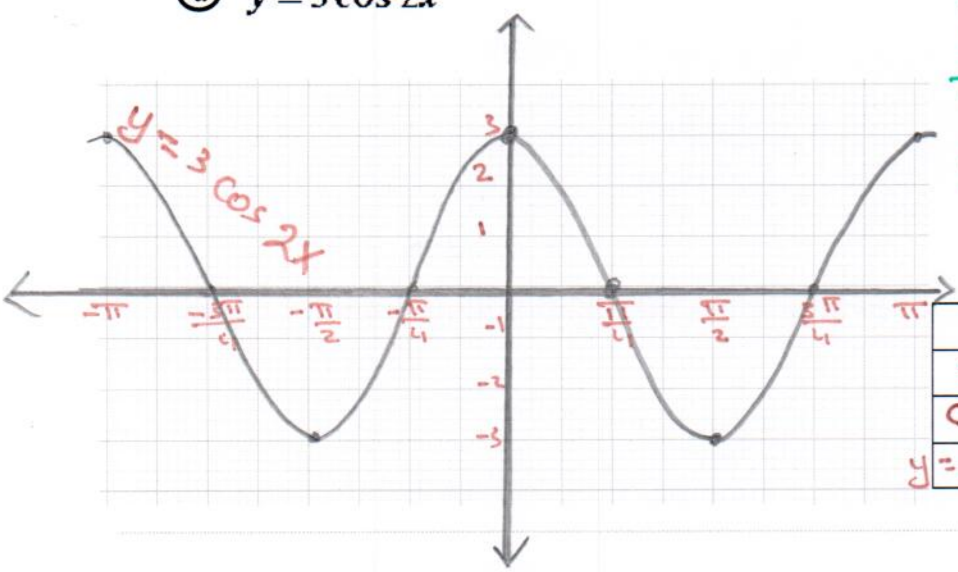
ⓐ $y = 3\cos 2x$

$a = 3 \ , \ b = 2$

السعة: $|a| = |3| = 3$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4}$



X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2X	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Cos(2x)	1	0	-1	0	1
y = 3cos(2x)	3	0	-3	0	3

H.L.

تابع التمثيل البياني لدالة جيب التمام

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 49 رقم 4 : أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان الدالة:

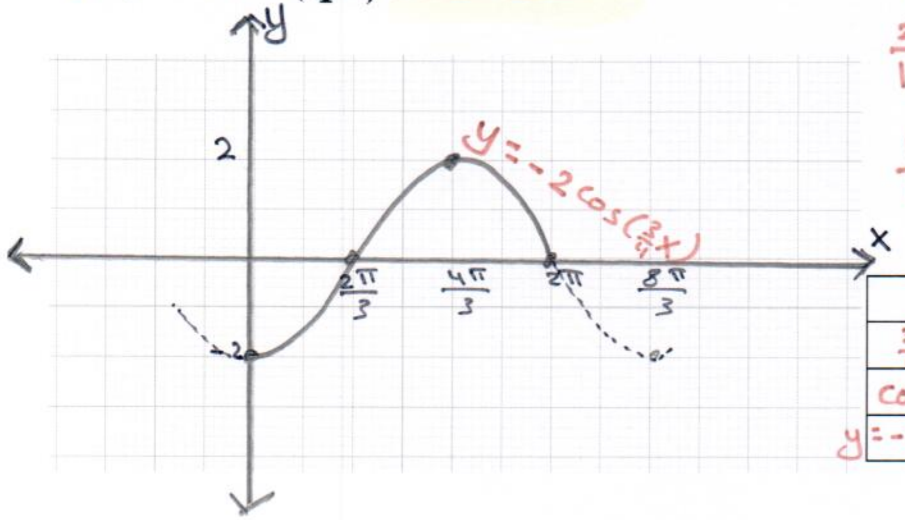
ⓑ $y = -2\cos\left(\frac{3}{4}x\right)$, $0 \le x \le 2\pi$

$a = -2$, $b = \frac{3}{4}$

السعة: $|a| = |-2| = 2$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{3}{4}|} = \frac{8}{3}\pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{2\pi}{3}$



x	0	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	2π	$\frac{8\pi}{3}$
$\frac{3}{4}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos(\frac{3}{4}x)$	1	0	-1	0	1
$y = -2\cos(\frac{3}{4}x)$	-2	0	2	0	-2

كتاب الطالب مثال صـ 49 رقم 4 : أوجد السعة والدورة، ثم ارسم بيان الدالة:

ⓑ $y = -5\cos\left(\frac{2}{3}x\right)$, $x \in [-3\pi\ ,\ 3\pi]$

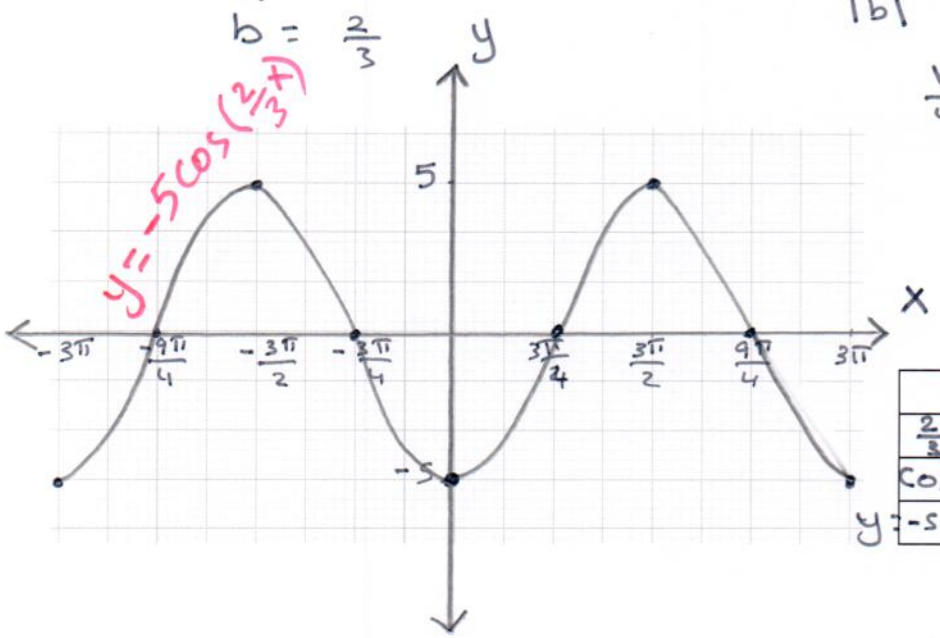
$a = -5$

$b = \frac{2}{3}$

السعة: $|a| = |-5| = 5$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\frac{2}{3}|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$

ربع الدورة: $\frac{1}{4} \times 3\pi = \frac{3\pi}{4}$



x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2}{3}x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos(\frac{2}{3}x)$	1	0	-1	0	1
$y = -5\cos(\frac{2}{3}x)$	-5	0	5	0	-5

التمثيل البياني لدالة الظل

H.L.

ثالثا دالة الظل : هي الدالة المثلثية على الصورة $y = \tan x$ وتكتب:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \ : \ \cos x \neq 0$$

مجالها: $D = \mathbb{R} - \left\{x : x = \frac{\pi}{2} + n\pi \ , \ n \in \mathbb{Z}\right\}$

ومداها: $\mathbb{R}$

وهي دالة دورية ذات دورة π

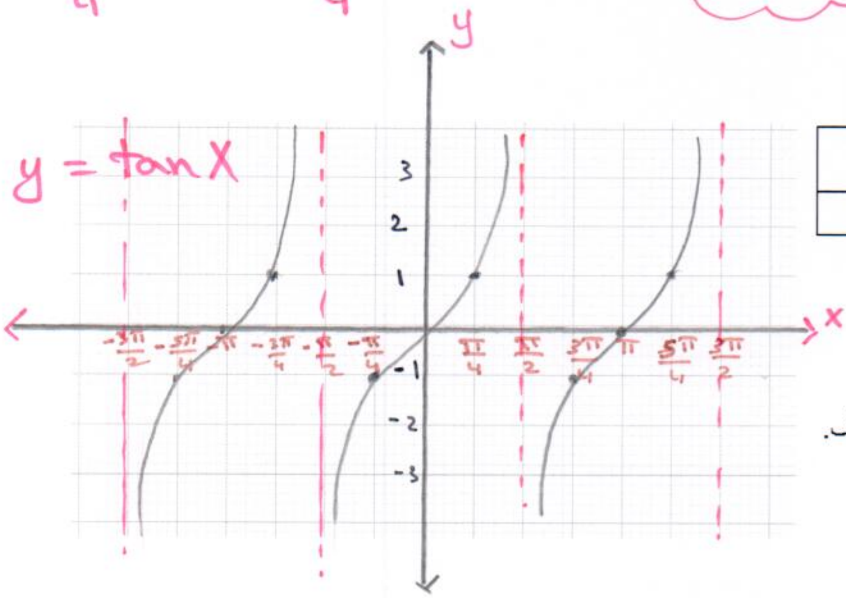
$b = 1$

الدورة : $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4}$

وللحصول على التمثيل البياني لـ: $y = \tan x$

في دورة واحدة $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$



x	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
tanx	غير معرف	−1	0	1	غير معرف

من بيان دالة الظل نلاحظ أن دالة الظل:

1. ليس لها سعة.
2. لأي عدد صحيح n فإن $\tan(n\pi) = 0$
3. لأي عدد صحيح n فإن $\tan\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)$ غير معرف.
   وتسمى المستقيمات $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$ محاذيات رأسية لبيان الدالة $y = \tan x$
4. دالة فردية لأن: $\tan(-x) = -\tan x \ , \ x \in D$
5. منحناها متناظر حول نقطة الأصل.

وبصفة عامة: الدالة $y = a \tan bx$،

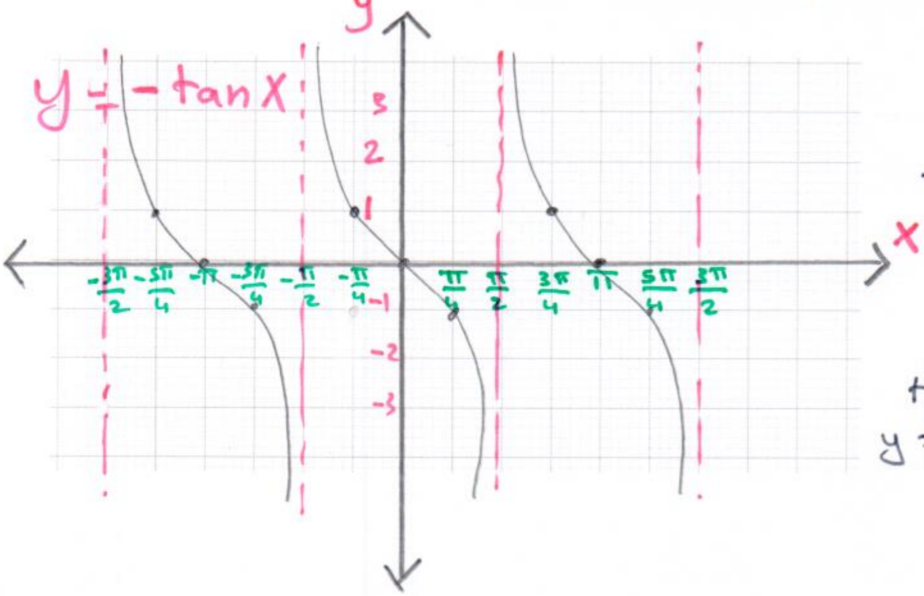
دورتها: $\frac{\pi}{|b|}$ وتكرر نفسها في الفترة $\left(\frac{-\pi}{2b} \ , \ \frac{\pi}{2b}\right)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 51 رقم 5 : أوجد الدورة، ثم ارسم بيان الدالة: ⓐ $y = -\tan x$

$b = 1$

الدورة : $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4}$



X	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
tanX	غير معرف	−1	0	1	غير معرف
y = −tanx	غير معرف	1	0	−1	غير معرف

تابع التمثيل البياني لدالة الظل

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 51 رقم 5 :

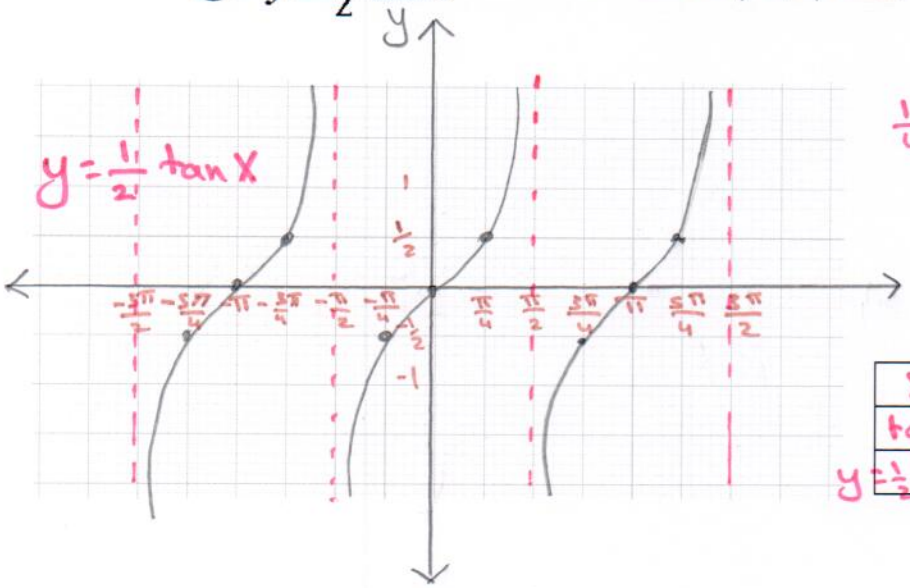
أوجد الدورة، ثم ارسم بيان الدالة:

ⓑ $y = \frac{1}{2}\tan x$

$b = 1$

الدورة: $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|1|} = \pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4}$



x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan x$	غير معرف	-1	0	1	غير معرف
$y = \frac{1}{2}\tan x$	غير معرف	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	غير معرف

خصائص الدوال المثلثية باعتبار $n \in \mathbb{Z}$

الخاصية	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
الدورة	2π	2π	π
المجال	$(-\infty , \infty)$	$(-\infty , \infty)$	$\mathbb{R} - \left\{x , x = \frac{\pi}{2} + n\pi\right\}$
المدى	$[-1 , 1]$	$[-1 , 1]$	$(-\infty , \infty)$
الأصفار	$x = n\pi$	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi$	$x = n\pi$
زوجية أو فردية	فردية	زوجية	فردية

صـ 20

H.L.

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (7–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) معادلة الدالة المثلثية $y = a\sin(b\theta)$ حيث السعة 5 والدورة 3π هي $y = 5\sin\left(\frac{2}{3}\theta\right)$ — (a) (b)

$b = \frac{2}{3}$ أو $b = \frac{-2}{3}$

الدالة لها أكثر من معادلة

(2) الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 يمكن أن تكون $y = 3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$ — (a) (b)

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4$

$b = 4$ أو $b = -4$

(3) الدالة $y = 3\tan\left(\frac{3}{4}x\right)$ دورتها $\frac{4}{3}\pi$ — (a) (b)

الدورة: $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{\left|\frac{3}{4}\right|} = \frac{\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}\pi$

(5) سعة الدالة $y = -5\cos 2x$ هي -5 — (a) (b) ← لا يمكن أن تكون السعة سالبة القيمة

السعة: $|a| = |-5| = 5$

(6) في الدالة f حيث $f(x) = a\cos bx$ يكون: $2|a| = \max f + \min f$ — (a) (b)

سعة الدالة: $|a| = \frac{\max f - \min f}{2} \rightarrow 2|a| = \max f - \min f$

(7) الدالتان f, g حيث $g(x) = \tan 4x$ ، $f(x) = \cos 8x$ لهما نفس الدورة. — (a) (b)

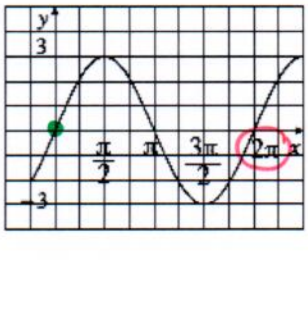
الدورة: $\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|4|} = \frac{\pi}{4}$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|8|} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

لهما نفس الدورة

في التمارين (17–8)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(8) البيان التالي يمثل بيان الدالة:



(a) $f(x) = 3\cos x$ (b) $f(x) = 3\sin x$

(c) $f(x) = -3\sin x$ (d) $f(x) = \sin 3x$

∴ cos ✗ المنحنى يمر بنقطة الأصل ← ليست دالة جيب تمام

سالبة ∴ منحنى الدالة يبدأ من الأسفل وليس من الأعلى

السعة = 1 والدورة ≠ 2π

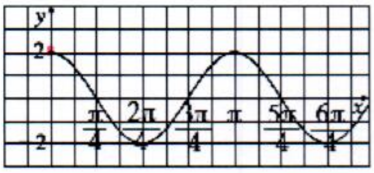
(9) لتكن $f(x) = 3\tan 2x$ فإن:

(a) السعة = 1 (b) السعة = 2 (c) السعة = 3 (d) f ليس لها سعة

تابع التمثيل البياني لدالة الظل – البنود الموضوعية

(10) ليكن بيان f كما في الشكل التالي:

سعة الدالة = 2

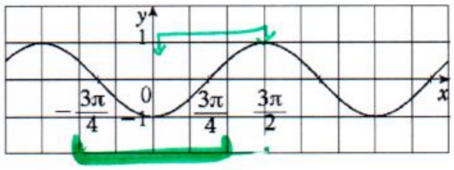


فإن f يمكن أن تكون:

a $2\cos 2x$ **b** $\cos 2x$ **c** $\cos \frac{x}{2}$ **d** $\sin 2x$

السعة: $2 = |2| = |a|$

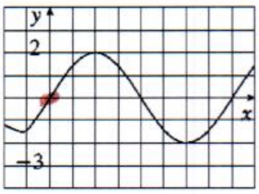
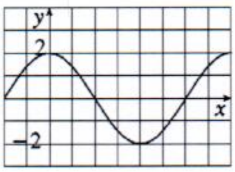
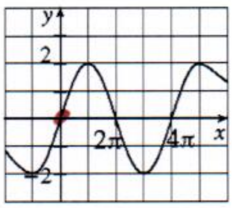
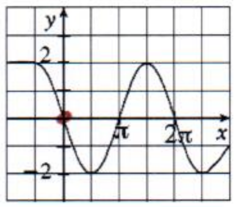
(11) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي:



حساب نصف الدورة
$0 \to \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} - 0 = \frac{3\pi}{2}$
$\frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{2}$
$2 \times \frac{3\pi}{2} = 3\pi$ = الدورة

a π **b** 2π **c** 3π **d** $\frac{6\pi}{4}$

(12) لتكن الدالة g حيث: $g(x) = a \sin bx$ فإن بيان g لا يمكن أن يكون:

a  **b**  **c**  **d** 

المنحنى يجب أن يمر بنقطة الأصل

(17) في الدالة المثلثية $y = -2\sin\left(\frac{3}{5}x\right)$ السعة والدورة هما:

a $-2 , \frac{3\pi}{5}$ **b** $2 , \frac{10\pi}{3}$

c $2 , \frac{3\pi}{5}$ **d** $2 , \frac{2\pi}{15}$

السعة: $|a| = |-2| = 2$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{3}{5}\right|} = \frac{10\pi}{3}$

كراسة التمارين صـ ٢٠ : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

H.L.

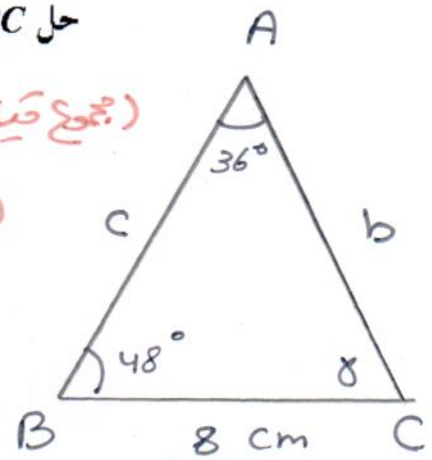
قانون الجيب

قانون الجيب

في أي مثلث ABC: $\dfrac{\sin\alpha}{a}=\dfrac{\sin\beta}{b}=\dfrac{\sin\gamma}{c}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 64 رقم 1 :

حل ΔABC حيث: $\alpha = 36°$, $\beta = 48°$, $a = 8\text{ cm}$



$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\gamma = 180° - 36° - 48°$

$= 96°$

(مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180°$)

$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\dfrac{\sin 36°}{8} = \dfrac{\sin 48°}{b} = \dfrac{\sin 96°}{c}$

$\dfrac{\sin 36°}{8} = \dfrac{\sin 48°}{b}$

$\therefore b = \dfrac{8 \times \sin 48°}{\sin 36°}$

$b = 10.114\text{ cm}$

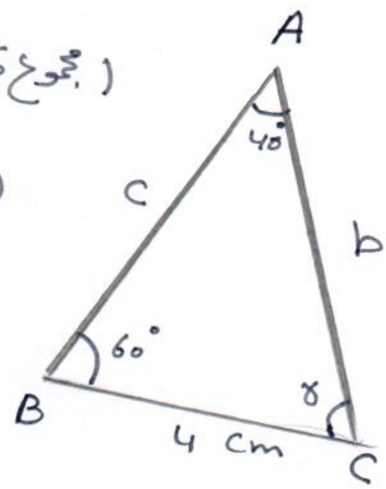
$\dfrac{\sin 36°}{8} = \dfrac{\sin 96°}{c}$

$\therefore c = \dfrac{8 \times \sin 96°}{\sin 36°}$

$c = 15.535\text{ cm}$

كتاب الطالب مثال صـ 64 رقم 1 :

حل ΔABC حيث: $\alpha = 40°$, $\beta = 60°$, $a = 4\text{ cm}$



$\gamma = 180° - \alpha - \beta$

$\gamma = 180° - 40° - 60°$

$= 80°$

(مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180°$)

$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\dfrac{\sin 40°}{4} = \dfrac{\sin 60°}{b} = \dfrac{\sin 80°}{c}$

$\dfrac{\sin 40°}{4} = \dfrac{\sin 60°}{b}$

$\therefore b = \dfrac{4 \times \sin 60°}{\sin 40°}$

$b = 5.389\text{ cm}$

$\dfrac{\sin 40°}{4} = \dfrac{\sin 80°}{c}$

$\therefore c = \dfrac{4 \times \sin 80°}{\sin 40°}$

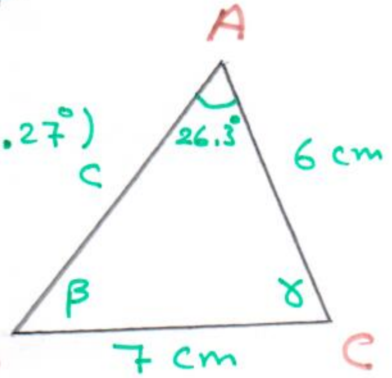
$c = 6.128\text{ cm}$

H.L.

تابع قانون الجيب

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 66 رقم 2 :

حل ΔABC حيث: $a = 7\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$, $\alpha = 26.3^\circ$



$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin\beta}{6} = \frac{\sin\gamma}{c}$

$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin\beta}{6}$

$\therefore \sin\beta = \frac{6 \times \sin 26.3^\circ}{7}$

$\sin\beta = 0.379$ $\quad 0^\circ < \beta < 180^\circ$

$\therefore \beta_1 = 22.27^\circ$ مقبولة

$\beta_2 = 180^\circ - 22.27^\circ = 157.73^\circ$ مرفوضة

$\alpha + \beta_2 = 26.3^\circ + 157.73^\circ = 184.03^\circ$ (أكبر من 180°)

$\gamma = 180^\circ - (26.3^\circ + 22.27^\circ) = 131.43^\circ$

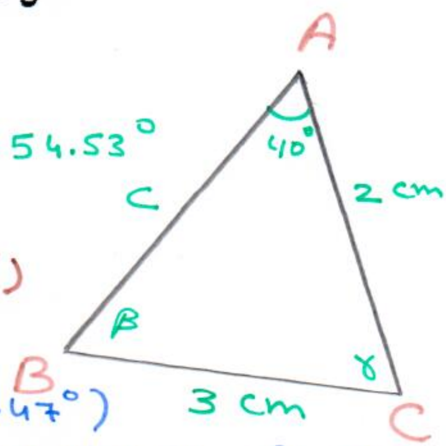
$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.43^\circ}{c}$

$\therefore c = \frac{7 \times \sin 131.43^\circ}{\sin 26.3^\circ}$

$c = 11.845$ cm

كتاب مثال أن تحل صـ 66 رقم 2 :

حل ΔABC حيث: $a = 3\text{ cm}$, $b = 2\text{ cm}$, $\alpha = 40^\circ$



$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin\beta}{2} = \frac{\sin\gamma}{c}$

$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin\beta}{2}$

$\therefore \sin\beta = \frac{2 \times \sin 40^\circ}{3}$

$\sin\beta = 0.428 \simeq 0.43$

$0^\circ < \beta < 180^\circ$

$\therefore \beta_1 = 25.47^\circ$ مقبولة

$\beta_2 = 180^\circ - 25.47^\circ = 154.53^\circ$ مرفوضة

$\alpha + \beta_2 = 40 + 154.53^\circ = 194.53^\circ$ (أكبر من 180°)

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 25.47^\circ) = 114.53^\circ$ (مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180^\circ$)

$\frac{\sin 40^\circ}{3} = \frac{\sin 114.53^\circ}{c}$

$\therefore c = \frac{3 \times \sin 114.53^\circ}{\sin 40^\circ}$

$c = 4.24$ cm

H.L.

تابع قانون الجيب

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 67 رقم 3 :

حل ΔABC حيث: $a = 6\text{ cm}$, $b = 7\text{ cm}$, $\alpha = 45^\circ$

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin\beta}{7}$

$\therefore \sin\beta = \frac{7\times\sin 45^\circ}{6}$

$\sin\beta = 0.825$, $\sin\beta > 0$

$\therefore \beta_1 = 55.59^\circ$; $\beta_2 = 180^\circ - 55.59^\circ$

$\beta_2 = 124.41^\circ$

$\alpha + \beta_1 = 45^\circ + 55.59^\circ = 100.59^\circ$

$\alpha + \beta_2 = 45^\circ + 124.41^\circ = 169.41^\circ$

$\therefore$ لكل من قيمتي β نحصل على:

$\alpha + \beta < 180^\circ$

$\therefore$ يوجد مثلثان يحققان المعطى

$\gamma = 180 - (\alpha+\beta)$

$\gamma_1 = 180^\circ - 100.59^\circ = 79.41^\circ$

$\gamma_2 = 180^\circ - 169.41^\circ = 10.59^\circ$

في المثلث الأول

$\frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin 79.41^\circ}{c_1}$

$\therefore c_1 = \frac{6\times\sin 79.41^\circ}{\sin 45^\circ}$

$c_1 = 8.34$ cm

في المثلث الثاني

$\frac{\sin 45^\circ}{6} = \frac{\sin 10.59^\circ}{c_2}$

$c_2 = \frac{6\times\sin 10.59^\circ}{\sin 45^\circ}$

$c_2 = 1.59$ cm

كتاب مثال أن تحل صـ 67 رقم 3 :

حل ΔABC حيث: $a = 5\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $\alpha = 30^\circ$

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (قانون الجيب)

$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin\beta}{8}$

$\sin\beta = \frac{8\times\sin 30^\circ}{5}$

$\sin\beta = 0.8$, $\sin\beta > 0$

$\therefore \beta_1 = 53.13^\circ$

$\beta_2 = 180^\circ - 53.13^\circ$
$= 126.87^\circ$

$\alpha + \beta_1 = 30^\circ + 53.13^\circ = 83.13^\circ$

$\alpha + \beta_2 = 30^\circ + 126.87^\circ = 156.87^\circ$

لكل من قيمتي β نحصل على: $\alpha + \beta < 180^\circ$

$\therefore$ يوجد مثلثان يحققان المعطى

ويوجد قيمتان للزاوية γ

$\gamma = 180 - (\alpha+\beta)$

$\gamma_1 = 180^\circ - 83.13^\circ = 96.87^\circ$

$\gamma_2 = 180^\circ - 156.87^\circ = 23.13^\circ$

في المثلث الأول:

$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin 96.87^\circ}{c_1}$

$\therefore c_1 = \frac{5\times\sin 96.87^\circ}{\sin 30^\circ}$

$c_1 = 9.93$ cm

في المثلث الثاني:

$\frac{\sin 30^\circ}{5} = \frac{\sin 23.13^\circ}{c_2}$

$\therefore c_2 = \frac{5\times\sin 23.13^\circ}{\sin 30^\circ}$

$c_2 = 3.93$ cm

الإجابات بالتفصيل في الصفحات التالية

H.L.

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–3)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 100^\circ$, $m(\widehat{B}) = 30^\circ$, $BC = 20\,cm$ فإنّ: $AC = 10.154\,cm$ (a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{B}) = 80^\circ$, $AB = 12\,cm$, $AC = 16\,cm$ فإنّ: $m(\widehat{C}) = 50^\circ$ (a) (b)

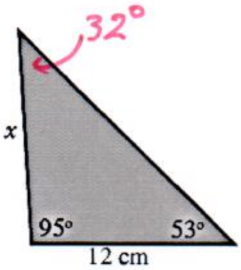
(3) في كل مثلث ABC يكون: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{\sin\gamma}{c}$ (a) (b)

في التمارين (4–9)، ظلّل رمز الدائرة الدالّ على الإجابة الصحيحة.

(4) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 80^\circ$, $m(\widehat{B}) = 40^\circ$, $AC = 10\,cm$ فإنّ طولي $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ يساويان:

(a) 7.43 cm , 15.32 cm
(b) 6.53 cm , 13.47 cm
(c) 13.47 cm , 15.32 cm
(d) 7.43 cm , 6.53 cm

(5) في المثلث المقابل، x تساوي حوالي:



(a) 8.6 cm
(b) 15 cm
(c) 18.1 cm
(d) 19.2 cm

(6) مثلث قياسات زواياه: $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$، طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm
طول أطول ضلع حوالي:

(a) 11 cm
(b) 11.5 cm
(c) 12 cm
(d) 12.5 cm

(7) القياسات المعطاة في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 56^\circ$, $AC = 23\,cm$, $AB = 19\,cm$، طول $\overline{BC}$ يساوي:

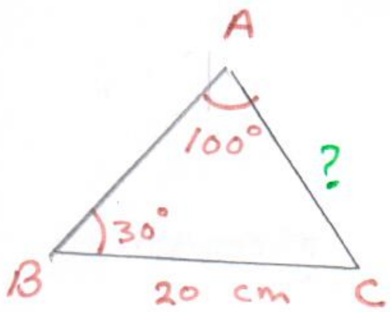
(a) 12 cm
(b) 18 cm
(c) 19 cm
(d) لا يمكن استخدام قانون الجيب

كراسة التمارين صـ 26 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9

H.L.

(1)



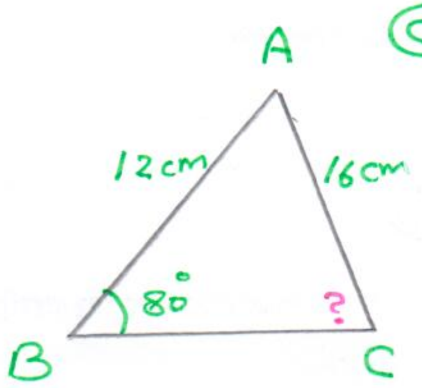
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$$

$$\frac{\sin 100^\circ}{20} = \frac{\sin 30^\circ}{c}$$

$$c = \frac{20 \times \sin 30^\circ}{\sin 100^\circ}$$

$$\boxed{c = 10.154 \text{ cm}}$$

(C)



$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{16} = \frac{\sin\gamma}{12}$$

$$\sin\gamma = \frac{12 \times \sin 80^\circ}{16}$$

$$\sin\gamma = 0.739$$

$$\boxed{\therefore \gamma = 47.65^\circ}$$

(٢)

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

وبالتالي:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

H.L.

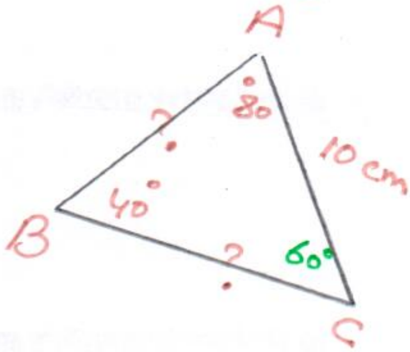
$$\frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 40^\circ}{10} = \frac{\sin 60^\circ}{c}$$

$$c = \frac{10 \times \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} = 13.47 \text{ cm}$$

$\overline{AB}$

(ε)



$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$$

$$\frac{\sin 80^\circ}{a} = \frac{\sin 40^\circ}{10}$$

$$a = \frac{10 \times \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ}$$

$$a = 15.32 \text{ cm}$$

$\overline{BC}$

(σ)

$$\frac{\sin 32^\circ}{12} = \frac{\sin 53^\circ}{X}$$

$$X = \frac{12 \times \sin 53^\circ}{\sin 32^\circ}$$

$$X = 18.085 \text{ cm}$$

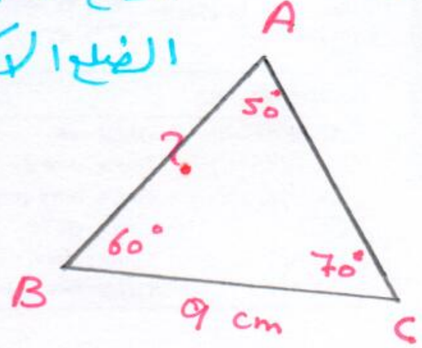
$$X \approx 18.1 \text{ cm}$$

H.L.

٦

الضلع الأصغر مقابل الزاوية الأصغر

الضلع الأكبر مقابل الزاوية الأكبر



$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

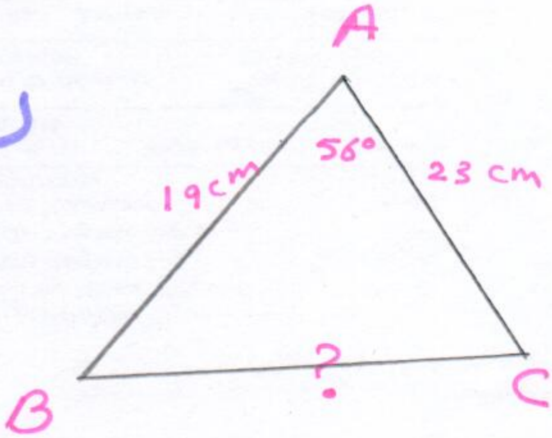
$$\frac{\sin 50^\circ}{9} = \frac{\sin 70^\circ}{c}$$

$$c = \frac{9 \times \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$$

$$c = 11.04$$

$$c \simeq 11 \text{ cm}$$

٧



لا يمكن استخدام قانون الجيب

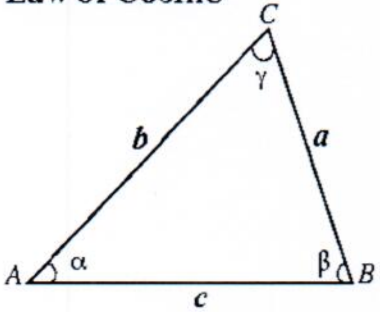
المعطيات غير كافية

H.L.

Law of Cosine

قانون جيب التمام

في ΔABC

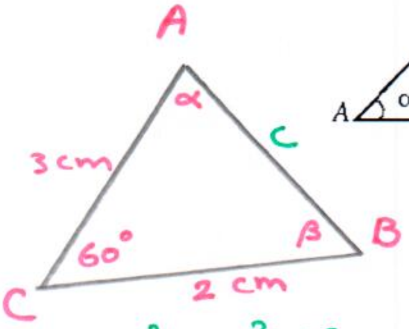


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

كتاب الطالب مثال صـ 71 رقم 1 :



حل ΔABC حيث: $a = 2\text{ cm}$, $b = 3\text{ cm}$, $\gamma = 60°$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$= 2^2 + 3^2 - 2\times2\times3\cos60°$

$= 13 - 12\times\frac{1}{2} = 7$

$\therefore c = \sqrt{7}$ cm

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$= \dfrac{3^2 + (\sqrt{7})^2 - 2^2}{2\times3\times\sqrt{7}}$

$= \dfrac{12}{6\sqrt{7}}$

$= 0.755$

$\therefore \alpha = 40.97°$

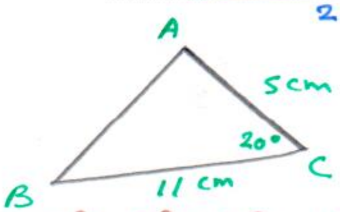
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$

$\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$= \dfrac{2^2 + (\sqrt{7})^2 - 3^2}{2\times2\times\sqrt{7}} = 0.188$

$\therefore \beta = 79.16°$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 72 رقم 1 :



حل ΔABC حيث: $a = 11\text{ cm}$, $b = 5\text{ cm}$, $\gamma = 20°$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

$c^2 = (11)^2 + 5^2 - 2\times11\times5\cos20°$

$= 121 + 25 - 103.37$

$= 42.63$

$\therefore c = \sqrt{42.63}$

$= 6.53$ cm

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\therefore \cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\cos\alpha = \dfrac{5^2 + (6.53)^2 - (11)^2}{2\times5\times6.53}$

$\cos\alpha = -0.817$

$\therefore \alpha = 144.78°$

$\beta = 180° - \gamma - \alpha$

$\beta = 180° - 20° - 144.78°)$

$= 15.22°$

(مجموع قياسات زوايا المثلث $= 180°$)

تابع قانون جيب التمام

كتاب الطالب مثال صـ 72 رقم 2 :

حل ΔABC حيث: $a = 4\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 6\,\text{cm}$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{4^2 + 6^2 - 3^2}{2 \times 4 \times 6}$$

$$= \frac{43}{48} = 0.895$$

$$\beta = 26.4^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{3^2 + 6^2 - 4^2}{2 \times 3 \times 6}$$

$$= \frac{29}{36} = 0.805$$

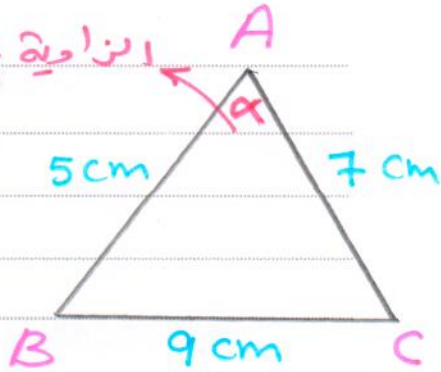
$$\alpha = 36.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

$$= 180^\circ - 36.4^\circ - 26.4^\circ = 117.2^\circ$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 72 رقم 2 : في ΔABC حيث: $a = 9\,\text{cm}$, $b = 7\,\text{cm}$, $c = 5\,\text{cm}$

أوجد قياس الزاوية الأكبر. ← التي تقابل الضلع الأكبر



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{7^2 + 5^2 - 9^2}{2 \times 7 \times 5}$$

$$= -0.1$$

$$\therefore \alpha = 95.74^\circ$$

$\therefore$ قياس الزاوية الأكبر $= 95.74^\circ$

الإجابات بالتفصيل في الصفحات التالية

H.L.

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) في المثلث ABC: $AB = 24\,\text{cm}$, $AC = 19\,\text{cm}$, $BC = 27\,\text{cm}$ فإنّ: $m(\widehat{A}) \approx 76.82^\circ$ — (a) (b)

(2) في المثلث ABC: $m(\widehat{A}) = 60^\circ$, $BC = 44\,\text{cm}$, $AB = 20\,\text{cm}$ فإنّ: $AC \approx 50.5\,\text{cm}$ — (a) (b)

(3) في المثلث ABC: $b^2 + c^2 < 2bc\cos A$ — لا يمكن أن تكون a^2 سالبة القيمة — (a) (b)

(4) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي $5\,\text{cm}, 8\,\text{cm}, 12\,\text{cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في هذا المثلث يساوي حوالى 133.4° — (a) (b)

التي تقع مقابل الضلع الأكبر

في التمارين (10–5)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المثلث ABC : $m(\widehat{C}) = 60^\circ$, $AC = 10\,\text{cm}$, $BC = 20\,\text{cm}$ فإن طول $\overline{AB}$ يساوي:

(a) $AB = 10\sqrt{7}\,\text{cm}$ (b) $AB = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$ (c) $AB = 12.4\,\text{cm}$ (d) $AB = 29\,\text{cm}$

(6) في المثلث ABC : $m(\widehat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30\,\text{cm}$, $AC = 40\,\text{cm}$ فإنّ طول $\overline{BC}$ يساوي:

(a) $BC \approx 60.8\,\text{cm}$ (b) $BC \approx 36\,\text{cm}$ (c) $BC \approx 68\,\text{cm}$ (d) $BC \approx 21\,\text{cm}$

(7) إذا كان $BC = 25\,\text{cm}$, $AC = 17\,\text{cm}$, $AB = 12\,\text{cm}$ فإنّ قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي حوالى:

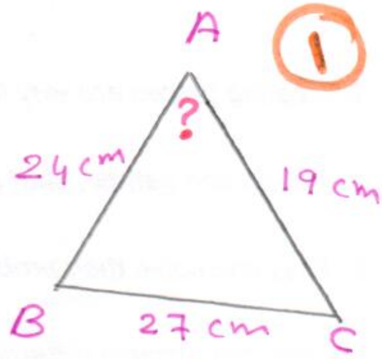
(a) 118° (b) 110° (c) 125° (d) 100°

كراسة التمارين صـ 26 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

H.L.

١



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

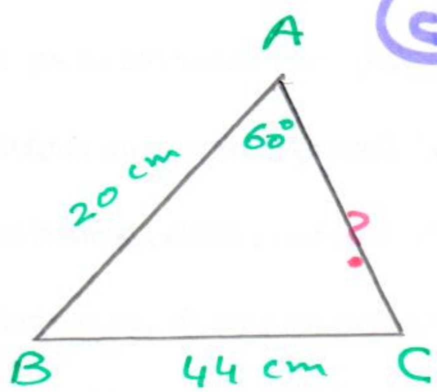
$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{(19)^2 + (24)^2 - (27)^2}{2 \times 19 \times 24}$$

$$= 0.228$$

$$\alpha = 76.82^\circ$$

٢



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$(44)^2 = b^2 + (20)^2 - 2 \times b \times 20 \cos 60^\circ$$

$$1936 = b^2 + 400 - 40b \times \frac{1}{2}$$

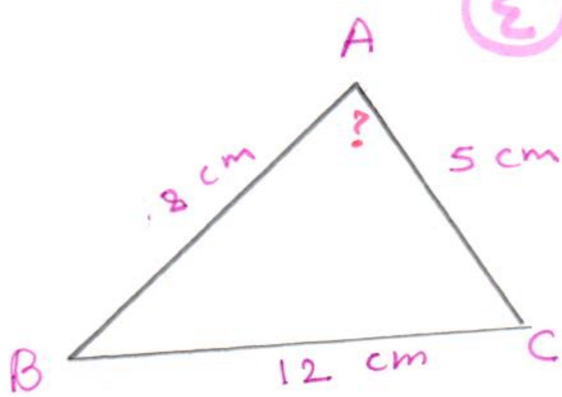
$$1936 = b^2 + 400 - 20b$$

$$0 = b^2 - 20b + 400 - 1936$$

$$b^2 - 20b - 1536 = 0$$

$$\therefore b \simeq 50.5 \text{ cm}$$

٣



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

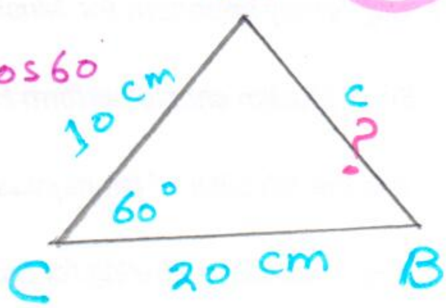
$$= \frac{5^2 + 8^2 - (12)^2}{2 \times 5 \times 8}$$

$$= -0.6875$$

$$\therefore \alpha = 133.4^\circ$$

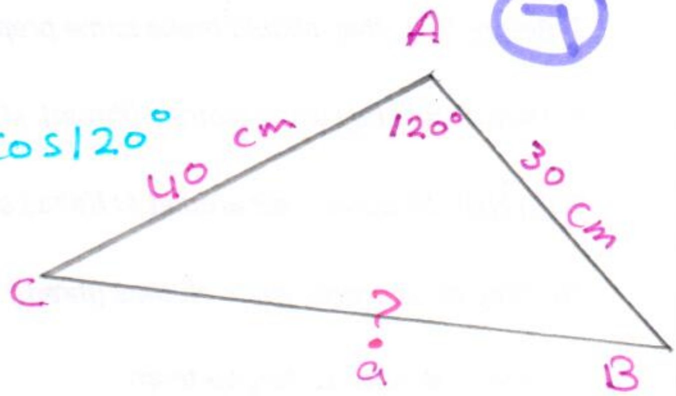
H.L.

(0)



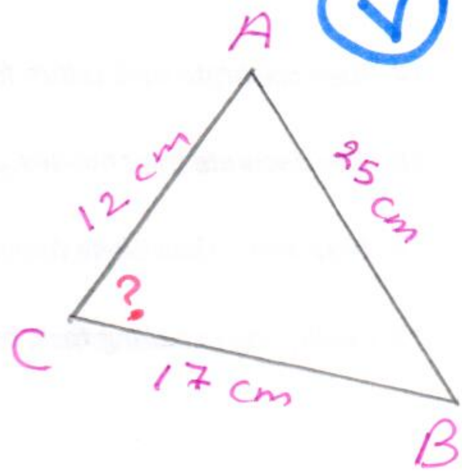
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$= (20)^2 + (10)^2 - 2 \times 20 \times 10 \cos 60$$
$$= 300$$
$$c = \sqrt{300}$$
$$= 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

(7)



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$= (40)^2 + (30)^2 - 2 \times 40 \times 30 \cos 120^\circ$$
$$= 3700$$
$$a = \sqrt{3700}$$
$$= 60.8 \text{ cm}$$

(V)



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$\cos\gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$
$$= \frac{(17)^2 + (12)^2 - (25)^2}{2 \times 17 \times 12}$$
$$= -0.471$$
$$\gamma = 118.09^\circ$$
$$\simeq 118^\circ$$

مساحة المثلث

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 76 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 4\,\text{cm}\ ,\ b = 4\,\text{cm}\ ,\ c = 3\,\text{cm}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{4^2 + 3^2 - 4^2}{2 \times 4 \times 3}$$

$$= 0.375$$

$$\therefore \alpha = 67.97^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \sin 67.97^\circ$$

$$= 5.56 \quad \text{cm}^2$$

قاعدة هيرون

تعطى مساحة مثلث ABC أطوال أضلاعه a, b, c بالقاعدة:

$$\textbf{Area}(ABC) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث: (نصف محيط المثلث) $s = \frac{1}{2}(a+b+c) = \textbf{semiperimeter}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ 75 رقم 2 :

أوجد مساحة ABC حيث: $a = 4\,\text{cm}\ ,\ b = 4\,\text{cm}\ ,\ c = 3\,\text{cm}$

$$s = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

$$= \frac{1}{2}(4+4+3)$$

$$= 5.5$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{5.5(5.5-4)(5.5-4)(5.5-3)}$$

$$= \sqrt{\frac{495}{16}} = 5.56 \quad \text{cm}^2$$

H.L.

كراسة التمارين حاول أن تحل صـ 30 رقم 2 :

أوجد مساحة المثلث ABC بطريقتين مختلفتين. $a = 4\,\text{cm}$, $b = 5\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$

$$S = \frac{1}{2}(a+b+c)$$
$$= \frac{1}{2}(4+5+8) = 8.5$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \sqrt{8.5(8.5-4)(8.5-5)(8.5-8)}$$
$$= \sqrt{\frac{1071}{16}} = \boxed{8.18}\ \text{cm}^2$$

الحل الآخر في الصفحة التالية

كتاب الطالب مثال صـ 76 رقم 2 :

أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $\overset{c}{8\,\text{cm}}$, $\overset{b}{5\,\text{cm}}$, $\overset{a}{7\,\text{cm}}$

$$S = \frac{1}{2}(a+b+c)$$
$$= \frac{1}{2}(7+5+8) = 10$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
$$= \sqrt{10(10-7)(10-5)(10-8)}$$
$$= \sqrt{300}$$
$$= 10\sqrt{3}\ \text{cm}^2 \overset{\text{أ}}{\Longrightarrow} = 17.32\ \text{cm}^2$$

الحل الآخر

$a = 4\ cm \quad b = 5\ cm \quad c = 8\ cm$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{5^2 + 8^2 - 4^2}{2 \times 5 \times 8}$$

$$= 0.9125$$

$$\alpha = 24.14^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \sin\alpha$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \sin 24.14^\circ$$

$$= \boxed{8.18} \quad cm^2$$

المجموعة B تمارين موضوعيّة

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا عرفت أطوال أضلاع مثلث فيمكن استخدام قاعدة هيرون لإيجاد مساحته. (a) (b)

(2) لا يمكن إيجاد مساحة مثلث بمعلومية قياسات زواياه الثلاثة. (a) (b)

(3) لا يمكن استخدام قاعدة هيرون إذا كان المثلث قائم الزاوية. (a) (b)

(4) إن معرفة قياس إحدى زوايا مثلث هو شرط ضروري لإيجاد مساحته. (a) (b)

(5) إذا كان a, b طولا ضلعين متتاليين في متوازي أضلاع وθ قياس الزاوية بينهما فإن مساحة متوازي الأضلاع تساوي $ab\sin\theta$ (a) (b)

مثلثين

$\text{Area} = \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{2}} ab \sin\theta$
$= ab\sin\theta$

(6) في المثلث ABC: $AC = 9\,\text{cm}$, $AB = 7\,\text{cm}$, $BC = 5\,\text{cm}$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي $15\,\text{cm}^2$ (a) (b)

$S = \frac{1}{2}(9+7+5) = 10.5$

$\text{Area} = \sqrt{10.5(10.5-9)(10.5-7)(10.5-5)} = 17.4\ \text{cm}^2$

في التمارين (7–10)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(7) إذا كان: $a = 2\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $m(\widehat{C}) = 40^\circ$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي حوالي:

(a) $4.6\,\text{cm}^2$ (b) $3.86\,\text{cm}^2$

(c) $1.93\,\text{cm}^2$ (d) $2.3\,\text{cm}^2$

$\text{Area} = \frac{1}{2} ab\sin\theta$
$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \sin 40^\circ = 1.93\ \text{cm}^2$

H.L.

a b c

(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 9 cm , 8 cm , 7 cm هي:

ⓐ $6\sqrt{15}\ \text{cm}^2$

ⓑ $12\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

ⓒ $16\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

ⓓ $18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

$s = \frac{1}{2}(7+8+9) = 12$

$\text{Area} = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)}$

$= 12\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

(9) مساحة مثلث متطابق الأضلاع طول ضلعه a هي:

ⓐ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\ \text{units}^2$

ⓑ $a^2\ \text{units}^2$

ⓒ $\frac{1}{2}a^2\text{units}^2$

ⓓ $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\ \text{units}^2$

$s = \frac{1}{2}(a+a+a) = \frac{3}{2}a$

$\text{Area} = \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{3}{2}a - a\right)^3}$

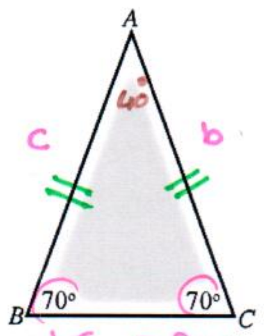
$= \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{1}{2}a\right)^3}$

$= \sqrt{\frac{3}{2}a\left(\frac{1}{8}a^3\right)} = \sqrt{\frac{3}{16}a^4}$

$= \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$

$= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

(10) إذا كانت مساحة المثلث ABC تساوي حوالى $8\ \text{cm}^2$ فإن طول $\overline{AB}$ هو حوالى:



المثلث متطابق الضلعين

ⓐ 5 cm

ⓑ 8 cm

ⓒ 4 cm

ⓓ 6 cm

$\text{Area} = \frac{1}{2}bc\ \sin\alpha$

$8 = \frac{1}{2}b^2\ \sin\alpha$

$8 = \frac{1}{2}b^2\ \sin 40^\circ$

$8 = 0.321\ b^2$

$b^2 = \frac{8}{0.321}$

كراسة التمارين صـ 30 : البنود الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$= 24.92$

$b = \sqrt{24.92}$

$b \approx 5\ \text{cm}$