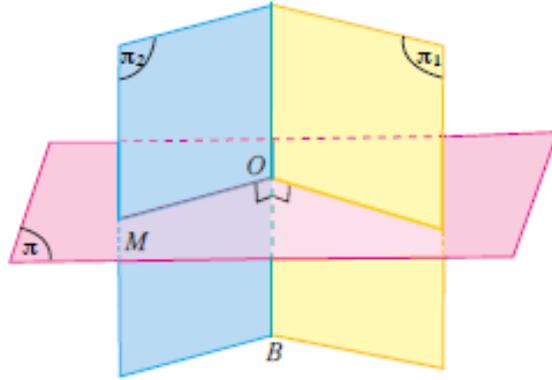


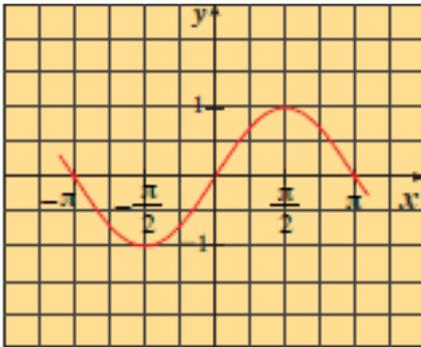
الرياضيات



الفصل الدراسي الثاني

العام الدراسي

٢٠٢١ \ ٢٠٢٢ هـ



إعداد رئيس القسم الأستاذ:
محمود حامد العلو



الموجه الفني: أ. مفيد بستاني

مدير المدرسة: د. محمد العصيمي

أسم الطالب:، الصف: ١١ع /

الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة السابعة

الأعداد المركبة

Complex Numbers

العدد	المقياس	سعة (بالراديان) (rad)
a	a	0
$-a$	$ -a = a$	π
bi	b	$\frac{\pi}{2}$
$-bi$	$ -b = b$	$\frac{3\pi}{2}$

رئيس القسم: محمود حامد العلو

الأعداد المركبة	الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب	حل معادلات
7-1	7-2	7-3



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة السابعة (الأعداد المركبة)

تمارين (1 - 7) الأعداد المركبة

مثال (1) : بسط كل مما يلي مستخدماً الوحدة التخيلية i :
صفحة 13

a) $\sqrt{-4}$

b) $\sqrt{-8}$

حاول أن تحل (1) : بسط كل عدد مما يلي مستخدماً الوحدة التخيلية i :
صفحة 13

a) $\sqrt{-2}$

b) $-\sqrt{-12}$

c) $\sqrt{-36}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١ /
الموضوع		



مثال (2) : اكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:
صفحة 14

a) $\sqrt{-9} + 6$

b) $\frac{1 + \sqrt{-25}}{4}$

c) $1 - \sqrt{-20}$

حاول أن تحل (2) : اكتب كلا من الأعداد المركبة التالية على الصورة الجبرية:
صفحة 14

a) $\sqrt{-18} + 7$

b) $\frac{10 - \sqrt{-100}}{5}$

c) $\frac{\sqrt{-9} + 5}{7}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : أوجد قيم كل من $x, y \in R$ في كل مما يلي: **صفحة 15**

a) $12 + 3i = 4x - 9yi$

b) $x^2 - y^2i = 9 - 25i$

c) $2x + yi = 1$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



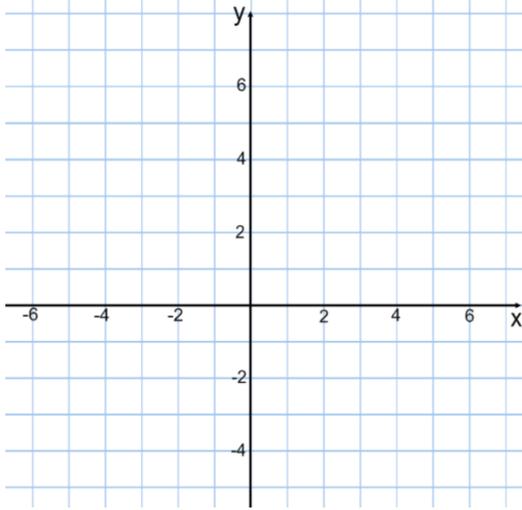
مثال (4) : مثل كلاً مما يلي في المستوى المركب:
صفحة 16

a) $z_1 = 3 + 2i$

b) $z_2 = -1$

c) $z_3 = -i - 2$

d) $z_4 = i$



مثال (5) : اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط: $J(0, -5), L(2, -1), M(3, 2)$
صفحة 16

حاول أن تحل (5) : اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط: $K(7, 0), H(1, -2), N(-4, 1)$
صفحة 16



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (6) : إذا كان: $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 4 - 7i, z_3 = 2i$ فأوجد: صفحة 17

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_3 + z_2 + z_1$

حاول أن تحل (6) : إذا كان: $z_1 = -2 + 5i, z_2 = 3.4 - 1.2i, z_3 = -0.3i$ فأوجد: صفحة 17

a) $z_1 + z_2$

b) $z_1 - z_2$

c) $z_3 - z_2 - z_1$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (7): أوجد الناتج: **صفحة 19**

a) $(5i)(-4i)$

b) $3(7 + 5i)$

c) $(2 + 3i)(-3 + 5i)$

d) $4i \left(1 - \frac{1}{2}i\right) \left(1 + \frac{1}{2}i\right)$



اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (7) : أوجد الناتج:
صفحة 19

a) $(6 - 5i)(4 - 3i)$

b) $(9 + 4i)(9 - 4i)$

d) $(12i)(7i)(i + 1)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (8) : إذا كان: $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 5 - i$ فأوجد: صفحة 19

a) $-3z_2$

b) $z_1 \cdot z_2$

حاول أن تحل (8) : إذا كان: $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 + 4i$ فأوجد: صفحة 20

a) $\frac{1}{2}z_1$

b) $z_1 \cdot z_2$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (9): إذا كان: $z_1 = i, z_2 = -2i, z_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ فأوجد: صفحة 20

a) z_1^{21}

b) z_2^6

c) z_3^2

a) $5(i)^{73}$

حاول أن تحل (9): أوجد: صفحة 21



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ ع /
الموضوع		



مثال (10) : إذا كان $z_1 = 3 + 4i, z_2 = 5 - 2i$ فأوجد: صفحة 22

a) $z_1 + \bar{z}_1$

b) $z_1 - \bar{z}_1$

c) $\overline{(\bar{z}_1)}$

d) $\overline{z_1 + z_2}$

e) $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

f) $\overline{z_1 \cdot z_2}$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (11) : أوجد المعكوس الضربي لكل مما يلي: صفحة 23

a) $z_1 = 3 - 5i$

b) $z_2 = 2i - 1$

c) $z_3 = -7i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (11) : أوجد المعكوس الضربي لكل مما يلي: صفحة 23

a) $z_1 = -3i - 6$

b) $z_2 = 5 + 11i$

c) $z_3 = 6i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (12): أوجد ناتج قسمة $5 - 6i$ على $2 + 3i$ صفحة 24

حاول أن تحل (12): أوجد ناتج قسمة $2i - 3$ على $1 + 2i$ صفحة 24



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ ع /
الموضوع		



تمارين (2 - 7) الإحداثيات القطبية والصورة المثلثية لعدد مركب

مثال (1) : أوجد: صفحة 25

a) $|5i|$

b) $|3 - 4i|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل (1) : أوجد: صفحة 26

a) $|6 - 4i|$

b) $|-2 + 5i|$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (2) : أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين: صفحة 26

a) $M(5, \frac{\pi}{4})$

b) $N(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{6})$

حاول أن تحل (2) : أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات الديكارتية لكل من النقطتين: صفحة 27

a) $A(5, 300)$

b) $B(2, \frac{2\pi}{3})$



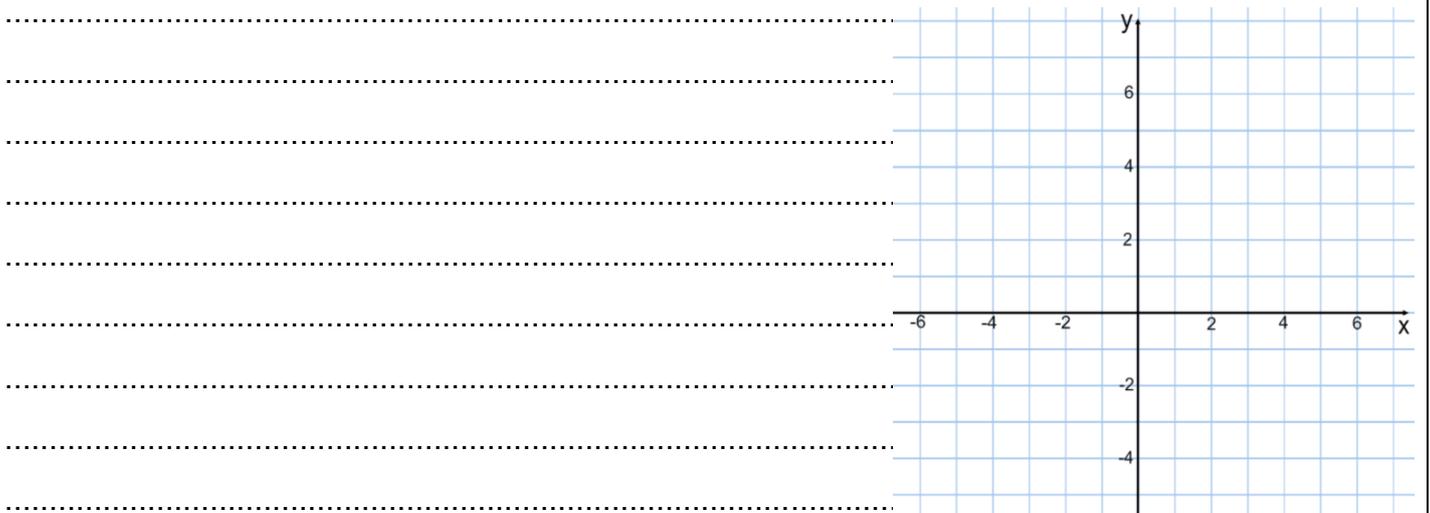
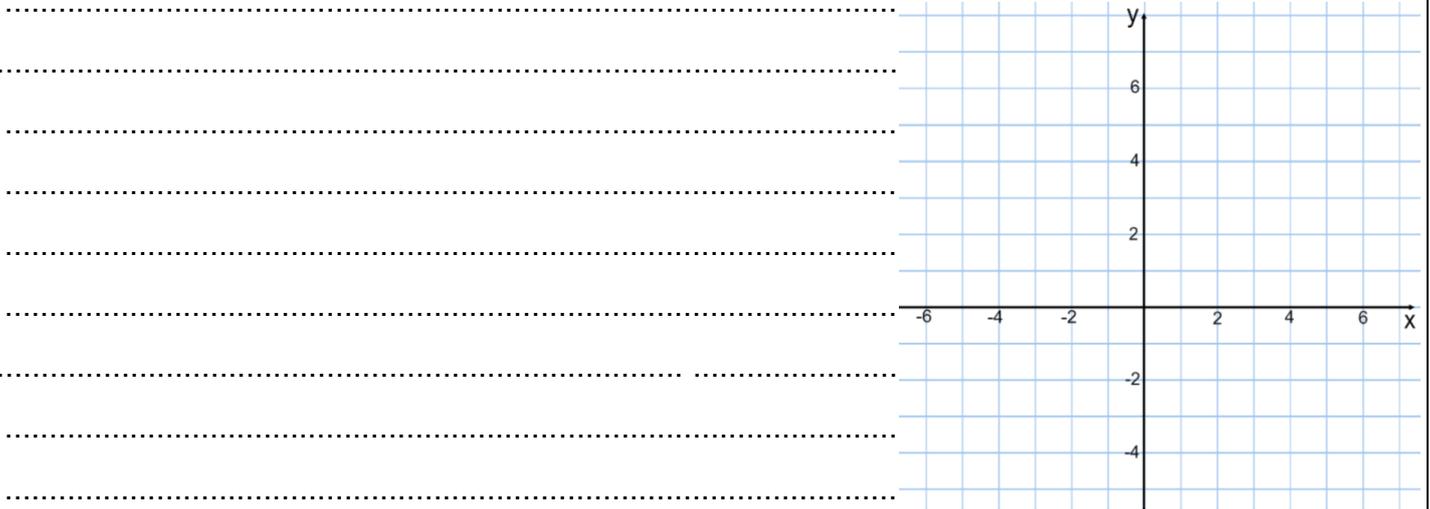
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١
الموضوع		



مثال (3) : حول من الإحداثيات الديكارتية الى الإحداثيات القطبية (r, θ) لكل مما يلي: صفحة 27

a) $L(1, -\sqrt{3}), 0 \leq \theta < 2\pi$

b) $M(-3, -4), 0 \leq \theta < 360$





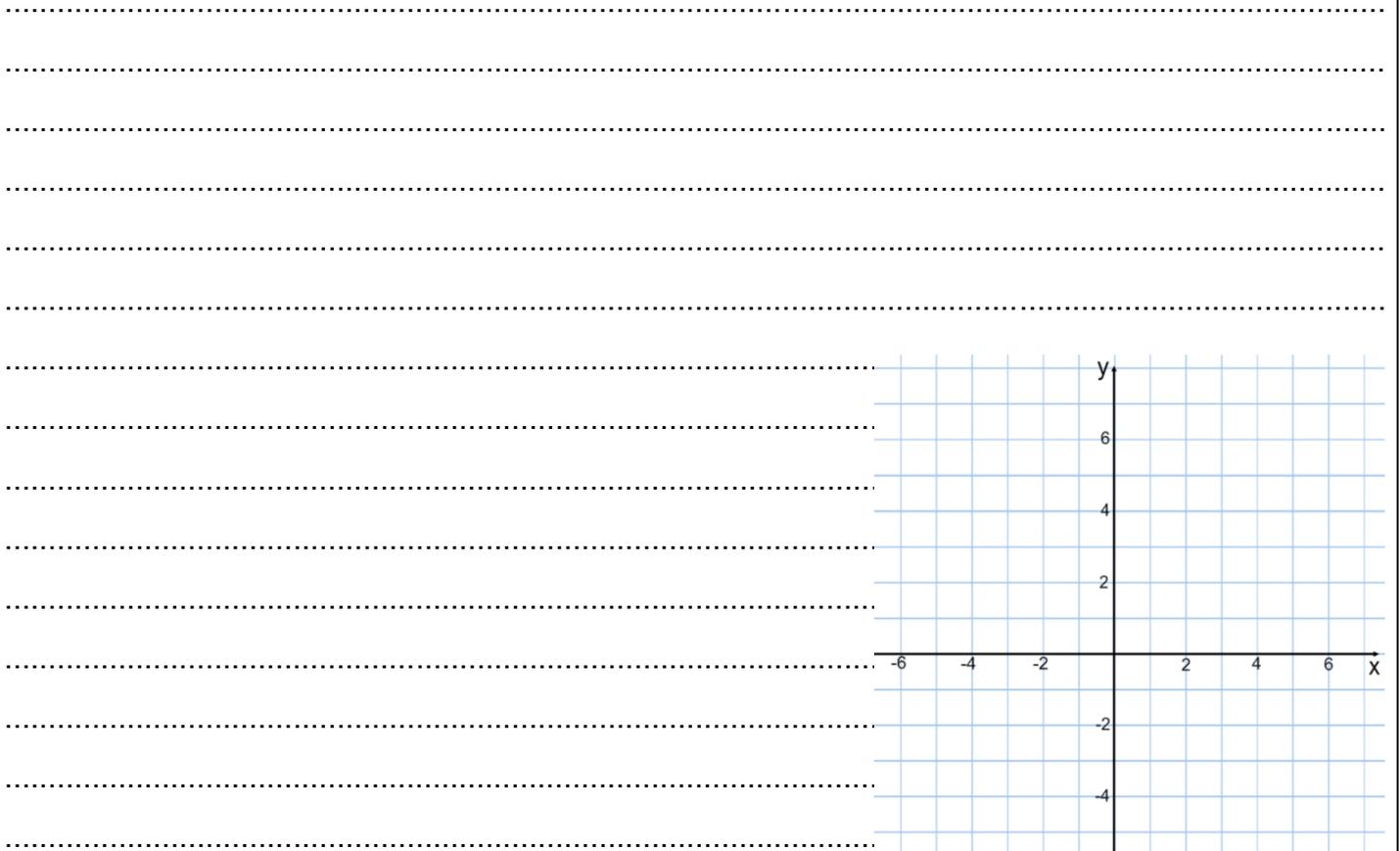
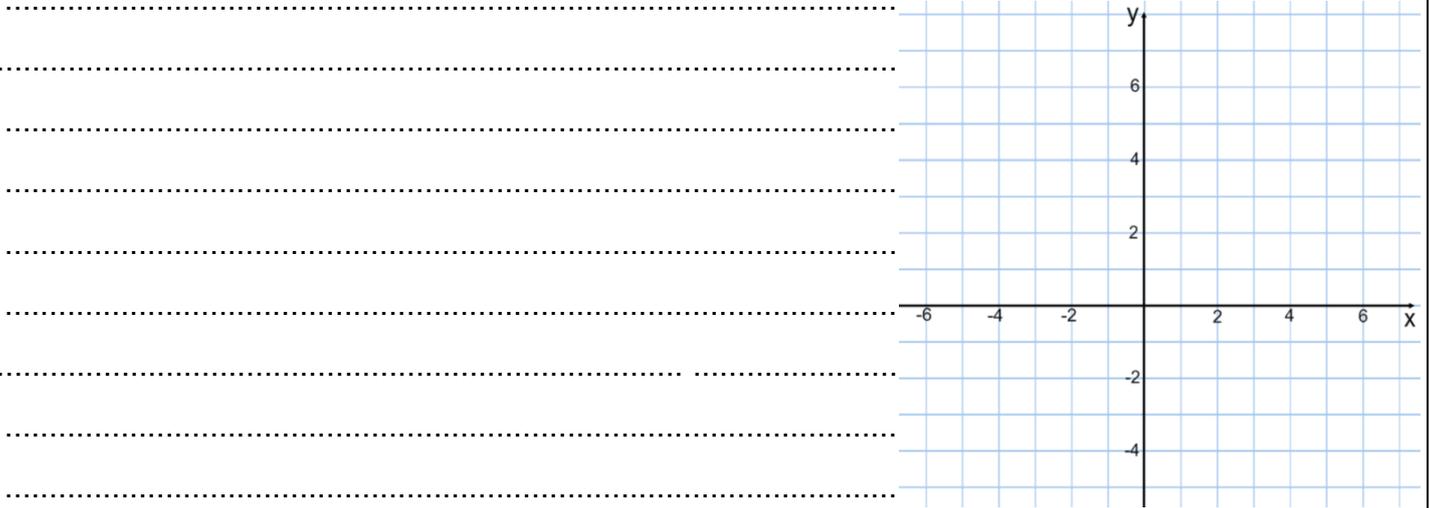
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل نقطة مما يلي حيث $0 \leq \theta < 2\pi$:
صفحة 28

a) $D(3\sqrt{3}, 3)$

b) $C(4, -2\sqrt{5})$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4): ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية: صفحة 29

a) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

b) $z_2 = -2 - 2i$

c) $z_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (4) : ضع كلاً مما يلي بالصورة المثلثية:
صفحة 30

$$a) z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}} i$$

$$b) z_2 = -1 - i$$

$$c) z_3 = -2 + 2\sqrt{3}i$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١ /
الموضوع		



مثال (6) : ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية: صفحة 31

$$a) z_1 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

$$b) z_2 = 3 \left(\cos \left(\frac{-\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{6} \right) \right)$$

حاول أن تحل (6) : ضع كلاً مما يلي في الصورة الجبرية: صفحة 31

$$a) z_1 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$b) z_2 = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (7) : ضع في الصورة المثلثية كلاً من الاعداد التالية: صفحة 32

a) $z_1 = 3$

b) $z_2 = -5$

c) $z_3 = i$

d) $z_4 = -3i$

حاول أن تحل (7) : ضع في الصورة المثلثية كلاً من الاعداد التالية: صفحة 32

a) $z_1 = 2i$

b) $z_2 = 5$

c) $z_3 = \frac{-3}{4}$

d) $z_4 = -\frac{5}{2}i$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



تمارين (3 - 7) حل معادلات

مثال (1) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $3z + 1 - i = 7 + 3i$ في مجموعة الأعداد المركبة C. **صفحة 33**

حاول أن تحل (1) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $2z + i = 3 + 2i$ في مجموعة الأعداد المركبة C. **صفحة 33**



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $z + i = 2\bar{z} + 1$ في مجموعة الأعداد المركبة C.

صفحة 34



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : أوجد مجموعة حل المعادلة: $4x^2 + 100 = 0$ حيث $x \in C$.
صفحة 34

حاول أن تحل (3) : أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي حيث $x \in C$:
صفحة 35

a) $3x^2 + 48 = 0$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (4): أوجد مجموعة حل المعادلة: $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C. صفحة 35

حاول أن تحل (4): أوجد مجموعة حل المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$ في C. صفحة 35

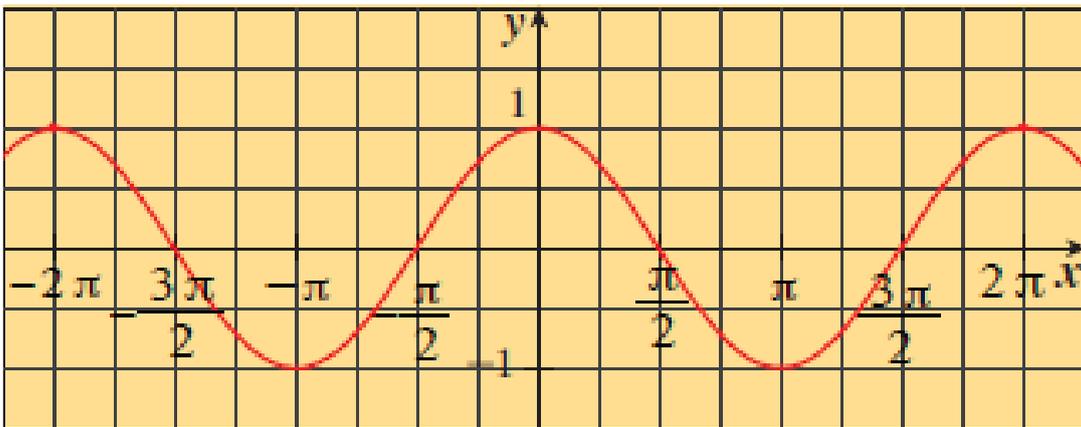
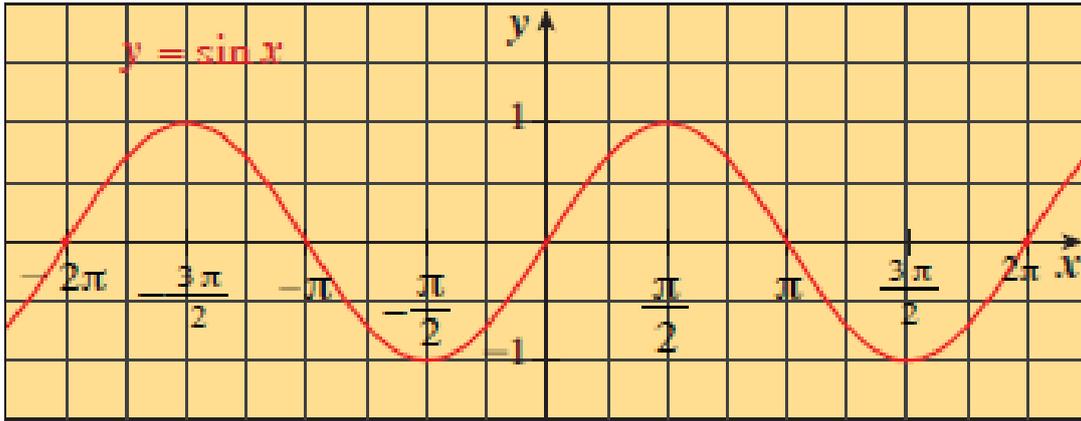
الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة الثامنة

حساب المثلثات

Trigonometry



رئيس القسم: محمود حامد العلو

مساحة المثلث	قانون جيب التمام	قانون الجيب	التحويلات الهندسية للدوال الجيبية	التمثيل البياني للدوال المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل)
8-5	8-4	8-3	8-2	8-1



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



أوراق متابعة الوحدة الثامنة (حساب المثلثات)

تمارين (1 - 8) التمثيل البياني للدوال المثلثية

مثال (1) : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:
صفحة 45

a) $y = 2 \cos x$

b) $y = -5 \cos \frac{x}{3}$

حاول أن تحل (1) : أوجد الدورة والسعة لكل دالة مما يلي:
صفحة 46

a) $y = -2 \cos 5x$

b) $y = \frac{1}{2} \cos(-x)$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (3): أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها: صفحة 47

a) $y = 3 \sin 2x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

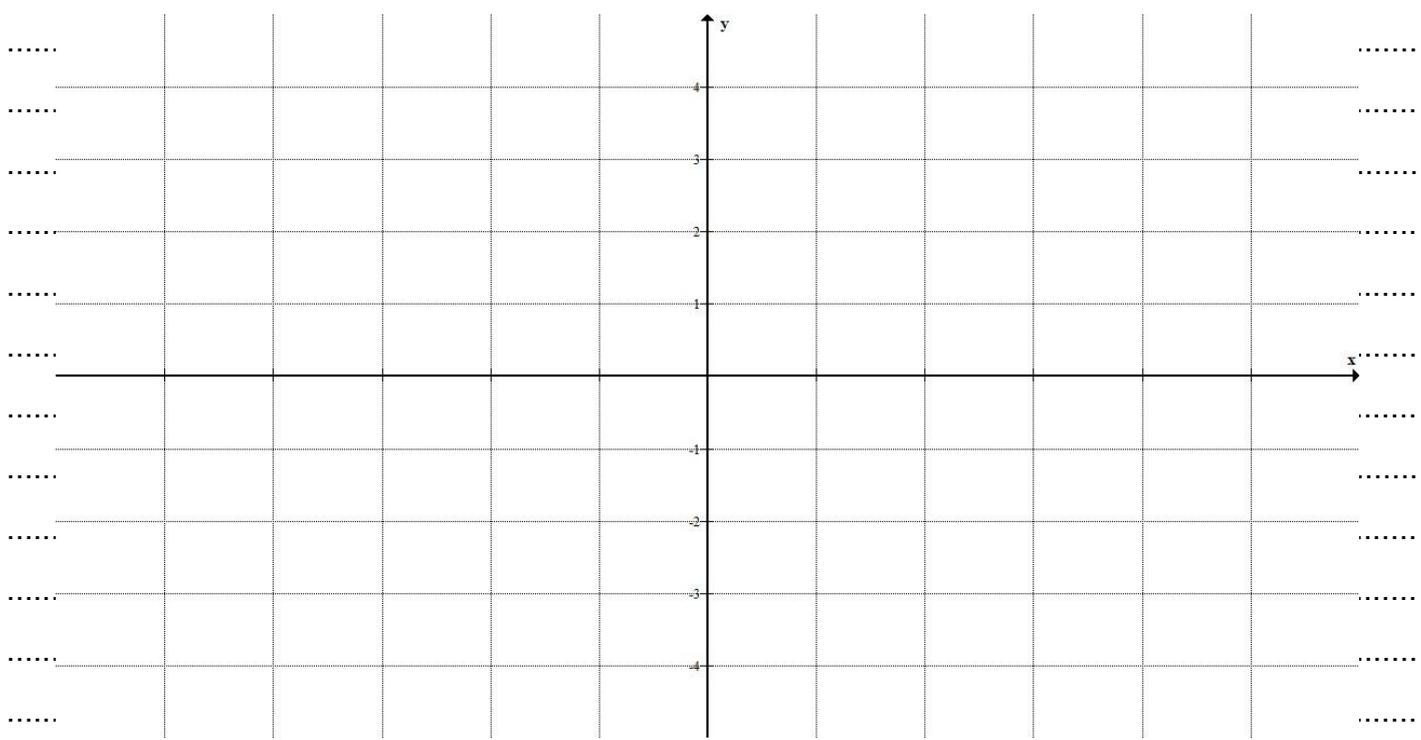
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



تابع مثال (3) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 47

b) $y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right), -4\pi \leq x \leq 4\pi$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

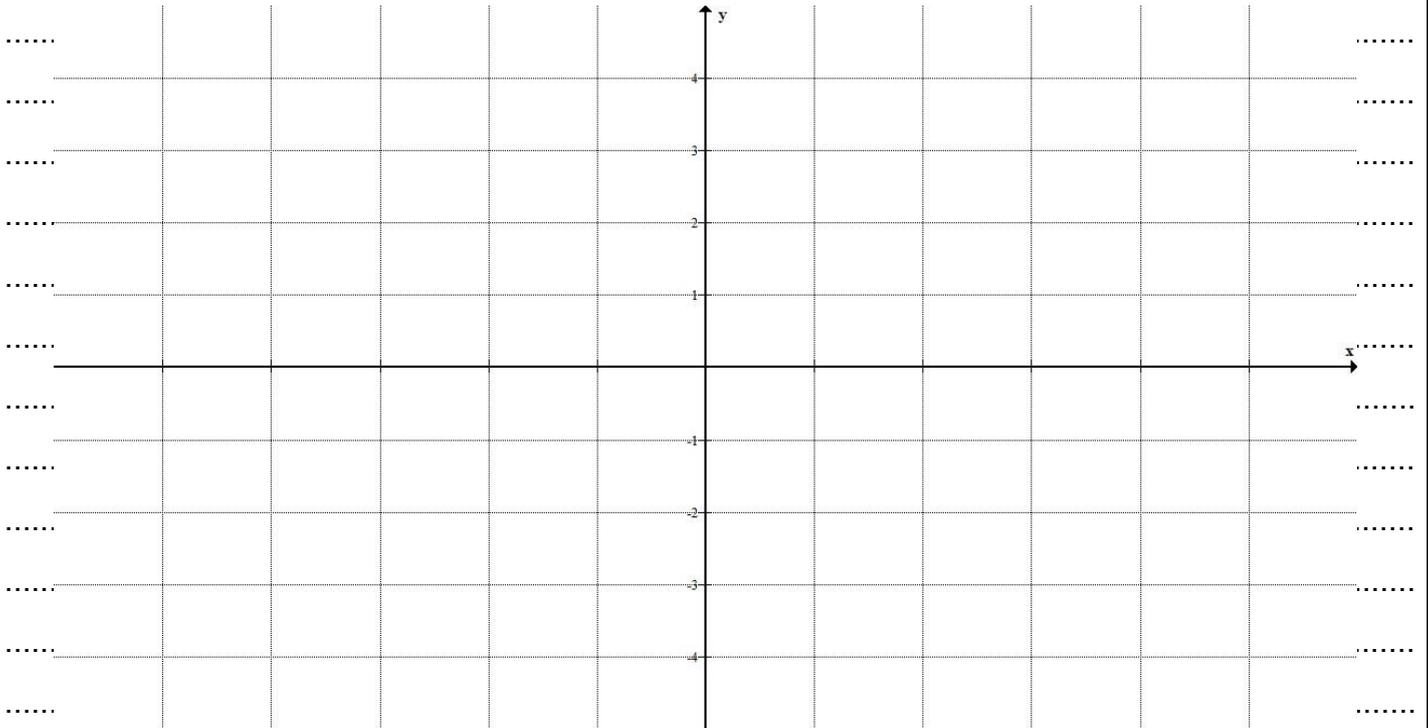
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (3) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 48

$$a) y = \frac{1}{2} \sin 4x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

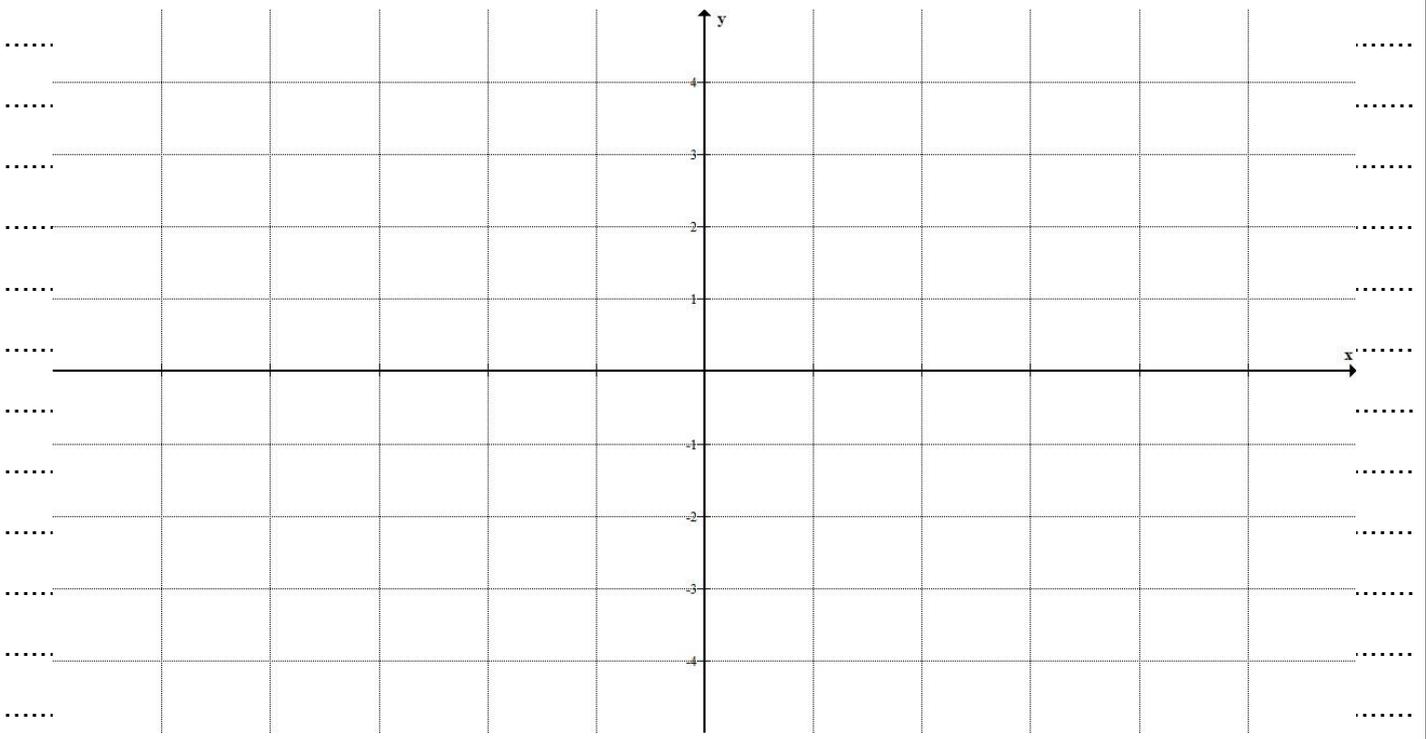
.....

.....

.....

.....

.....





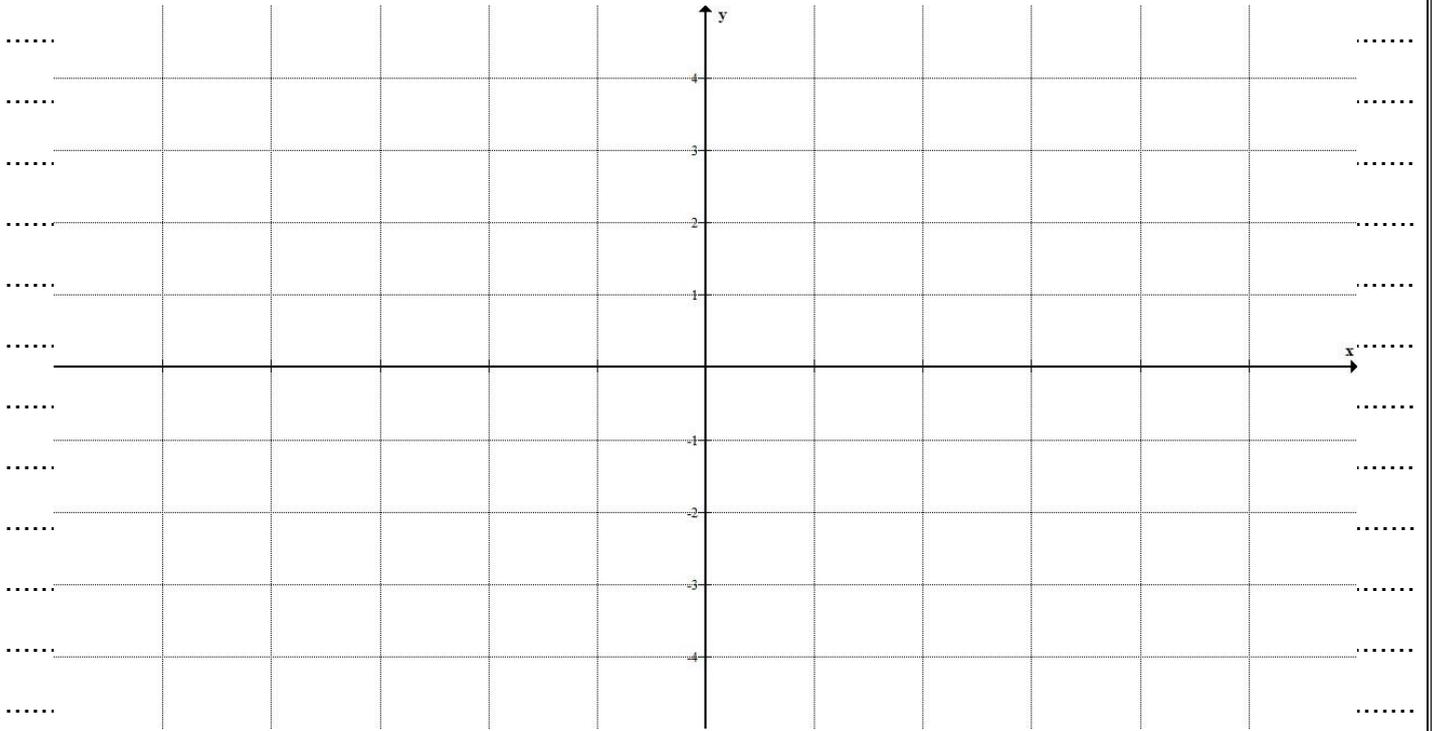
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٤١١ /
الموضوع		



تابع حاول أن تحل (3) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 48

b) $y = -4 \sin x$, $x \in [-\pi, 2\pi]$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
..... /	١١ / ع
الموضوع		



مثال (4) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها: صفحة 49

a) $y = 2 \cos 4x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

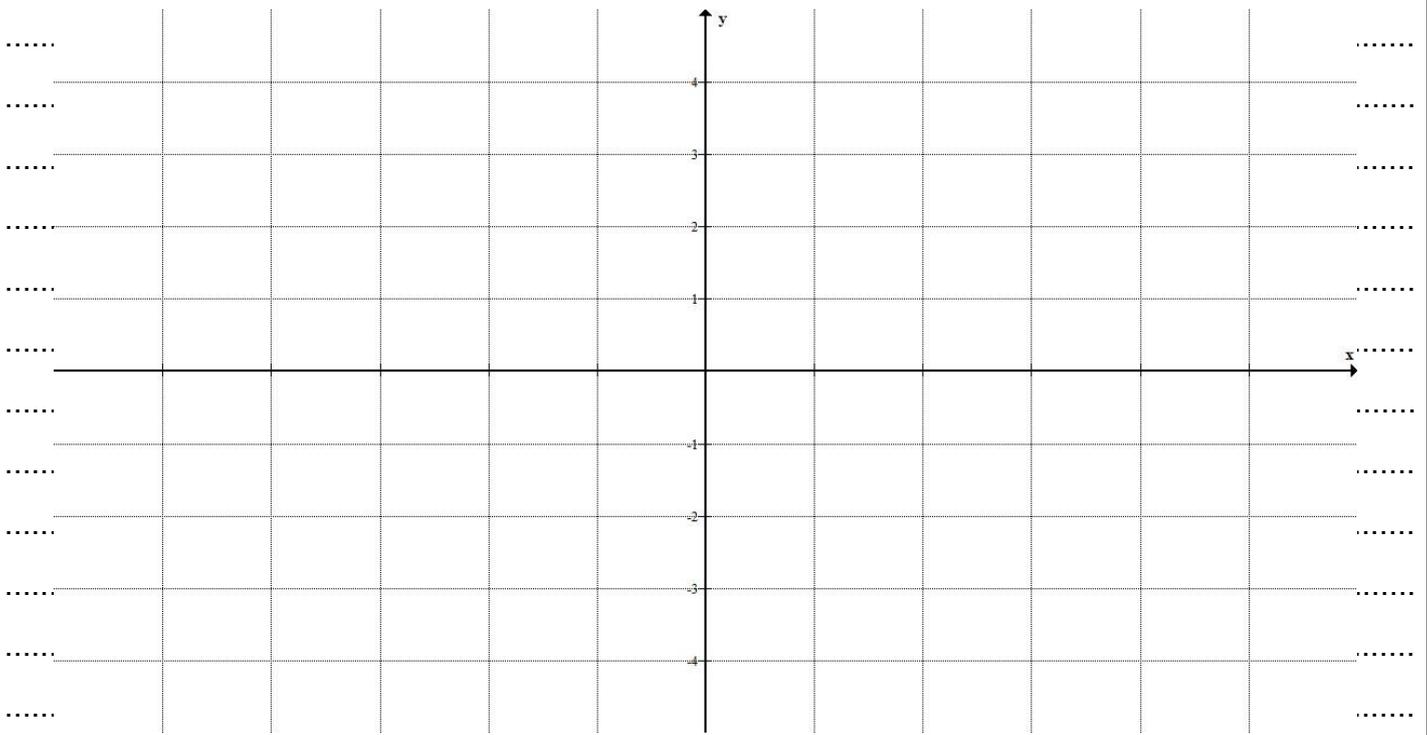
.....

.....

.....

.....

.....





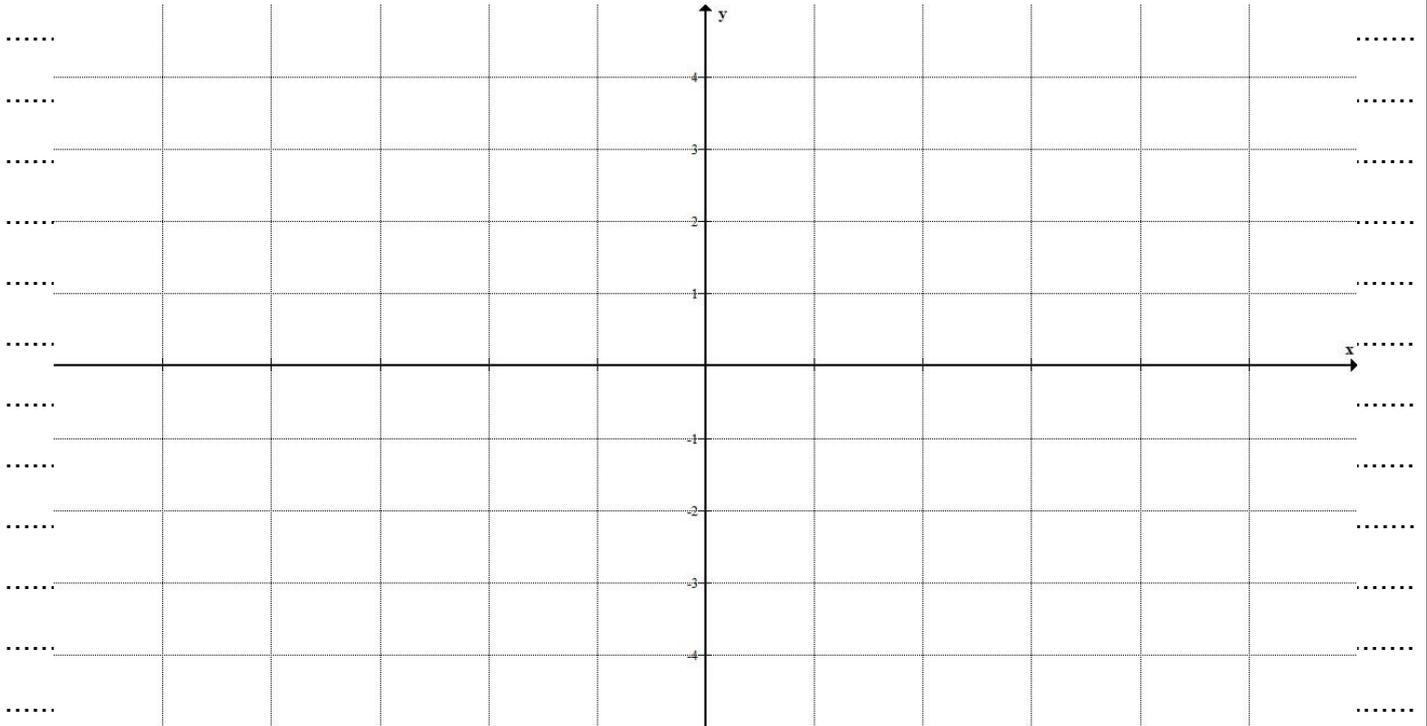
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



تابع مثال (4) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 49

b) $y = -5 \cos\left(\frac{2}{3}x\right), x \in [-3\pi, 3\pi]$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





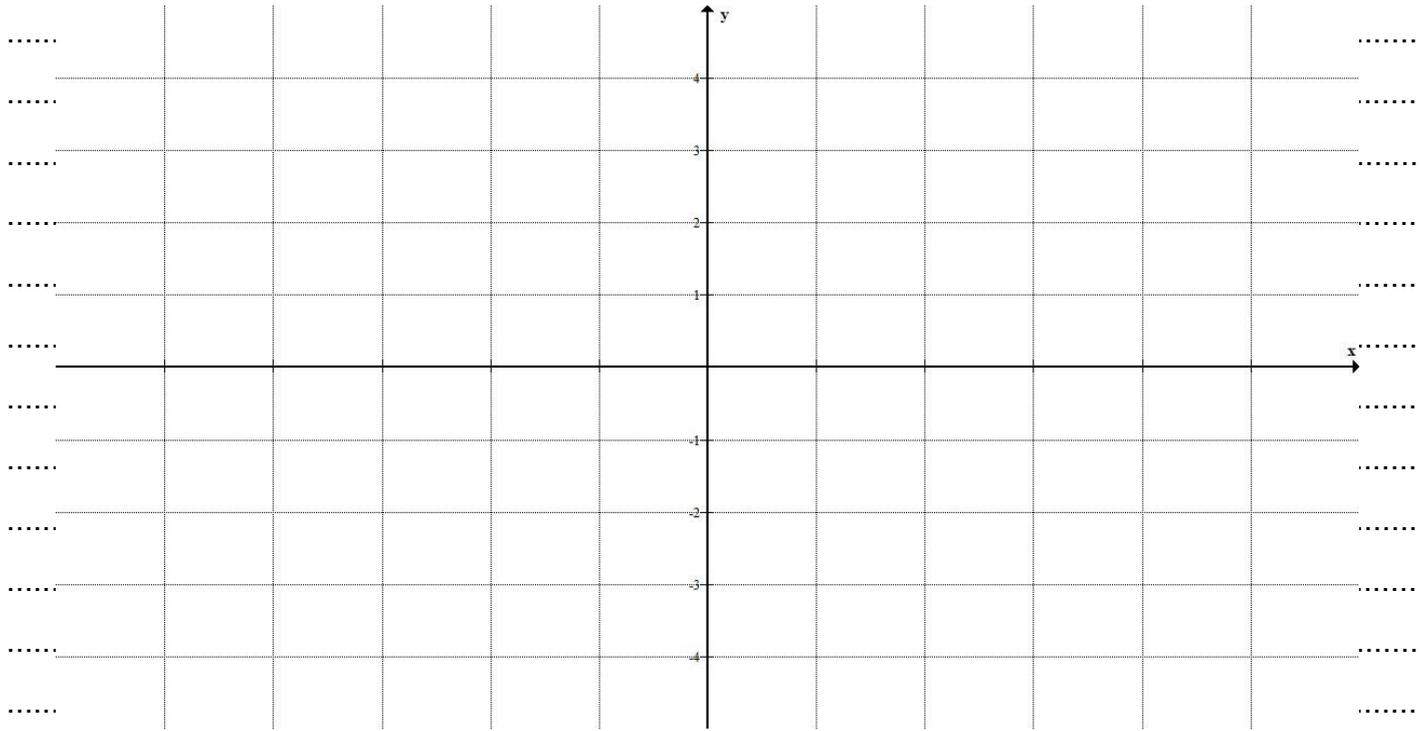
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (4) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 49

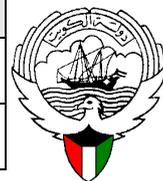
a) $y = 3 \cos 2x$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١١٤ /
الموضوع		



تابع حاول أن تحل (4) : أوجد السعة والدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 49

$$b) y = -2 \cos\left(\frac{3}{4}x\right), 0 \leq x \leq 2\pi$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

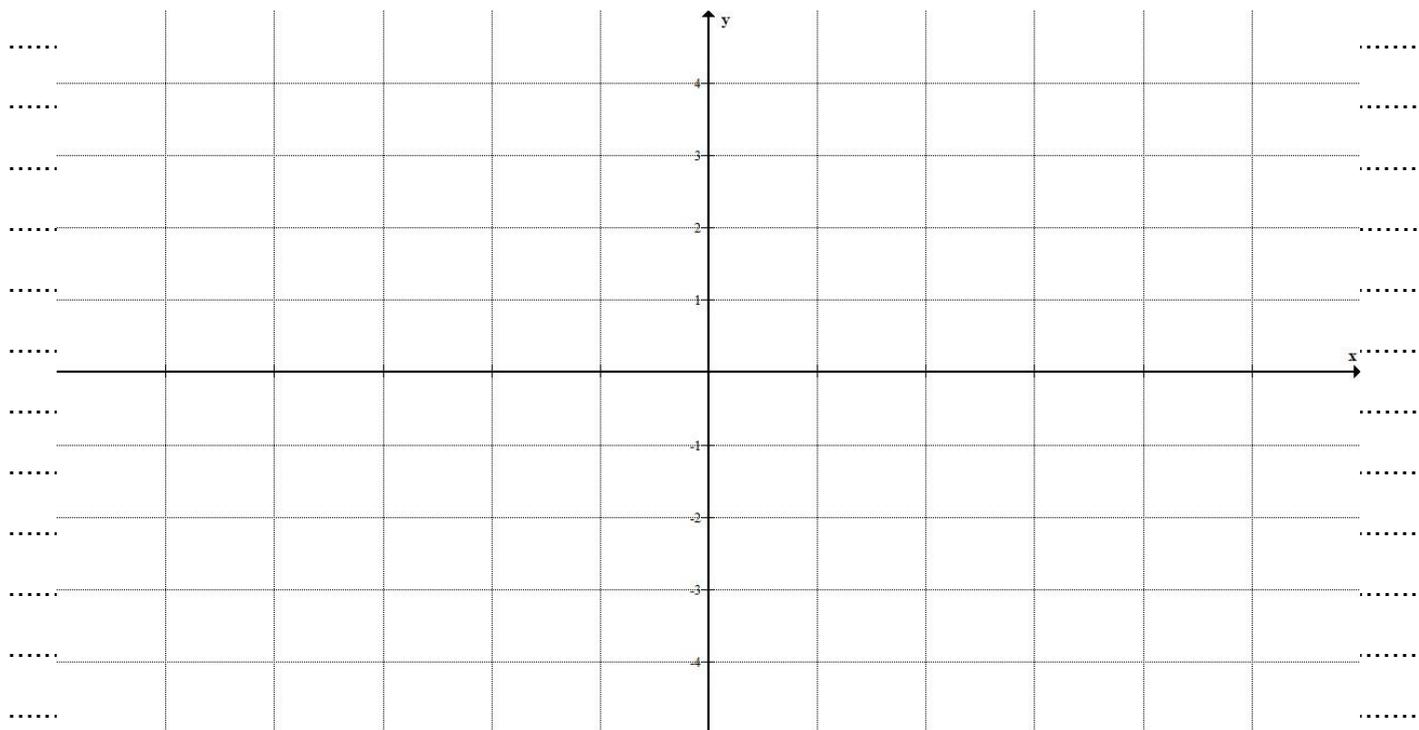
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصّة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١
الموضوع		



مثال (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 50

$$a) y = \tan 2x \quad , \quad x \in \left(\frac{-\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

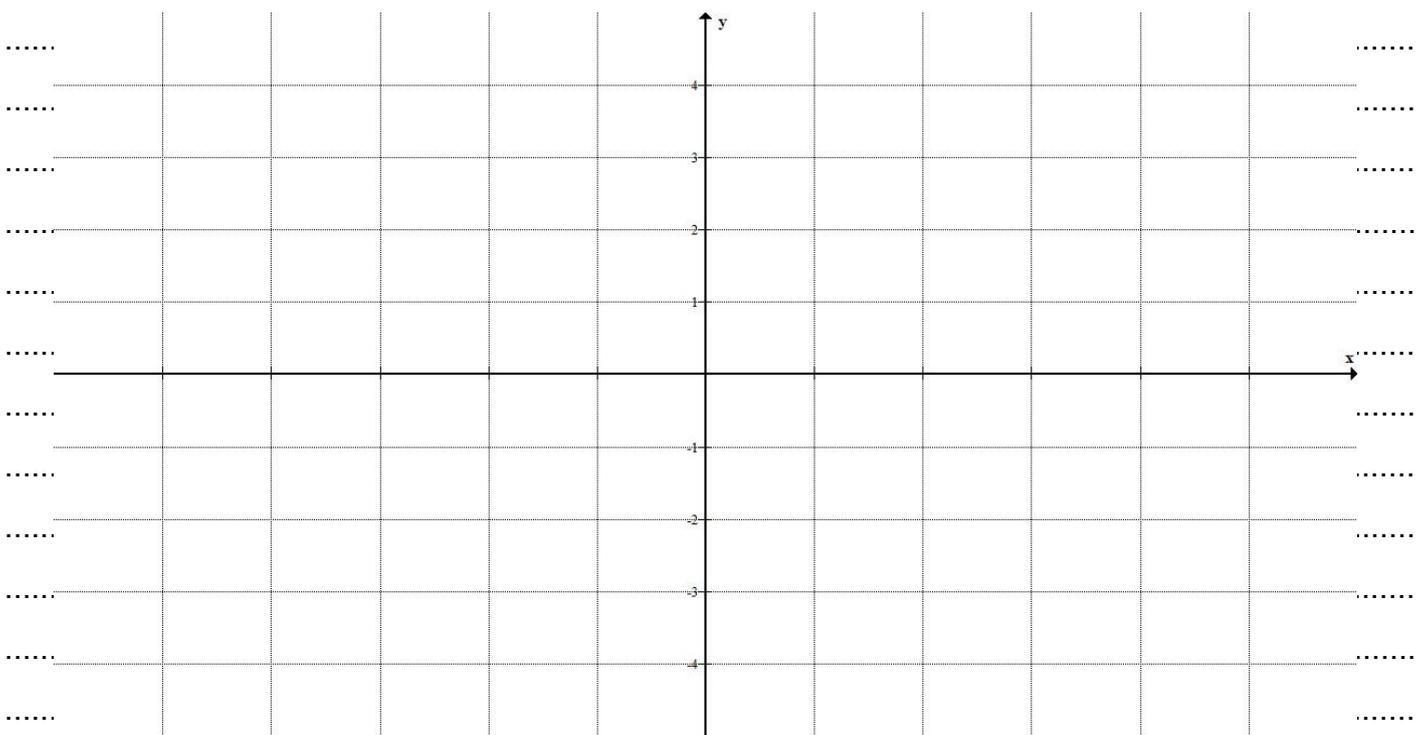
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



تابع مثال (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 50

$$b) y = 2 \tan\left(\frac{1}{2}x\right)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

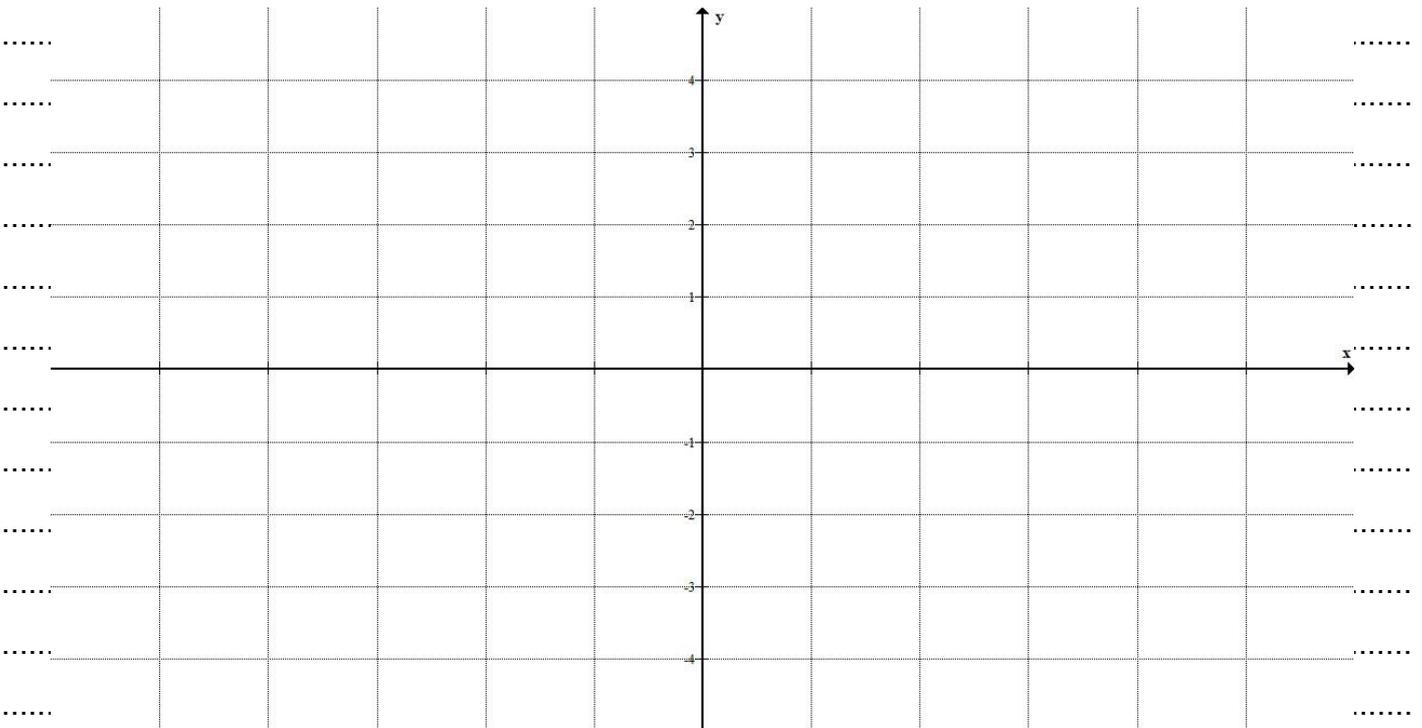
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 51

a) $y = -\tan x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

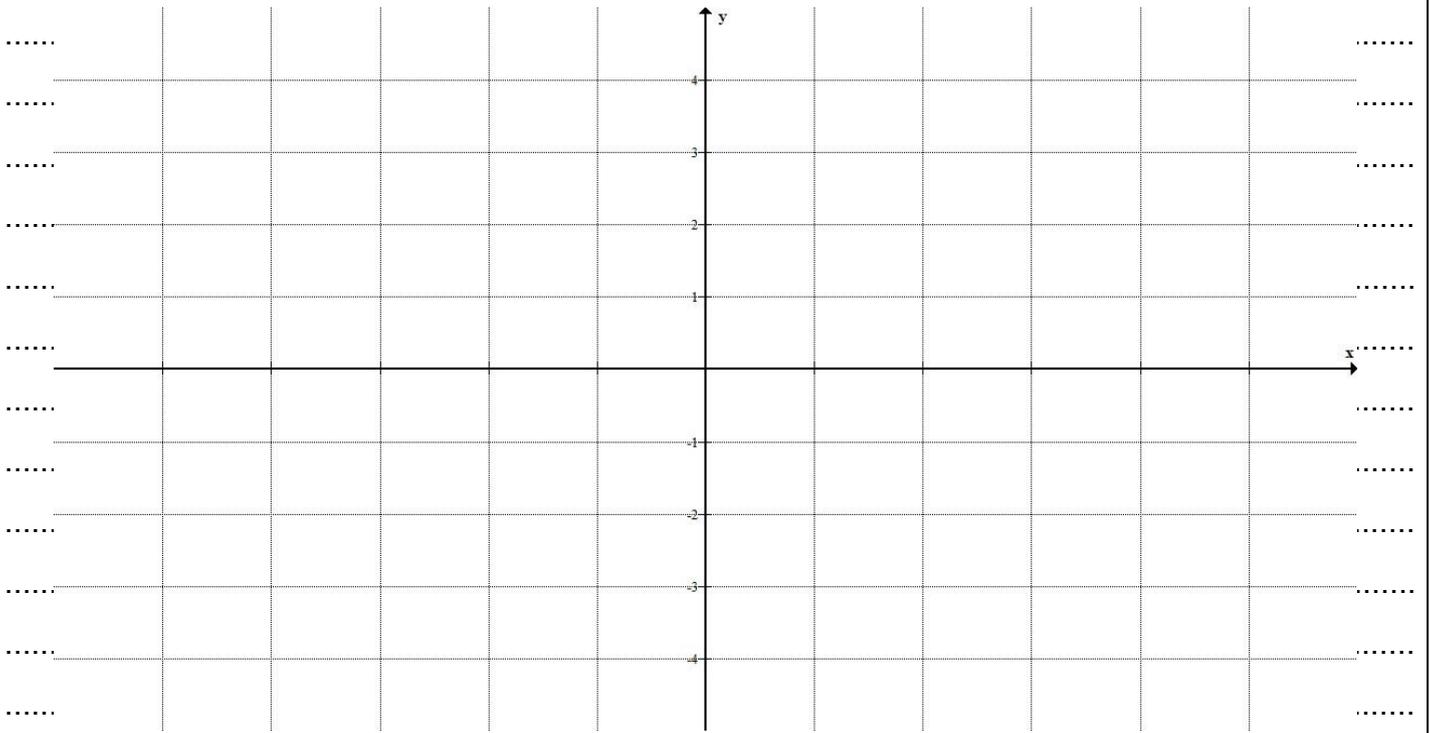
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	2022 / 1 /		1ع11
الموضوع		



تابع حاول أن تحل (5) : أوجد الدورة لكل دالة مما يلي ثم ارسم بيانها:
صفحة 51

$$b) y = \frac{1}{2} \tan x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

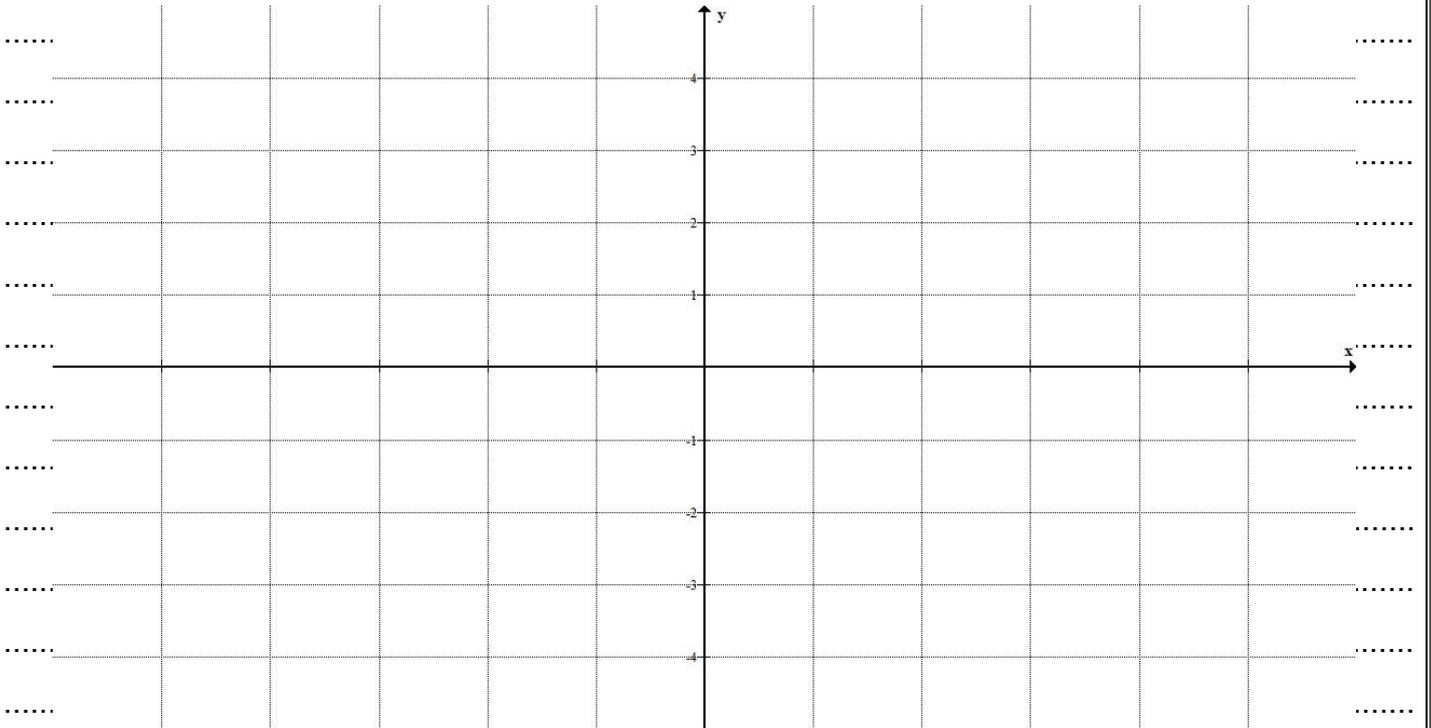
.....

.....

.....

.....

.....





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



تمارين (3 - 8) قانون الجيب

مثال (1) : حل المثلث ABC حيث : $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $a = 4 \text{ cm}$ صفحة 64

حاول أن تحل (1) : حل المثلث ABC حيث : $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 48^\circ$, $a = 8 \text{ cm}$ صفحة 64



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2): حل المثلث ABC حيث: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$:
صفحة 72

حاول أن تحل (2): في المثلث ABC حيث: $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$:
صفحة 72

أوجد قياس الزاوية الأكبر.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2): أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: 7 cm , 5 cm , 8 cm
صفحة 76

حاول أن تحل (2): أوجد مساحة المثلث ABC حيث: $a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$
صفحة 76

الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة التاسعة

تطبيقات على حساب المثلثات

Applications of Trigonometry

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos \beta \cos \alpha - \sin \beta \sin \alpha$$

$$\cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta + \alpha) = \sin \beta \cos \alpha + \cos \beta \sin \alpha$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$$

$$\tan(\beta + \alpha) = \frac{\tan \beta + \tan \alpha}{1 - \tan \beta \tan \alpha}$$

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

رئيس القسم: محمود حامد العلو

المتطابقات المثلثية	إثبات صحة متطابقات مثلثية	حل معادلات مثلثية	متطابقات المجموع والفرق	متطابقات ضعف الزاوية ونصفها
9-1	9-2	9-3	9-4	9-5



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (1) : حل المعادلة: $\sqrt{2} \cos x = 1$ صفحة 93



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (2) : حل المعادلة: $5 \sin \theta - 3 = \sin \theta$ صفحة 94



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : حل المعادلة: $\tan x = \sqrt{3}$ صفحة 94

حاول أن تحل (3) : حل المعادلة: $\tan x = 1$ صفحة 95



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



حاول أن تحل (4) : حل المعادلة: $\sin \theta . \cos \theta - \cos \theta = 0$ صفحة 96



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (5): حل المعادلة: $4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$ صفحة 96



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (5) : حل المعادلة: $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$ صفحة 97



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



تمارين (5 - 9) متطابقات ضعف الزاوية ونصفها

مثال (1) : أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية: $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ صفحة 105

حاول أن تحل (1) : أثبت صحة متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية: $\cos 2\theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$ صفحة 105



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (2) : إذا كان: $\cos x = \frac{3}{5}$. استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$ صفحة 106

حاول أن تحل (2) : إذا كان: $\sin x = \frac{5}{13}$. استخدم متطابقة جيب تمام ضعف الزاوية لإيجاد $\cos 2x$ صفحة 106



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (3) : إذا كان: $\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$. صفحة 106

حاول أن تحل (3) : إذا كان: $\cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ، فأوجد $\sin 2\theta$. صفحة 106



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (4) : إذا كان: $\tan \theta = -1 + \sqrt{2}$. استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$ صفحة 107

حاول أن تحل (4) : إذا كان: $\tan \theta = \sqrt{3}$. استخدم متطابقة ظل ضعف الزاوية لإيجاد $\tan 2\theta$ صفحة 107



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (5) : أثبت صحة المتطابقة: $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ صفحہ 107



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



حاول أن تحل (6): أثبت صحة المتطابقة: $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$ صفحة 108



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١ع /
الموضوع		



مثال (7) : استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\sin 15^\circ$ صفحة 109

حاول أن تحل (7) : استخدم متطابقات نصف الزاوية لإيجاد $\cos 15^\circ$ صفحة 109



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	1 / 2022 م		1 ع
الموضوع		



مثال (8) : إذا كان: $\sin \theta = -\frac{24}{25}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، فأوجد $\sin \frac{\theta}{2}$.
صفحة 109

حاول أن تحل (8) : إذا كان: $\sin \theta = -\frac{24}{25}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ، فأوجد $\cos \frac{\theta}{2}$, $\tan \frac{\theta}{2}$.
صفحة 109

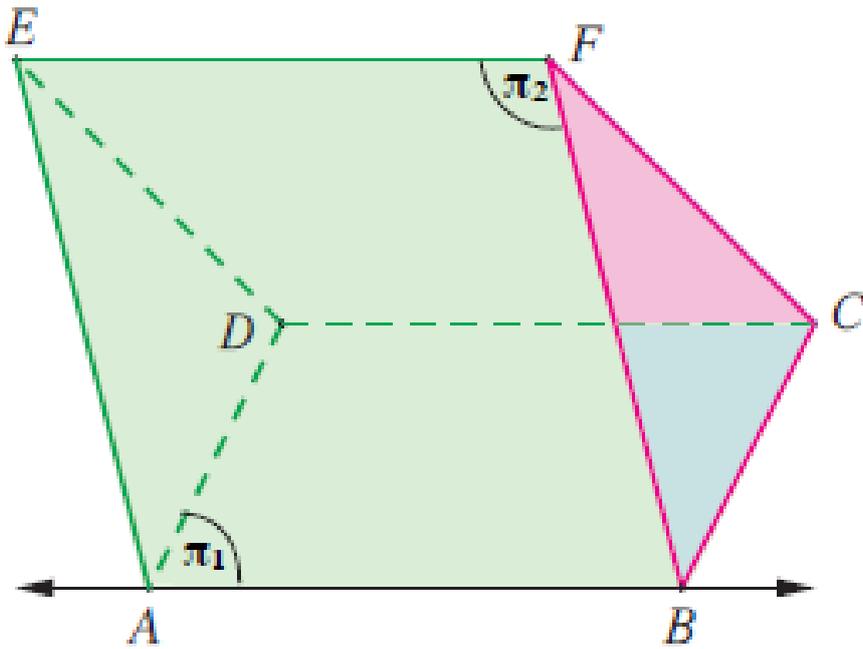
الكتاب الثاني

"مادة الرياضيات"

الوحدة العاشرة

الهندسة الفراغية

Space Geometry



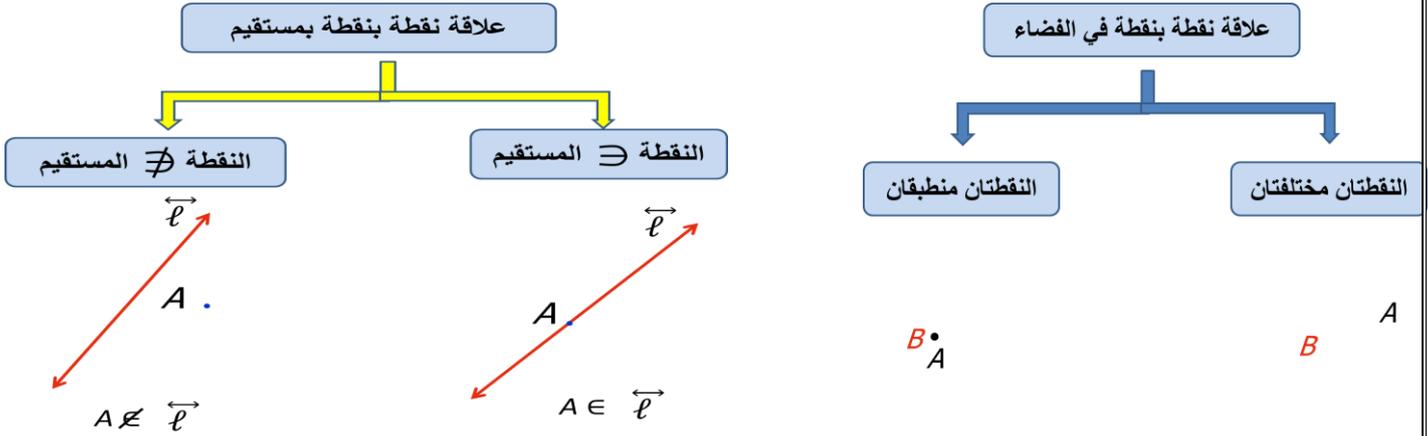
رئيس القسم: محمود حامد العلو

المستويات المتعامدة	الزاوية الزوجية	تعامد مستقيم مع مستو	المستقيمت والمستويات المتوازية في الفضاء	المستقيمت والمستويات في الفضاء
10-5	10-4	10-3	10-2	10-1

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		

أوراق متابعة الوحدة العاشرة (هندسة الفضاء)

تمارين (1 - 10) المستقيمات والمستويات في الفضاء



المسئمة (الموضوعة)

هي عبارة أولية (رياضية) نسلم بصحتها (نقبلها) دون برهان.

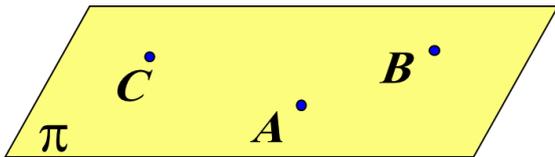
a

(i) أي نقطتين مختلفتين في الفضاء يمر بهما مستقيم وحيد (واحد فقط).

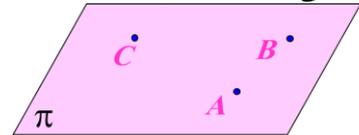
(ii) كل مستقيم في الفضاء يحوي على الأقل نقطتين مختلفتين.

b

- أي ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يحتويها مستو واحد.



- في كل مستو يوجد على الأقل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

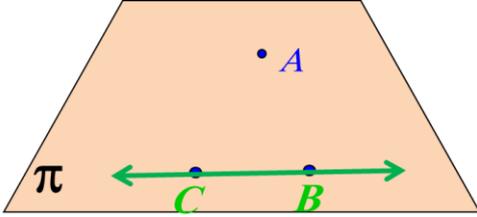


A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

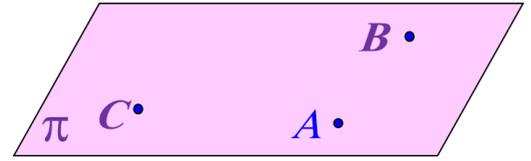
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		

حالات تعيين المستوى في الفضاء

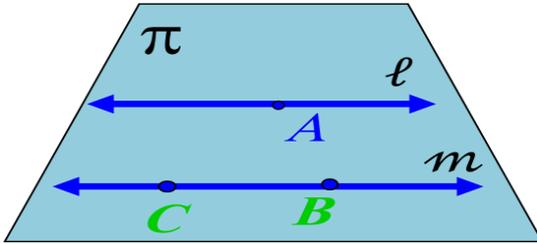
- أي ثلاث نقاط مختلفة ليست على استقامة واحدة - أي مستقيم ونقطة خارجة عنه يعينان مستويا وحيدا فقط.



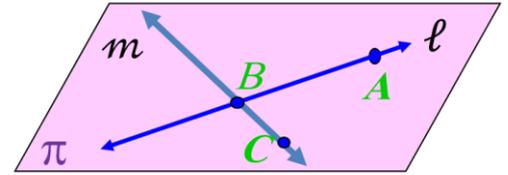
- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط.



- أي مستقيمان متوازيان مختلفان يعينان مستويا واحدا فقط.

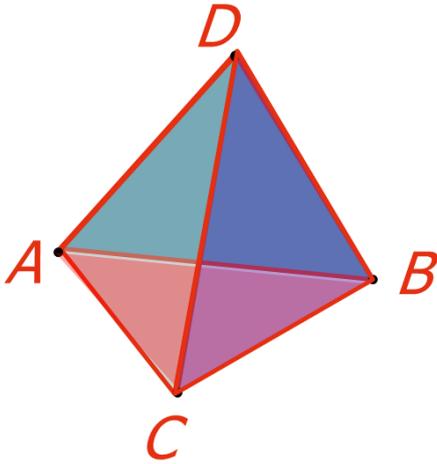


- أي مستقيمان متقاطعان يعينان مستويا واحدا فقط.



C

يحتوي الفضاء على الأقل أربع نقاط مختلفة غير مستوية.
وعلى الأقل أربع مستويات مختلفة.



النقاط A, B, C, D لا تقع في مستو واحد

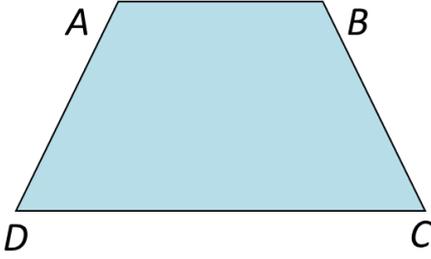


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١٤ /
الموضوع		



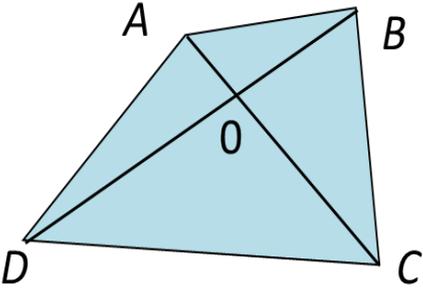
مثال (1) :
صفحة 119

أثبت أن أضلاع أي شبه منحرف تقع جميعها في مستو واحد.



حاول أن تحل (1) : في الشكل المقابل AC، BD يتقاطعان في O .
صفحة 119

أثبت أن أضلاع الرباعي ABCD تقع جميعها في مستو واحد



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١١٤ /
الموضوع		

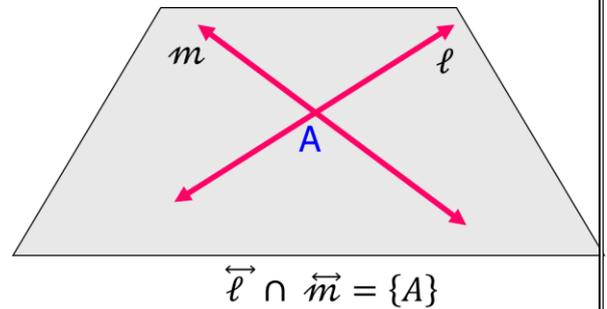
أوضاع المستقيمت في الفضاء

يقال لمستقيمتين مختلفين بالفضاء أنهما:

- متقاطعان:

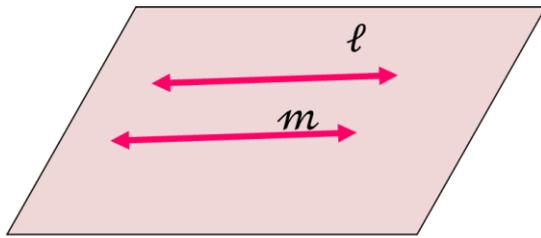
إذا وقعا في مستو واحد وكان

بينهما نقطة واحدة مشتركة فقط.



- متوازيان:

إذا وقعا في مستو واحد وكانا غير متقاطعين.

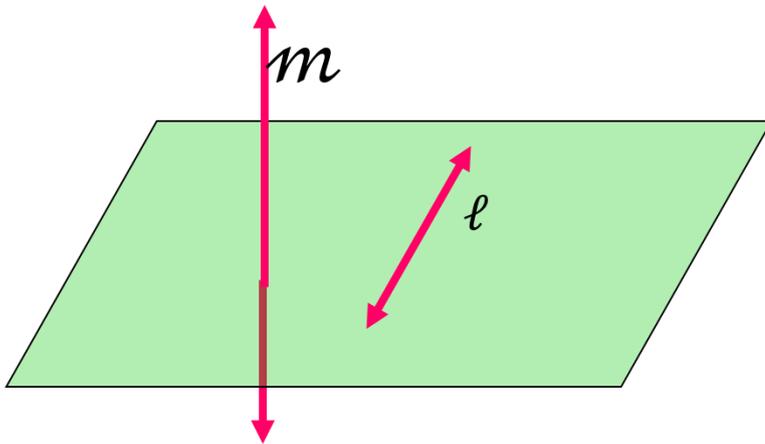


$$\vec{\ell} \subset \pi, \vec{m} \subset \pi$$

$$\vec{\ell} \cap \vec{m} = \emptyset \Rightarrow \vec{\ell} \parallel \vec{m}$$

- متخالفان:

إذا كان لا يحتويهما مستو واحد.



$$\vec{\ell} \subset \pi, \vec{m} \notin \pi$$

$$\vec{\ell} \cap \vec{m} = \emptyset$$

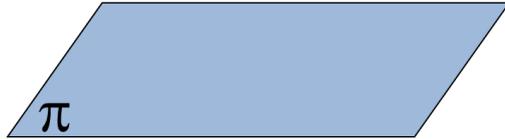
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		

أوضاع مستقيم ومستوي في الفضاء

إن معرفة عدد النقاط المشتركة بين مستقيم ومستوي تسمح بمعرفة أوضاعهما وهي:

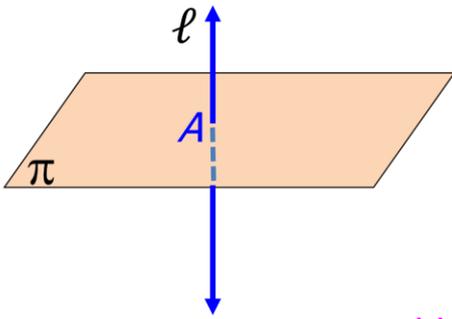


- صفر نقطة مشتركة:



المستقيم موازي للمستوي.

$$\vec{l} \cap \pi = \emptyset \Rightarrow \vec{l} // \pi$$



- نقطة مشتركة واحدة:

المستقيم يقطع المستوي

$$\vec{l} \cap \pi = \{A\}$$

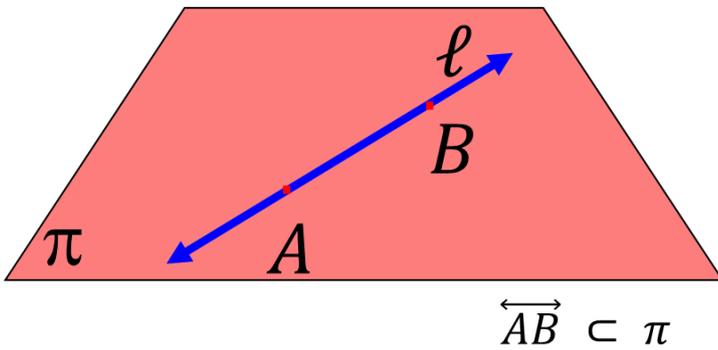
- نقطتان مختلفتان مشتركتان على الأقل:

المستقيم يقع بكامله (بتمامه) في المستوي

(المستقيم يوازي المستوي)

$$\vec{AB} \cap \pi = \vec{AB}$$

$$\therefore \vec{AB} // \pi$$



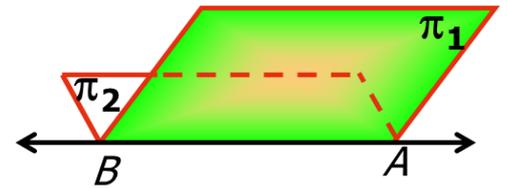
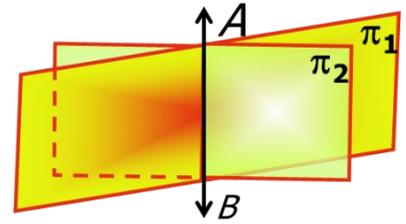
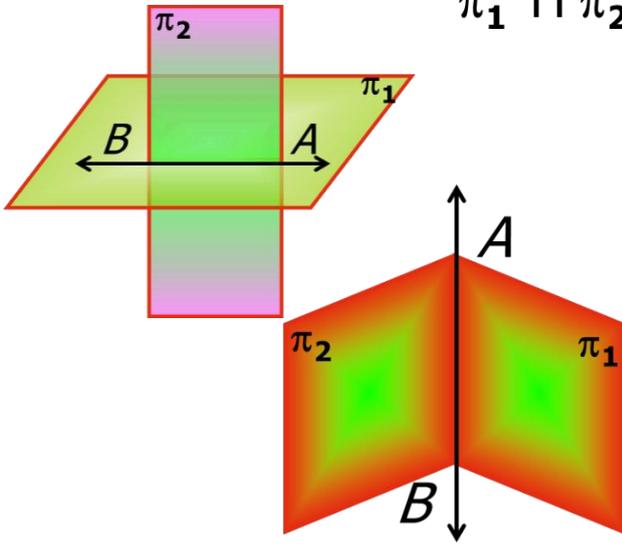
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١١٤
الموضوع		

أوضاع مستويين في الفضاء

- إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة فإنه يوجد على الأقل نقطة أخرى مشتركة بين هذين المستويين.
- إذا تقاطع مستويان مختلفان فإنهما يتقاطعان في مستقيم.
- إذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط مختلفة وليست على استقامة واحدة يكون المستويان منطبقين.

أوضاع مستويين في الفضاء

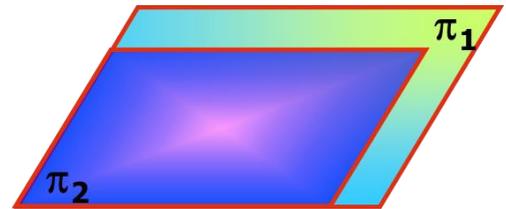
المستويان متقاطعان في مستقيم: $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{AB}$



المستويان منطبقان (يشتركان في جميع النقاط):

$$\pi_1 = \pi_2$$

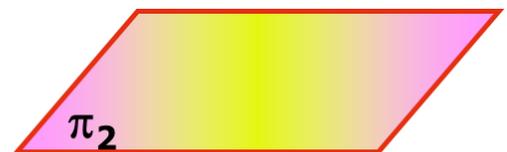
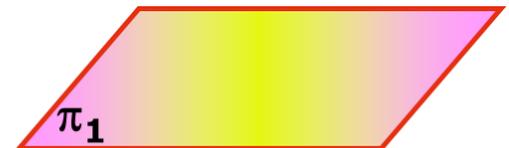
$$\pi_1 // \pi_2$$



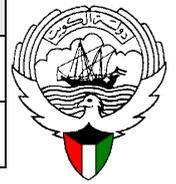
المستويان لا يشتركان في أي نقطة:

$$\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$$

$$\pi_1 // \pi_2$$

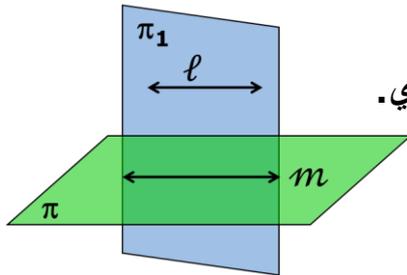


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٤١١ /
الموضوع		



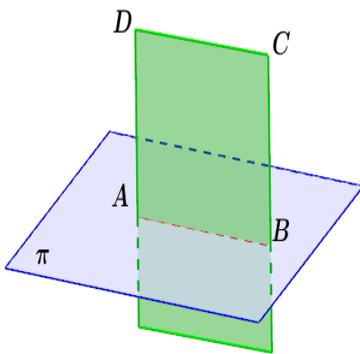
تمارين (2 - 10) المستقيمات والمستويات المتوازية في الفضاء

نظرية (1)



إذا وازي مستقيم خارج مستو مستقيما في المستوي فإنه يوازي المستوي.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \notin \pi \\ \vec{l} \parallel \vec{m} \\ \vec{m} \subset \pi \end{array} \right\} \vec{l} \parallel \pi$$



مثال (1): في الشكل المقابل: $AD = BC$ ، $\vec{AB} \subset \pi$ ، $\vec{AD} \parallel \vec{BC}$: صفحة 125

أثبت أن: $\vec{CD} \parallel \pi$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

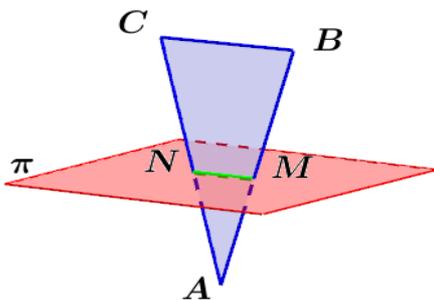
.....

.....

.....

.....

حاول أن تحل (1): في الشكل المقابل: المثلث ABC فيه M منتصف AB ، N منتصف AC : صفحة 125



M, N تنتمي إلى المستوي π

أثبت أن: $\vec{CB} \parallel \pi$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

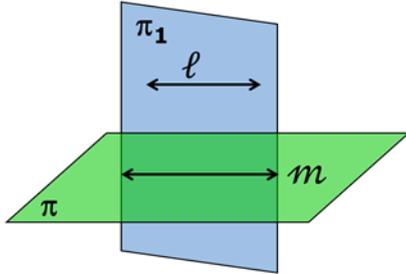
.....

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١١٤ /
الموضوع		



نظرية (2)

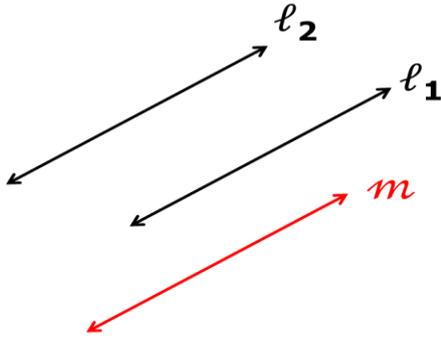
إذا وازى مستقيم مستويا، فكل مستو مار بالمستقيم ويقطع المستوي، يقطعه في مستقيم مواز للمستقيم المعلوم.



$$\left. \begin{array}{l} \therefore \vec{l} \parallel \pi \\ \vec{l} \subset \pi_1 \\ \pi_1 \cap \pi = m \end{array} \right\} \vec{l} \parallel \vec{m}$$

نظرية (3)

المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفضاء متوازيان.

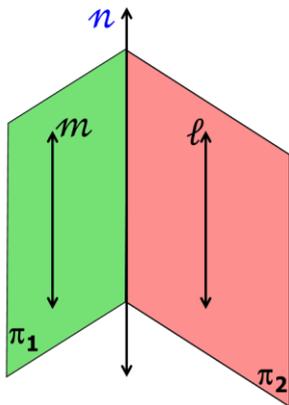


$$\left. \begin{array}{l} \vec{l}_1 \parallel \vec{m} \\ \vec{l}_2 \parallel \vec{m} \end{array} \right\} \therefore \vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2$$

نتيجة (1)

إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان،

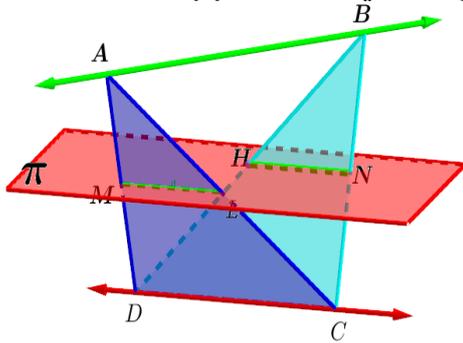
فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين.



$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \parallel \vec{m} \\ \vec{m} \subset \pi_1, \\ \vec{l} \subset \pi_2 \\ \pi_1 \cap \pi_2 = \vec{n} \end{array} \right\} \vec{l} \parallel \vec{m} \parallel \vec{n}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		

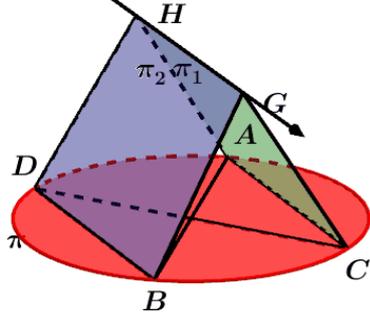
مثال (2) :: في الشكل المقابل: إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ مخالفان ، \overline{AD} تقطع π في M ، $\overline{CD} // \pi$



\overline{AC} تقطع π في L ، \overline{BD} تقطع π في H ، \overline{BC} تقطع π في N
 أثبت أن : $\overleftrightarrow{ML} // \overleftrightarrow{HN}$

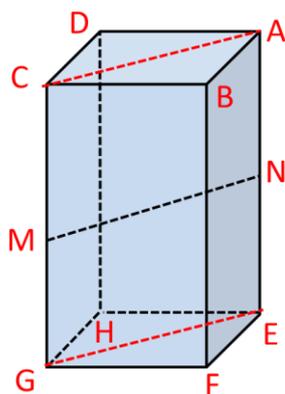
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١ /
الموضوع		

مثال (3) : في الشكل المقابل : AB ، CD قطران في مستوي الدائرة π ، $\pi_1 \cap \pi_2 = GH$ ، π_1 ، π_2 مستويين يوازي GH .



المطلوب : اثبت أن مستوي الدائرة π يوازي GH .

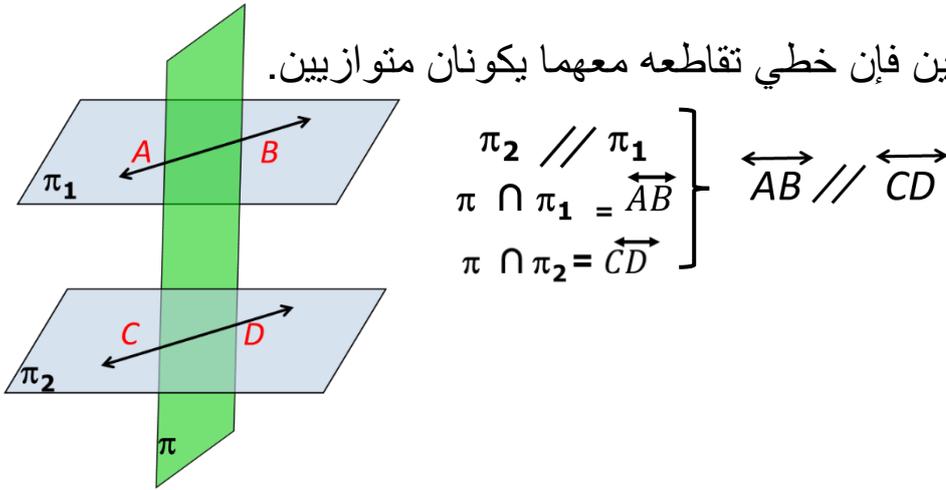
حاول أن تحل (3) : $BCDEFGH$ شبه مكعب. M منتصف CG ، N منتصف AE ، MN يوازي EF .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٤١١ /
الموضوع		

نظرية (4)

إذا قطع مستو مستويين متوازيين فإن خطي تقاطعه معهما يكونان متوازيين.

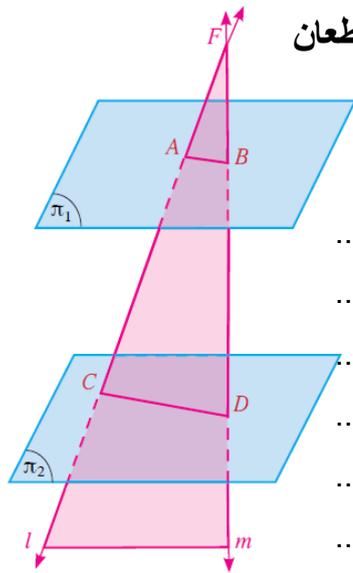


مثال (4): في الشكل المقابل: π_1 ، π_2 مستويين متوازيين . l ، m مستقيمان متقاطعان
صفحة 128

في F ويقطعان كلاً من π_1 في A ، B في π_2 ، C ، D .

إذا كان : $FB = 5 \text{ cm}$ ، $CD = 9 \text{ cm}$ ، $AC = 6 \text{ cm}$ ، $BD = 4 \text{ cm}$.

فأوجد محيط المثلث FAB .



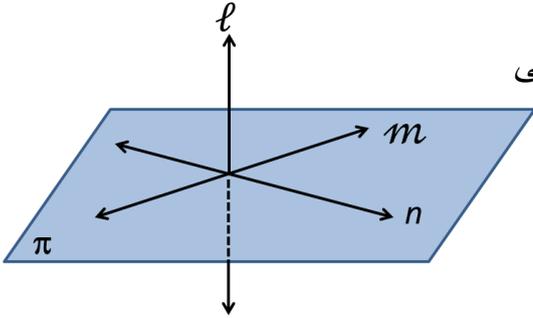
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ /		١٤١١ /
الموضوع		



تمارين (3 - 10) تعامد مستقيم مع مستو

تعريف

يكون المستقيم l عموديا على المستوى π إذا كان \vec{l} عموديا على جميع المستقيمت الواقعة في π و يرمز له بـ :

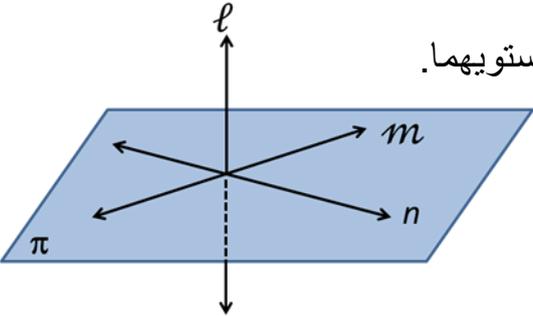


.....

في الشكل المجاور : إذا كان \vec{l} فإن l عموديا على كل المستقيمت في المستوى π

نظرية (5)

المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين يكون عموديا على مستويهما.

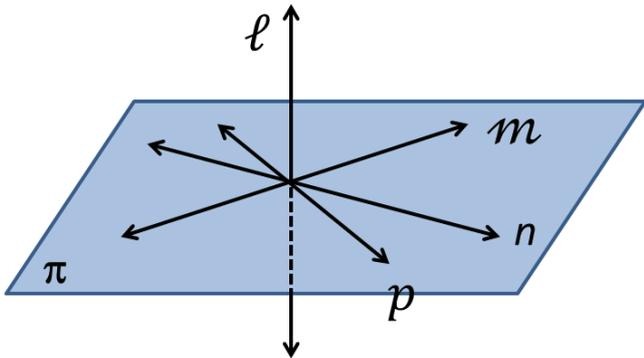


$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \perp \vec{m} \\ \vec{l} \perp \vec{n} \\ \vec{m} \cap \vec{n} = A \end{array} \right\} \vec{l} \perp \pi$$

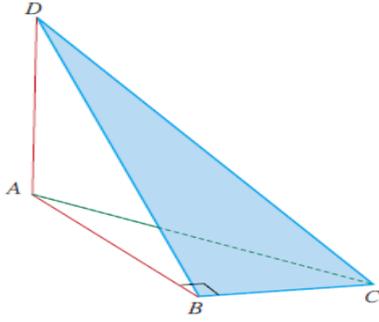
نتيجة (2)

جميع المستقيمت العمودية على مستقيم معلوم من نقطة تنتمي إلى هذا المستقيم

تكون محتواه في مستو واحد عموديا على المستقيم المعلوم.

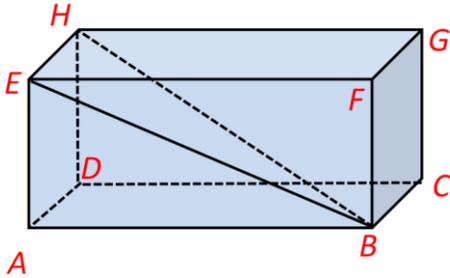


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١
الموضوع		



مثال (1) : في الشكل المقابل : المثلث ABC قائم في B ، $\vec{AD} \perp (ABC)$ ،
صفحة 131

المطلوب : اثبت أن المثلث DBC قائم في B



حاول أن تحل (1) : في شبه المكعب المقابل .
صفحة 132

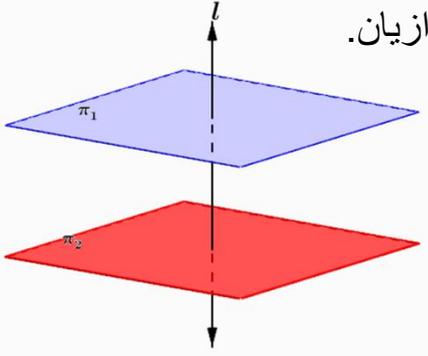
المطلوب : أثبت أن المثلث BEH قائم في E .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١ /
الموضوع		



نظرية (6)

إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستويين مختلفين، فإنهما يكونان متوازيان.



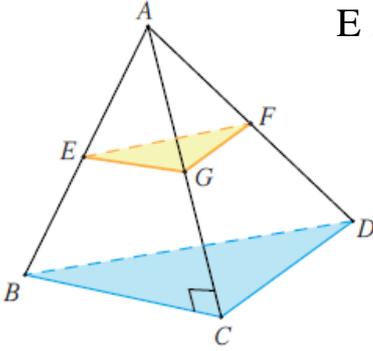
$$\left. \begin{array}{l} \vec{l} \perp \pi_1 \\ \vec{l} \perp \pi_2 \end{array} \right\} \pi_1 \parallel \pi_2$$

نظرية (7)

إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين، فإنه يكون عموديا على المستوى الآخر.

$$\left. \begin{array}{l} \pi_1 \parallel \pi_2 \\ \vec{l} \perp \pi_1 \end{array} \right\} \vec{l} \perp \pi_2$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / ١ / ١		١٤١١
الموضوع		



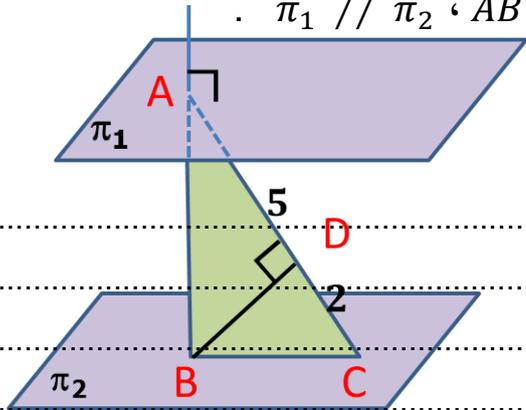
مثال (2) : في الشكل المقابل : A نقطة خارج المستوى BCD ، و النقاط E , G , F
صفحة 132

منتصفات AB , AC , AD على الترتيب . إذا كان $\vec{AC} \perp \vec{CB}$
و كان $AC = 12\text{cm}$, $AD = 13\text{cm}$, $CD = 5\text{cm}$.
فأثبت أن : $(EGF) \parallel (BCD)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١ /
الموضوع		



مثال (3) : في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، $\overrightarrow{AB} \perp \pi_1$ ، $A \in \pi_1$ ، $\overrightarrow{BC} \subset \pi_2$ ،



رسم $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$ في المستوى ABC ،

المطلوب : أوجد طول BD .

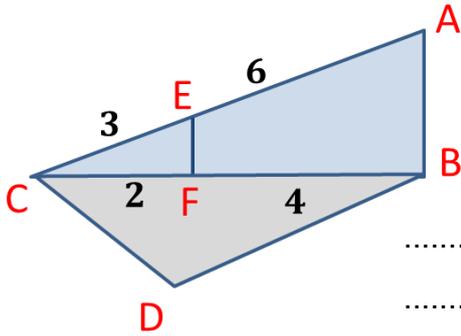
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٤١١ /
الموضوع		



مثال (4) : في الشكل المقابل إذا كان $\vec{AB} \perp (BCD)$ صفحة 135

وكان $CE=3\text{cm}$, $EA=6\text{cm}$, $CF=2\text{cm}$, $FB=4\text{cm}$

اثبت أن : EF



﴿ تمت بحمد الله ﴾