نماذج أجابة أسئله أمتحان تقييمى أول

شامل الأسبوع الرابع من المنهج

عمل / أ . أحمد نصار

(a) اكتب العدد $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i}$ في الصورة الجبرية

ثم حوله للصورة المثلثية مستخدما السعة الأساسية

الحل :

$$\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{3+1}$$

$$= \frac{2-2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x = \frac{1}{2} \quad , y = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1} = 1$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = \sqrt{3}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$$

θ تقع في الربع الرابع

$$x > 0 \quad , y < 0$$

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

الصورةالمثلثية هي :

$$z = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$$

) (a) إذا كان : $z_2 = 5 - 2i \quad , \quad z_1 = 3 + 4i$

فأوجد كلا مما يلي في الصورة الجبرية:

) $\overline{3z_1 - 2\,z_2}$

الحل :

$$\overline{3z_1 - 2z_2} = \overline{3(3+4i) - 2(5-2i)}$$

$$= \overline{9 + 12i - 10 + 4i}$$

$$= \overline{-1 + 16i}$$

$$= -1 - 16i$$

2) $\dfrac{z_2}{z_1}$

الحل :

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{5-2i}{3+4i} \times \frac{3-4i}{3-4i}$$

$$= \frac{15 - 20i - 6i - 8}{3^2 + 4^2}$$

$$= \frac{7 - 26i}{25}$$

$$= \frac{7}{25} - \frac{26}{25}i$$

(a) (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $4z^2 + 16z + 25 = 0$ في C

الحل : نحسب المميز Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (16)^2 - 4(4)(25)$$

$$= -144$$

$$= (-1) \times (12)^2$$

$$= i^2 \times (12)^2$$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 12i}{2 \times 4} = -2 - \frac{3}{2}i$$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 12i}{2 \times 4} = -2 + \frac{3}{2}i$$

مجموعة الحل = $\left\{ -2 - \frac{3}{2}i \,,\, -2 + \frac{3}{2}i \right\}$

---

(2) أوجد الزوج المرتب (r, θ) للنقطة $D(3\sqrt{3}, 3)$ حيث $\leqslant \theta < 2\pi$

)

الحل :

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2} = \sqrt{36} = 6$$

نفرض أن α زاوية الاسناد

$$\therefore \tan\alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{3}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

وبالتالي : $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$

$\because x > 0 \,,\, y > 0 \longrightarrow$ D تنتمي إلى الربع الأول $\therefore$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$$

وبالتالي : الاحداثيات القطبية هي $D\left(6 \,,\, \frac{\pi}{6}\right)$

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$)

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

الحل :

(1) $z_1 = -2 + 2i$

$$x = -2 \quad ، \quad y = 2$$

$$r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = |-1| = 1$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$x < 0 \quad ، \quad y > 0$$

$\therefore$ θ تقع في الربع الثاني

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$

(2) $2z + \overline{z_1} = 3i\,(z_2)^2$

$$2z + (\overline{-2 + 2i}) = 3i\,(1 - i)^2$$

$$2z + -2 - 2i = 3i\,(1 - 2i - 1)$$

$$2z + -2 - 2i = 3i\,(-2i)$$

$$2z + -2 - 2i = -6i^2$$

$$2z + -2 - 2i = 6$$

$$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$$

$$z = 4 + i$$

أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = \ -3cos(2x) \quad , -\pi \leq x \leq \pi$

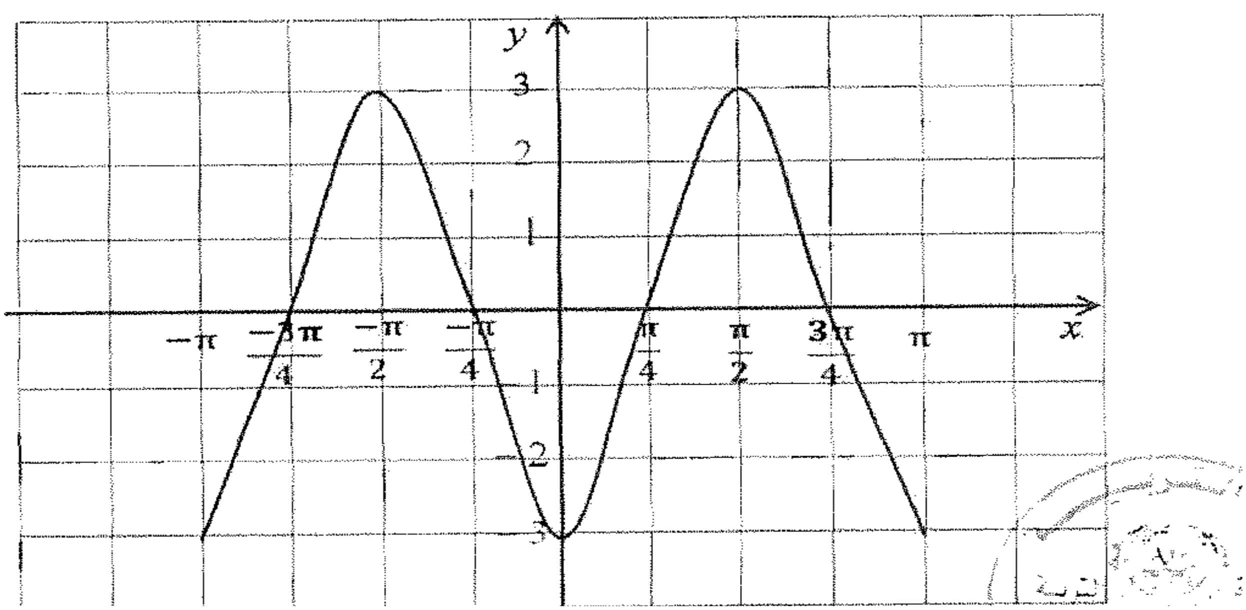
ثم ارسم بيانها

السعة : $|a| = |-3| = 3$

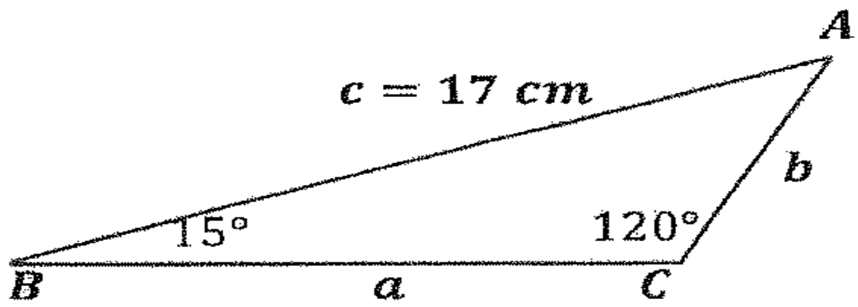
الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$cos(2x)$	1	0	-1	0	1
$y = \ -3cos(2x)$	-3	0	3	0	-3



حل المثلث ABC



: لحل المثلث نوجد α , b , a

$$\alpha = 180° - (15° + 120°) = 45°$$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 45°}{a} = \frac{\sin 15°}{b} = \frac{\sin 120°}{17}$$

$$b = \frac{17 \times \sin 15°}{\sin 120°}$$

$$b \approx 5.08 \ cm$$

$$a = \frac{17 \times \sin 45°}{\sin 120°}$$

$$a \approx 13.88 \ cm$$

أوجد مساحة سطح مثلث أطوال أضلاعه: $7cm\,, 5cm\,, 8cm$

الحل:

$$s=\frac{1}{2}(a+b+c)=\frac{1}{2}(8+5+7)=10$$

$$Area=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$=\sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)}$$

$$=\sqrt{10(2)(5)(3)}$$

$$=10\sqrt{3}\ cm^2$$

$$Area\approx 17.32\ \ cm^2$$

(a) حل ΔABC حيث $b = 9\ cm\ , c = 6\ cm\ , \alpha = 60^\circ$

<u>الحل:</u>

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\alpha$$

$$a^2 = 9^2 + 6^2 - 2(9)(6)\ cos60^\circ$$

$$a^2 = 81 + 36 - 108 \times \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 63$$

$$\mathrm{a} = 3\sqrt{7}\ cm$$

$$cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$cos\beta = \frac{\left(3\sqrt{7}\right)^2+(6)^2-(9)^2}{2\left(3\sqrt{7}\right)(6)} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\beta \approx 79.1^\circ$$

$$\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma \approx 180 - \left(60^\circ + 79.1^\circ\right)$$

$$\gamma = 40.9^\circ$$

(a) أوجد السعة و الدورة ثم ارسم بيان الدالة :

$$y = \frac{1}{2}\cos(-x) \quad : \quad x \in [-2\pi , 2\pi]$$

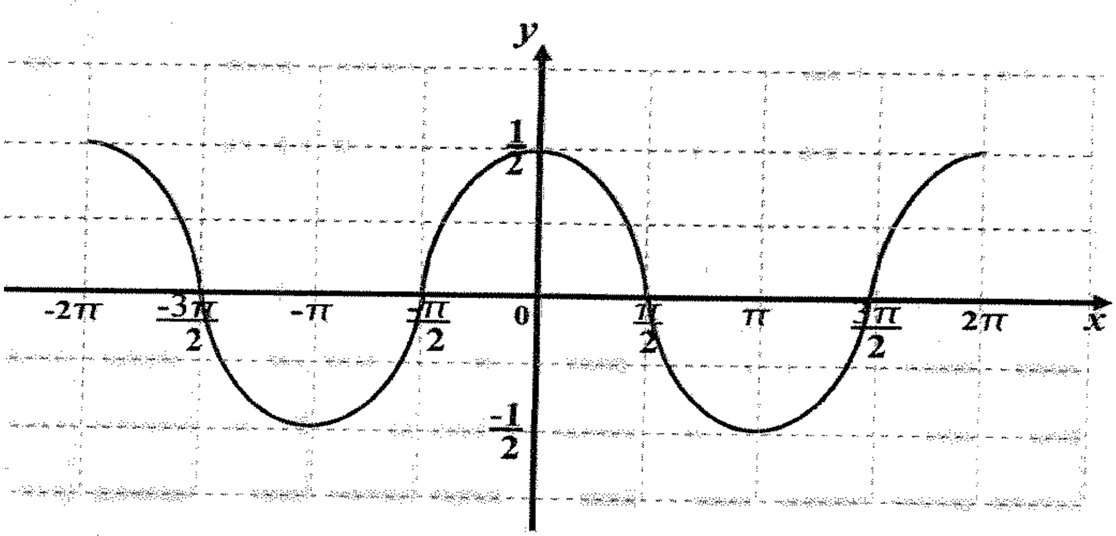
الحل :

السعة : $|a| = \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

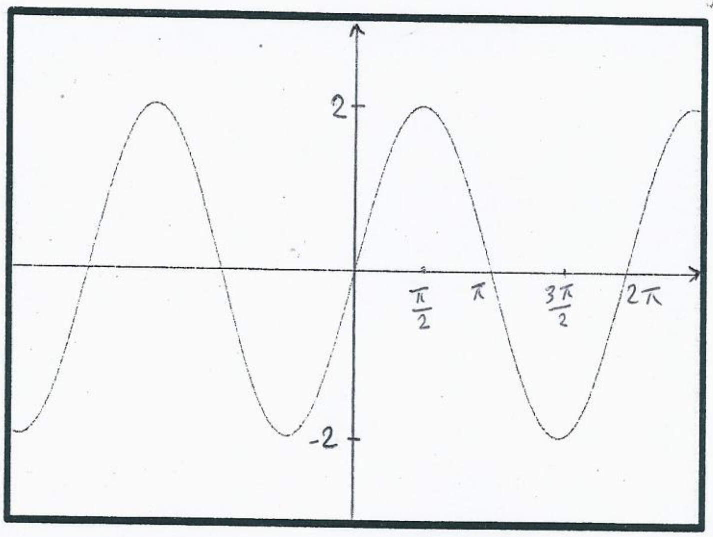
الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|-1|} = 2\pi$

$\therefore$ ربع الدورة : $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$-x$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$\cos(-x)$	1	0	-1	0	1
$\frac{1}{2}\cos(-x)$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$



(a) $y = \sin x$



الحل الدالة دورية مجالها $\mathbb{R}$

السعة: $|a| = |2| = 2$

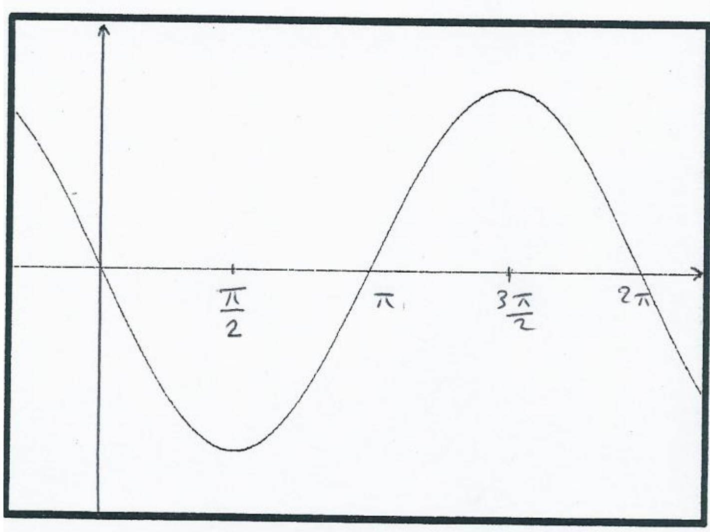
الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	−1	0
$2\sin x$	0	2	0	−2	0

....

(b) $y = -3\sin x$



الحل الدالة دورية مجالها $\mathbb{R}$

السعة: $|a| = |-3| = 3$

الدورة: $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

∴ ربع الدورة: $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	−1	0
$-3\sin x$	0	−3	0	3	0