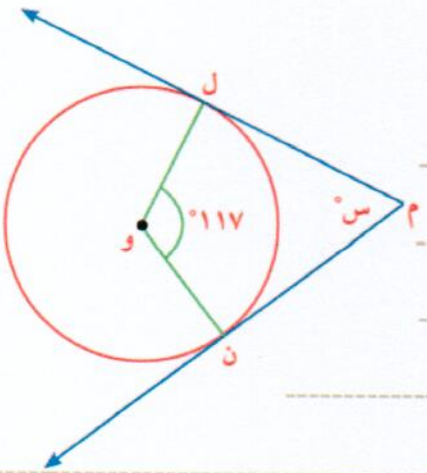
مراجعة الدائرة

١ مثال(١) : في الشكل المقابل م ل ، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و .

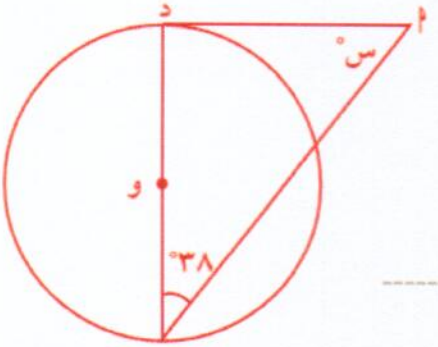
أوجد قياس الزاوية ل م̂ ن .

الحل :



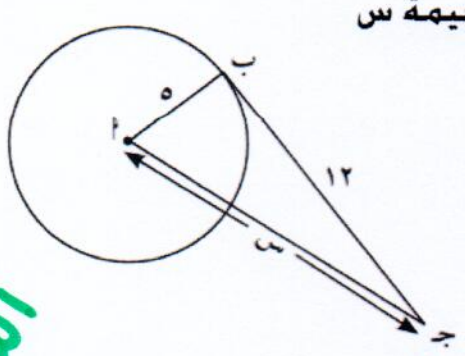
٢ تطبيق(١) : في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة التي مركزها و أوجد قيمة س

الحل :



٣ واجب: في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة . أوجد قيمة س

الحل :



الفصل الدراسي الثاني

الرياضيات : الصف العاشر

الإجابات : .

Hala Labeeb

H.L.

٢٠١٩ - ٢٠٢٠

H.L.

① المعطيات: ① $\overleftarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماسان لدائرة مركزها و.

② ق(ل م̂ ن) = ١١٧°

المطلوب: ق(ل م̂ ن)

البرهان: ∵ $\overleftarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق(ل م̂ ن) = ٩٠° (نظرية)

∵ $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق(م ن̂ و) = ٩٠° (نظرية)

في الشكل الرباعي م ل و ن:

ق(ل م̂ ن) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١١٧°)

= ٦٣° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

∴ س = ٦٣°

② المعطيات: ① $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس لدائرة مركزها و

المطلوب: إيجاد قيمة س

البرهان: ∵ $\overline{\text{أ د}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق(أ د̂ و) = ٩٠° (نظرية)

ق(أ̂) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٨°)

س = ٥٢° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

③ المعطيات: ① $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة مركزها أ

② ب جـ = ١٢ وحدة طول

③ أ ب = ٥ وحدة طول

المطلوب: إيجاد قيمة س

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق(جـ ب̂ أ) = ٩٠° (نظرية)

في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في ب:

(أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)²

= (٥)² + (١٢)²

= ٢٥ + ١٤٤ (نظرية فيثاغورث)

= ١٦٩

س = $\sqrt{١٦٩}$

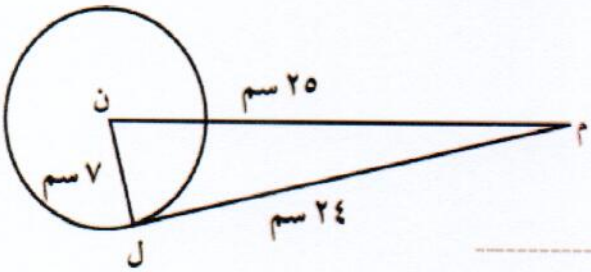
= ١٣ وحدة طول

FINGERPRINT

٤ مثال(٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها ن ، ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة .

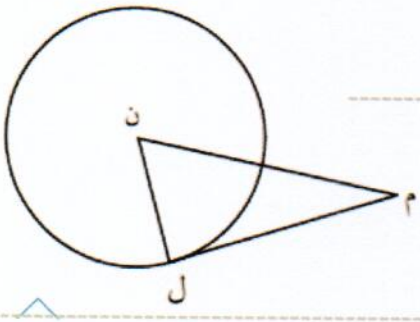
الحل :



٥ تطبيق (٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها ن ، ن ل = ٤ سم ، ل م = ٧ سم ، ن م = ٨ سم

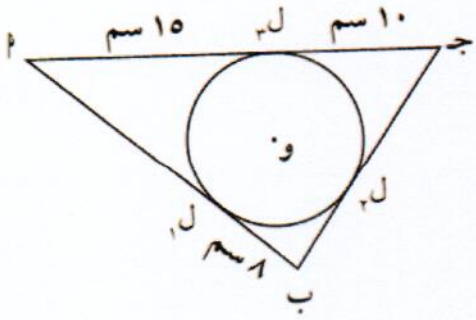
هل $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة التي مركزها ن ؟ فسر إجابتك .

الحل :



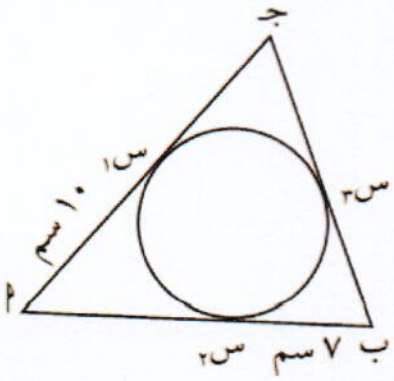
٦ مثال(٣) : في الشكل المقابل أوجد محيط المثلث أ ب جـ

الحل :



٧ تطبيق(٣) : في الشكل المقابل إذا كان محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم فأوجد طول ب جـ .

الحل :



H.L.

④ المعطيات: ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم

المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{م ل}$ مماس للدائرة.

البرهان: في Δ م ن ل:

$(م ن)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥$

$(ن ل)^2 + (م ل)^2 = (٧)^2 + (٢٤)^2 = ٦٢٥$

∴ $(م ن)^2 = (ن ل)^2 + (م ل)^2$

∴ Δ م ن ل قائم الزاوية في ل (عكس نظرية فيثاغورث)

∴ ق(∠ل) = ٩٠° ، $\overline{م ل} \perp$ ن ل

∴ $\overleftrightarrow{م ل}$ مماس للدائرة (نظرية)

⑤ المعطيات: ن ل = ٤ سم ، ل م = ٧ سم ، ن م = ٨ سم

المطلوب: هل $\overleftrightarrow{م ل}$ مماس للدائرة؟

البرهان:

في Δ ن م ل:

$(م ن)^2 = ٨^2 = ٦٤$

$(ن ل)^2 + (ل م)^2 = (٤)^2 + (٧)^2$

$= ٦٥$

∴ $(م ن)^2 \neq (ن ل)^2 + (ل م)^2$

∴ Δ م ن ل مثلث غير قائم الزاوية

∴ $\overleftrightarrow{م ل}$ ليس مماساً للدائرة

FINGERPRINT

H.L.

⑥ المعطيات: كل من $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة

أ ل٣ = ١٥ سم ، جـ ل٣ = ١٠ سم ، ب ل١ = ٨ سم

المطلوب: إيجاد محيط Δ أ ب جـ

البرهان:

أ ل٣ = أ ل١ = ١٥ سم (نظرية)

ب ل١ = ب ل٢ = ٨ سم (نظرية)

جـ ل٣ = جـ ل٢ = ١٠ سم (نظرية)

محيط Δ أ ب جـ = مجموع أطوال أضلاعه

= أ ب + ب جـ + أ جـ

= ٨ + ٨ + ١٠ + ١٠ + ١٥ + ١٥

= ٦٦ سم

⑦ المعطيات: أ س١ = ١٠ سم ، ب س٢ = ٧ سم

محيط Δ أ ب جـ = ٥٠ سم

المطلوب: إيجاد طول $\overline{\text{ب جـ}}$

البرهان:

أ س١ = أ س٢ = ١٠ سم (نظرية)

ب س٢ = ب س٣ = ٧ سم (نظرية)

جـ س١ = جـ س٣ = ص (نظرية)

محيط المثلث أ ب جـ = مجموع أطوال أضلاعه

٥٠ = ١٠ + ١٠ + ٧ + ٧ + ص + ص

٥٠ = ٣٤ + ٢ ص

٢ ص = ٥٠ − ٣٤

٢ ص = ١٦

$\frac{٢ ص}{٢} = \frac{١٦}{٢}$

ص = ٨

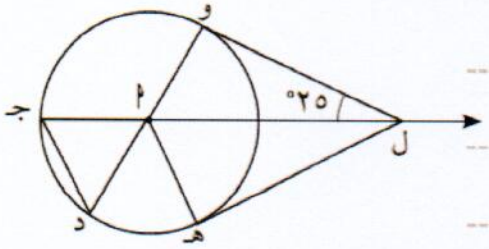
∴ طول $\overline{\text{ب جـ}}$ = ٨ سم

FINGERPRINT

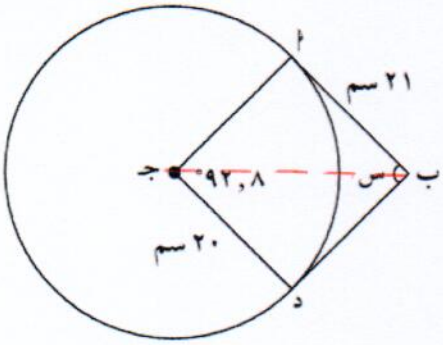
٨ مثال(٤) : في الشكل المقابل ، أوجد ق(∠ أ د جـ) ، ق(∠ هـ أ د)

إذا كانت $\overline{ل و}$ ، $\overline{ل هـ}$ تمسان الدائرة حيث $\overline{و د}$ قطر للدائرة .

الحل :



٩ تطبيق(٤) : $\overleftrightarrow{ب أ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة



(أ) أوجد قيمة س

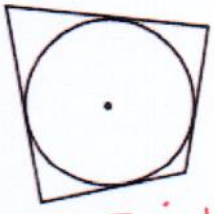
(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د .

(جـ) أوجد ب جـ

الحل :

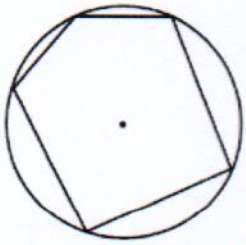
١٠ مثال(٥) : حدد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع(داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة)

١)



داخلة

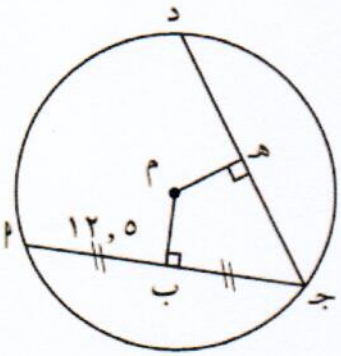
٢)



خارجة

١١ مثال(١) : في الشكل المقابل ليكن م مركز الدائرة ، م ب = م هـ . $\overline{أ جـ}$ أوجد طول جـ د . فسر .

الحل :



H.L.

⑧ المعطيات: $\overline{لو}$ ، $\overline{لهـ}$ مماسان للدائرة

و $\overline{أد}$ قطر للدائرة

ق(و $\hat{لأ}$) = ٢٥°

المطلوب: ① إيجاد ق($\hat{أجـ}$)

② إيجاد ق($\hat{هـأد}$)

البرهان: ∵ $\overline{لهـ}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق($\hat{لهـأ}$) = ٩٠° (نظرية)

ق($\hat{أ لهـ}$) = ق($\hat{أ لو}$) (نتيجة)

في Δ أهـل:

ق($\hat{هـأل}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٥°)

= ٦٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∴ ق($\hat{لأو}$) = ٦٥° (نتيجة)

ق($\hat{دأجـ}$) = ق($\hat{لأو}$) = ٦٥°

في Δ أدجـ:

أد = أجـ (انصاف أقطار الدائرة متطابقة)

∴ ق($\hat{أجـد}$) = ق($\hat{أدجـ}$) (من خواص Δ)

ق($\hat{أجـد}$) = ١٨٠° − ٦٥° / ٢

= ٥٧,٥° (مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°)

ق($\hat{هـأد}$) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°)

= ١٨٠° − ١٣٠°

= ٥٠° (بالتجاور على خط مستقيم)

FINGERPRINT

H.L.

⑨ المعطيات: $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماسان للدائرة

أ ب = ٢١ سم ، جـ د = ٢٠ سم

ق (جـ) = ٩٢,٨°

المطلوب: (أ) إيجاد قيمة س

(ب) إيجاد محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د

(جـ) إيجاد ب جـ

البرهان:

(أ) ∵ $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق (ب أ جـ) = ٩٠° (نظرية)

∵ $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ ق (ب د جـ) = ٩٠° (نظرية)

في الشكل الرباعي ب أ جـ د:

ق (ب) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٩٢,٨°)

س = ٨٧,٢° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

(ب) ب أ = ب د = ٢١ سم (نظرية)

جـ د = جـ أ = ٢٠ سم (أطوال أقطار الدائرة متطابقة)

∴ محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د = مجموع أطوال أضلاعه

= ٢١ + ٢١ + ٢٠ + ٢٠

= ٨٢ سم

(جـ) في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في أ:

(ب جـ)² = (أ ب)² + (أ جـ)²

= (٢١)² + (٢٠)²

= ٨٤١

ب جـ = $\sqrt{٨٤١}$

= ٢٩ سم (نظرية فيثاغورث)

H.L.

(11)

المعطيات: م ب = م هـ

أ ب = ١٢,٥ وحدة طول

المطلوب: ايجاد طول $\overline{جـ د}$

البرهان:

أ ب = جـ ب = ١٢,٥ (معطى)

أ جـ = أ ب + ب جـ

= ١٢,٥ + ١٢,٥

= ٢٥ وحدة طول

∵ م ب = م هـ (معطى)

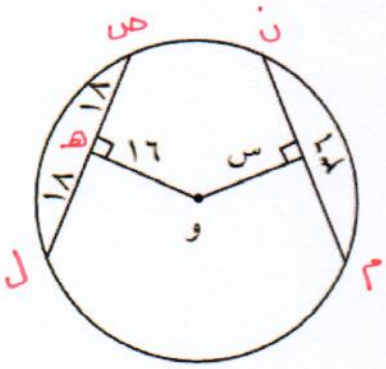
∴ جـ د = أ جـ (نظرية)

∴ جـ د = ٢٥ وحدة طول

FINGERPRINT

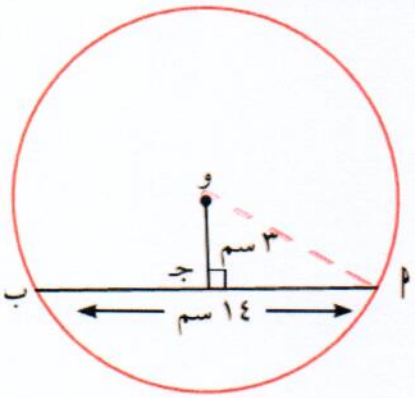
١٢ **تطبيق(١)** : في الشكل المقابل دائرة مركزها م أوجد قيمة س . فسر

الحل:



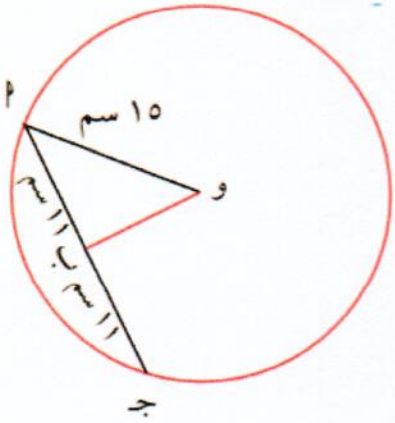
١٣ **مثال (٢)**: في الشكل المقابل أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و .

الحل :



١٤ **تطبيق(٢)** : في الشكل المقابل أوجد البعد بين مركز الدائرة و الوتر .

الحل :



H.L.

(١٢)

المعطيات: م ن = ٣٦ ، و هـ = ١٦ ، ص هـ = ١٨ ، ل هـ = ١٨

المطلوب: إيجاد قيمة س

البرهان:

ص ل = ص هـ + ل هـ

= ١٨ + ١٨ = ٣٦ وحدة طول

∵ ن م = ص ل = ٣٦ (معطى)

∴ س = ١٦ وحدة طول (نظرية)

(١٣) المعطيات: أ ب = ١٤ سم ، و جـ = ٣ سم ، $\overline{\text{و جـ}} \perp$ أ ب

المطلوب: إيجاد طول نصف قطر الدائرة.

البرهان: ∵ $\overline{\text{و جـ}} \perp$ أ ب (معطى)

∴ أ جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب

= $\frac{1}{2} \times 14$ = ٧ سم (نظرية)

في Δ أ و جـ القائم الزاوية في جـ:

$(\text{أ و})^2 = (\text{أ جـ})^2 + (\text{و جـ})^2$

$= 7^2 + 3^2$

= ٥٨ (نظرية فيثاغورث)

أ و = $\sqrt{58}$ = ٧,٦ سم

∴ طول نصف قطر الدائرة = ٧,٦ سم

(١٤) المعطيات: و أ = ١٥ سم ، ب جـ = $\sqrt{11}$ سم ، أ ب = ١١ سم

المطلوب: إيجاد البعد بين مركز الدائرة والوتر (طول $\overline{\text{و ب}}$)

البرهان: ∵ ب جـ = ب أ (معطى)

∴ $\overline{\text{و ب}} \perp$ أ جـ (نظرية)

في Δ أ و ب القائم الزاوية في ب:

$(\text{و ب})^2 = (\text{أ و})^2 - (\text{أ ب})^2$

$= (15)^2 - (11)^2$

= ٢٢٥ − ١٢١

= ١٠٤

∴ و ب = $\sqrt{104}$ = ١٠,٢ سم

∴ البعد بين مركز الدائرة والوتر = ١٠,٢ سم

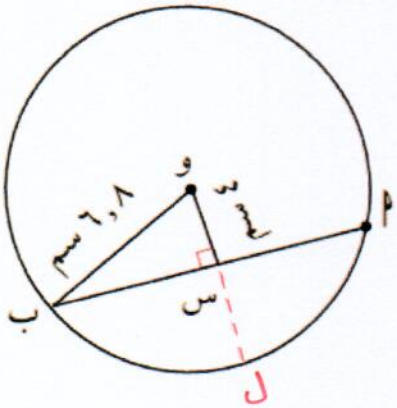
FINGERPRINT

١٥ في الشكل المقابل أوجد :

١) طول الوتر $\overline{\text{أ ب}}$.

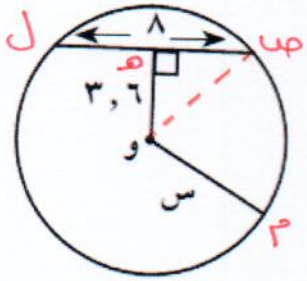
٢) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر أ ب.

الحل :



١٦ في الشكل المقابل أوجد قيمة س .

الحل :

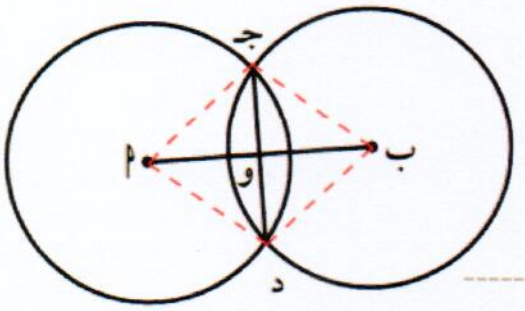


١٧ مثال (٢): في الشكل المقابل دائرتين متطابقتين .جـ د وتر مشترك .

إذا كان أ ب = ٢٤ سم ، نق =١٣ سم

فما طول $\overline{\text{جـ د}}$ ؟

الحل :



H.L.

(١٥) المعطيات: وس = ٤ سم ، وب = ٦,٨ سم ، $\overline{\text{وس}} \perp \overline{\text{أب}}$

المطلوب: ① طول الوتر $\overline{\text{أب}}$

② المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أب}}$ (طول $\overline{\text{سل}}$)

البرهان:

١) $\overline{\text{وس}} \perp \overline{\text{أب}}$ (معطى)

في Δ س و ب القائم الزاوية في س:

$(\text{س ب})^2 = (\text{و ب})^2 - (\text{و س})^2$

$= (6,8)^2 - (4)^2$

$= 46,24 - 16$

$= 30,24$

$\text{س ب} = \sqrt{30,24}$

$= 5,5$ سم (نظرية فيثاغورث)

$\therefore \overline{\text{وس}} \perp \overline{\text{أب}}$ (معطى)

$\therefore$ أس = س ب = 5,5 سم (نظرية)

$\therefore$ طول $\overline{\text{أب}} = 5,5 + 5,5$

$= 11$ سم

② و ل = و ب (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

$\therefore$ و ل = 6,8 سم

س ل = و ل − و س

$= 6,8 - 4$

$= 2,8$ سم

$\therefore$ المسافة بين منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أب}}$ = 2,8 سم

H.L.

(١٦) المعطيات: ص ل = ٨ ، هـ و = ٣,٦ ، $\overline{\text{و هـ}} \perp \overline{\text{ص ل}}$

المطلوب: إيجاد قيمة س (م و)

البرهان:

∵ $\overline{\text{و هـ}} \perp \overline{\text{ص ل}}$ (معطى)

∴ ص هـ = ل هـ = ٤ وحدة طول (نظرية)

في Δ ص هـ و القائم الزاوية في هـ:

(ص و)^2 = (و هـ)^2 + (ص هـ)^2

= (٣,٦)^2 + (٤)^2

= ١٢,٩٦ + ١٦

= ٢٨,٩٦

ص و = $\sqrt{٢٨,٩٦}$

≅ ٥,٤ سم (نظرية فيثاغورث)

∵ م و = ص و (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

∴ م و = ٥,٤ سم

س = ٥,٤ سم

(١٧) المعطيات: أب = $\sqrt{٢٤}$ سم ، نق = $\sqrt{١٣}$ سم

المطلوب: إيجاد طول $\overline{\text{جـ د}}$

البرهان: ∵ أنصاف أقطار الدائرتين متطابقة

∴ ب جـ = ب د = د أ = جـ أ

∴ جـ ب د أ معين (الأضلاع الأربعة متطابقة)

∴ $\overline{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ قطرا المعين

∴ $\overline{\text{جـ د}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ وينصف كل منهما الآخر (من خواص المعين)

∴ في Δ و جـ ب القائم الزاوية في و:

(و جـ)^2 = (جـ ب)^2 − (ب و)^2

= (١٣)^2 − (١٢)^2

= ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

و جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم (نظرية فيثاغورث)

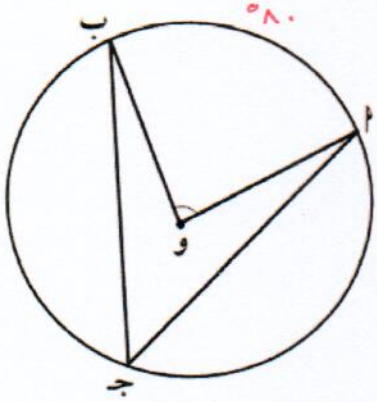
∵ و منتصف جـ د

∴ جـ د = ٢ × و جـ

= ٢ × ٥ = ١٠ سم

١٨ مثال (١) : في الشكل المقابل : إذا كان ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ٨٠° فأوجد ق ($\overset{\frown}{أ جـ ب}$) .

الحل :



١٩ تطبيق(١) : أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية :

(أ)

س زاوية مركزية

∴ س = ١١٦°

(نظرية)

(ب)

∵ الزاوية المحيطية = ٩٠°

∴ س = ٢ × ٩٠°

= ١٨٠

(نظرية)

(جـ)

س = ٣٦٠° - (٦٠° + ٨٢°)

= ٢١٨°

∵ ص زاوية محيطية

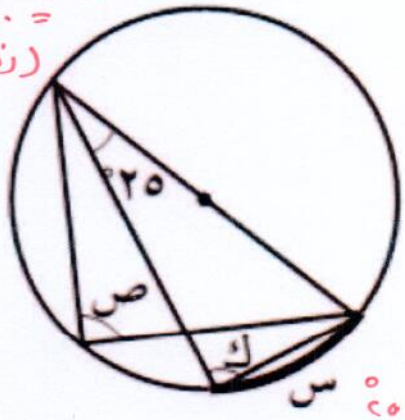
∴ ص = $\frac{1}{2}$ × س

= $\frac{1}{2}$ × ٢١٨°

= ١٠٩

(نظرية)

(هـ)



س = ٢ × ٢٥°

= ٥٠°

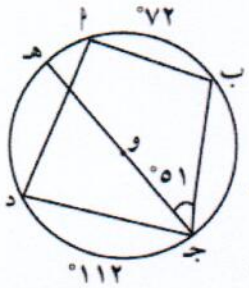
ك ، ص زاويتان محيطيتان تحصران نصف دائرة

∴ ك = ص = ٩٠° (نتيجة)

٢٠ في الشكل المقابل أوجد قياس كل من :

(أ) القوس الأصغر ب جـ (ب) ق($\overset{\frown}{ب}$)

(جـ) ق(ب جـ د)



H.L.

١٨ المعطيات: ق(أب) = ٨٠°

المطلوب: ق(أجب)

البرهان:

∵ ق(أب) = ٨٠° (معطى)

أجب زاوية محيطية

∴ ق(أجب) = ½ ق(أب) (نظرية)

= ½ × ٨٠°

= ٤٠°

٢٠ المعطيات: ق(أب) = ٧٢° ، ق(دج) = ١١٢° ، ق(بجهـ) = ٥١°

المطلوب: أ) ق(بجـ) ب) ق(ب) ، جـ) ق(بجد)

البرهان:

أ) ∵ بجهـ زاوية محيطية (معطى)

∴ ق(بهـ) = ٢ × ق(بجهـ)

= ٢ × ٥١° = ١٠٢° (نظرية)

ق(بجـ) = ١٨٠° − ١٠٢°

= ٧٨°

ب) ∵ ب زاوية محيطية تحصر نصف دائرة (معطى)

∴ ق(ب) = ٩٠° (نتيجة)

جـ) ق(هـد) = ٣٦٠° − (١١٢° + ٧٨° + ١٠٢°)

= ٣٦٠° − ٢٩٢°

= ٦٨°

ق(بد) = ق(هـد) + ق(بهـ)

= ٦٨° + ١٠٢°

= ١٧٠°

∵ بجد زاوية محيطية (معطى)

∴ ق(بجد) = ½ × ق(بد)

= ½ × ١٧٠°

= ٨٥° (نظرية)

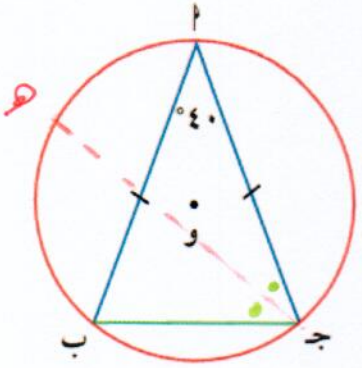
FINGERPRINT

٢١ **مثال(٢)** : أ جـ ب مثلث متطابق الضلعين حيث أ ، ب ، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ، ق(ب أ̂ جـ)= ٤٠°

١) أوجد قياس كل من الأقواس $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{بجـ}$ ، أ جـ

٢) إذا كان $\overleftarrow{جـ هـ}$ منصف الزاوية الداخلية أ $\widehat{جـ}$ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ .

ما قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أهـ}$



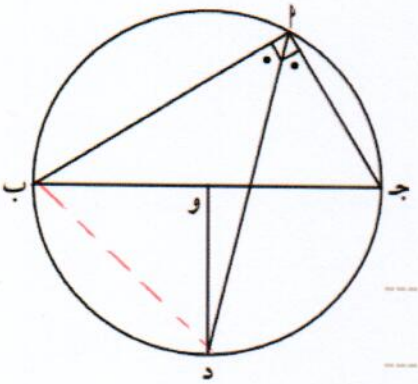
الحل :

٢٢ **تطبيق(٢)** : في الشكل المقابل : دائرة مركزها و .

١) أثبت أن $\overline{دو}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$.

٢) إذا كان ق(أ $\widehat{ب}$ جـ) = ٣٠ . أوجد ق(أ د̂ ب) .

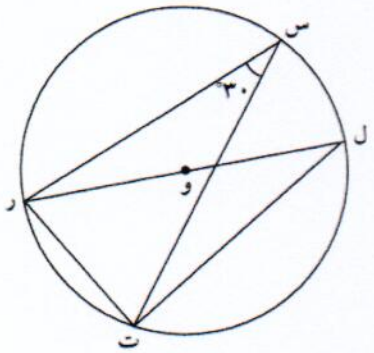
الحل :



٢٣ **مثال(٣)** : مستخدماً معطيات الشكل المقابل حيث "و" مركز الدائرة

(أ) ما نوع المثلث ر ل ت ؟ (ب) أوجد ق(ل ر̂ ت)

الحل :



H.L.

(٤١) المعطيات: أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين ، ق(ب أ̂ جـ) = ٤٠°

المطلوب: ① إيجاد قياس الأقواس $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overset{\frown}{ب جـ}$ ، $\overset{\frown}{أ جـ}$

② إيجاد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أ هـ}$.

البرهان:

① ∵ أ̂ زاوية محيطية (معطى)

∴ ق(ب جـ) = ٢ × ق(أ̂)

= ٢ × ٤٠° = ٨٠° (نظرية)

∵ أ جـ = أ ب (معطى)

∴ ق(أ جـ) = ق(أ ب) (نظرية)

ق(أ جـ) = ق(أ ب) = $\frac{٣٦٠° - ٨٠°}{٢}$

= ١٤٠°

② ∵ أ جـ ب مثلث متطابق الضلعين (معطى)

∴ ق(جـ̂) = ق(ب̂) (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

ق(جـ̂) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$

= ٧٠° (مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°)

∵ $\overline{جـ هـ}$ منصف (أ جـ̂ ب) (معطى)

∴ ق(أ جـ̂ هـ) = $\frac{٧٠°}{٢}$

= ٣٥°

وهي زاوية محيطية

∴ ق($\overset{\frown}{أ هـ}$) الأصغر = ٢ × ق(أ جـ̂ هـ)

= ٢ × ٣٥°

= ٧٠° (نظرية)

FINGERPRINT

H.L.

(٢٢) المعطيات: ق(أ̂) = ٩٠°، $\overline{أد}$ ينصف جـ أ̂ ب

ق(أ ب̂ جـ) = ٣٠°

المطلوب: ① إثبات أن $\overline{دو} \perp \overline{بجـ}$

② إيجاد قياس (أ د̂ ب)

البرهان: ① ∵ ق(جـ أ̂ ب) = ٩٠° (معطى)

$\overline{أد}$ منصف (جـ أ̂ ب) (معطى)

∴ ق(جـ أ̂ د) = $\frac{1}{2}$ × ٩٠°

= ٤٥°

وهي زاوية محيطية

∴ ق(جـ̂ د) = ٢ × ٤٥° (نظرية)

= ٩٠°

∵ جـ و̂ د زاوية مركزية (معطى)

∴ ق(جـ و̂ د) = ق(دجـ) (نظرية)

ق(جـ و̂ د) = ٩٠°

∴ $\overline{دو} \perp \overline{بجـ}$

② في △ أ ب جـ:

ق(أ جـ̂ ب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٠°)

= ١٨٠° − ١٢٠°

= ٦٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∵ أ جـ̂ ب، أ د̂ ب زاويتان محيطيتان

تحصران القوس أ ب

∴ ق(أ د̂ ب) = ق(أ جـ̂ ب) = ٦٠° (نتيجة)

FINGERPRINT

H.L.

(٤٢) المعطيات : ق (ش) = ٣٠°

المطلوب : ① نوع المثلث ر ل ت

② إيجاد قياس (ل ث ت)

البرهان :

① ∵ ل ث ر زاوية محيطية تحصر نصف دائرة (معطى)

∴ ق (ل ث ر) = ٩٠° (نتيجة)

∴ Δ ر ل ت قائم الزاوية في ت

② ∵ ش ، ل ث زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس ث ر

∴ ق (ش) = ق (ل) = ٣٠° (نتيجة)

في Δ ت ل ر :

ق (ل ث ت) = ١٨٠° - (٩٠° + ٣٠°)

= ١٨٠° - ١٢٠°

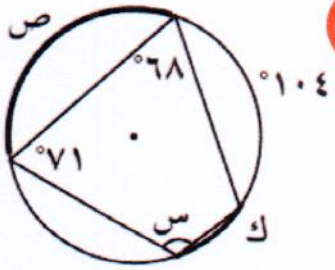
= ٦٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

FINGERPRINT

٢٤ **تطبيق(٣) : أوجد قياسات الزوايا و الأقواس المجهولة في الأشكال التالية :**

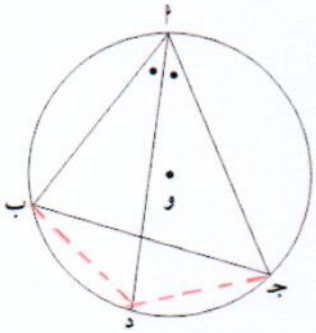
ب

٢



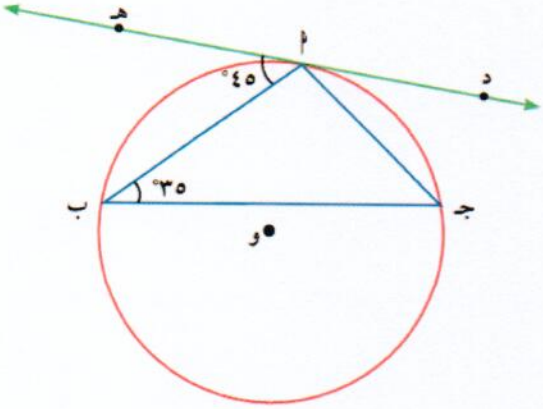
٢٥ **واجب: في الشكل المقابل إذا كان أ د منصف الزاوية أ**

أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين .



٢٦ **مثال(٤) : في الشكل المقابل : إذا كان د هـ ، ئرة عند أ . فأوجد ق(جـ أ ب)**

الحل :

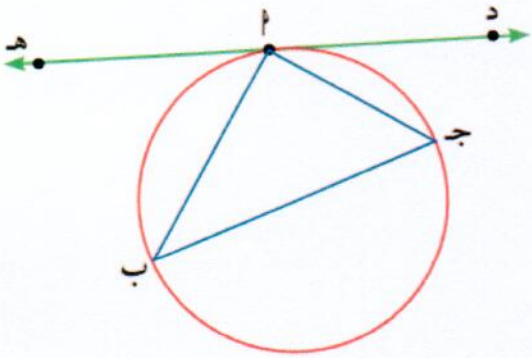


٢٧ **تطبيق(٤) : في الشكل المقابل . لدينا :ق(د أ جـ) = ٤٠ . ق(هـ أ ب) = ٥٠**

١) **أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ**

٢) **أ ثبت أن $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر للدائرة .**

الحل :



H.L.
3

٢٤ أ

∵ الشكل رباعي دائري (معطى)

∴ س = ١٨٠° − ٦٨°

= ١١٢° (كل زاويتين متقابلتين متكاملتان)

ص = ٢ × ٦٨° − ١٠٤°

= ٣٢°

ك = ٣٦٠° − (١٠٤° + ٣٢° + ١٣٦°)

= ٣٦٠° − ٢٧٢°

= ٨٨°

٢٤ ب

ك = ٩٠° (نتيجة)

ص = ½ × ٩٥°

= ٤٧,٥° (نظرية)

٢٥ المعطيات: $\overline{أد}$ ينصف ب أ̂ جـ

المطلوب: إثبات أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين.

البرهان:

∵ ق(جـ أ̂ د) = ق(ب أ̂ د) (معطى)

∴ ق(⌒جـ د) = ق(⌒ب د)

∴ جـ د = جـ ب (نظرية)

في △ ب جـ د:

∵ ب جـ = د جـ

∴ ب جـ د مثلث متطابق الضلعين

H.L.

٢٦ المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{دهـ}}$ مماس للدائرة

ق(هـ أ̂ ب) = ٤٥°

ق(أ ب̂ جـ) = ٣٥°

المطلوب : إيجاد ق(جـ أ̂ ب)

البرهان :

ق(أ جـ̂ ب) = ق(هـ أ̂ ب) = ٤٥° (نظرية)

في △ أ ب جـ :

ق(جـ أ̂ ب) = ١٨٠° − (٤٥° + ٣٥°)

= ١٨٠° − ٨٠°

= ١٠٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

٢٧ المعطيات : ق(د أ̂ جـ) = ٤٠°

ق(هـ أ̂ ب) = ٥٠°

المطلوب : ① إيجاد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

② إثبات أن $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر للدائرة.

البرهان :

① ق(أ ب̂ جـ) = ق(د أ̂ جـ) = ٤٠° (نظرية)

ق(أ جـ̂ ب) = ق(هـ أ̂ ب) = ٥٠° (نظرية)

ق(جـ أ̂ ب) = ١٨٠° − (٥٠° + ٤٠°)

= ١٨٠° − ٩٠°

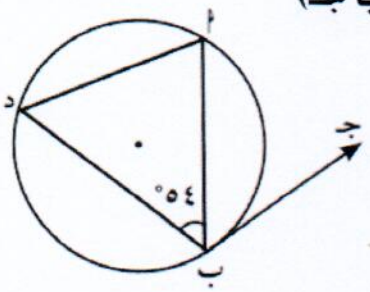
= ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

② ∵ جـ أ̂ ب = ٩٠°

وهي زاوية محيطية تحصر نصف دائرة

∴ $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر للدائرة .

٢٨ **واجب** : في الشكل المقابل إذا كان ق(ب د) = ١٤٠ ، أوجد ق(أ ب̂ جـ)

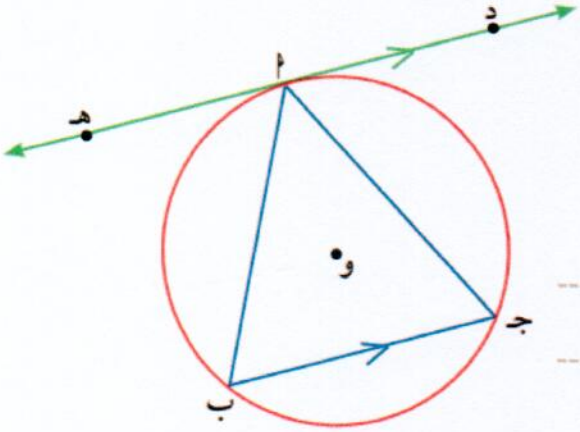


الحل :

٢٩ **مثال (٥)**: في الشكل المقابل ،د هـ ↔ مماس للدائرة عند النقطة أ .

ب جـ وتر في الدائرة موازٍ للمماس د هـ ↔

أثبت أن المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين .

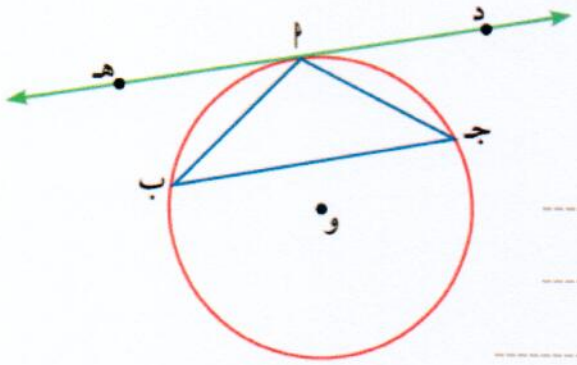


الحل :

٣٠ **تطبيق(٥)** : في الشكل المقابل ،د هـ ↔ مماس للدائرة عند النقطة أ .

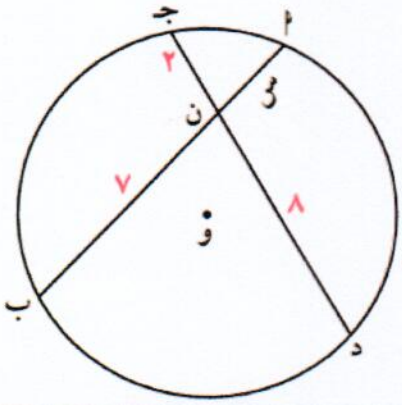
المثلث أب جـ متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ)

أثبت أن د هـ ↔ // ب جـ .



الحل :

٣١ **مثال(١)** : في الشكل المقابل أوجد قيمة س .



الحل :

H.L.

٢٨ المعطيات : ق (ب د) = ١٤٠° ، ق (أ ب̂ د) = ٥٤°

المطلوب : إيجاد ق (أ ب̂ جـ) .

البرهان : ∵ ق (ب د) = ١٤٠° (معطى)

∴ ق (ب أ̂ د) = $\frac{1}{2}$ × ١٤٠°

= ٧٠° (نظرية)

في △ أ ب د :

ق (أ د̂ ب) = ١٨٠° − (٥٤° + ٧٠°)

= ١٨٠° − ١٢٤°

= ٥٦° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ د̂ ب) = ٥٦° (نظرية)

٢٩ المعطيات : $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ مماس للدائرة

$\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$

المطلوب : إثبات أن △ أ ب جـ متطابق الضلعين

البرهان :

∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ (معطى)

∴ ق (هـ أ̂ ب) = ق (أ ب̂ جـ) (بالتبادل والتوازي)

أ د̂ ب ، هـ أ̂ ب زاوية محيطية وزاوية مماسية

تحصران القوس نفسه (أ جـ) .

∴ ق (أ د̂ ب) = ق (هـ أ̂ ب) (نظرية)

∴ ق (أ د̂ ب) = ق (أ ب̂ جـ)

∴ أ ب = أ جـ

∴ △ أ ب جـ متطابق الضلعين

FINGERPRINT

H.L.
5

(٣٠) المعطيات: $\overleftrightarrow{\text{دهـ}}$ مماس للدائرة

المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ)

المطلوب: إثبات أن $\overleftrightarrow{\text{دهـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

البرهان:

ق (أ ب̂ جـ) = ق (د أ̂ جـ) (نظرية)

ق (أ جـ̂ ب) = ق (هـ أ̂ ب) (نظرية)

∵ المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين (معطى)

∴ ق (أ جـ̂ ب) = ق (أ ب̂ جـ) (من خواص المثلث △)

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (د أ̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب) = ق (هـ أ̂ ب)

∵ ق (أ ب̂ جـ) = ق (هـ أ̂ ب) وهما متبادلتان

∴ $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{دهـ}}$

(٣١) المعطيات: ن جـ = ٢

ن ب = ٧

ن د = ٨

المطلوب: إيجاد قيمة س .

البرهان:

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ وتران متقاطعان داخل دائرة (معطى)

∴ أ ن × ن ب = جـ ن × د ن (نظرية)

س × ٧ = ٢ × ٨

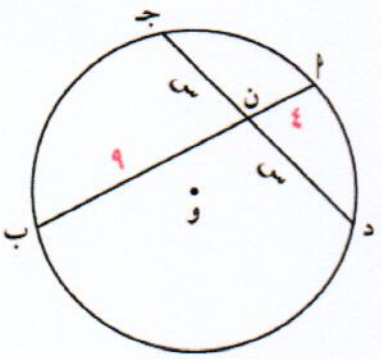
٧ س = ١٦

$\frac{٧ س}{٧} = \frac{١٦}{٧}$

∴ س = $\frac{١٦}{٧}$ وحدة طول

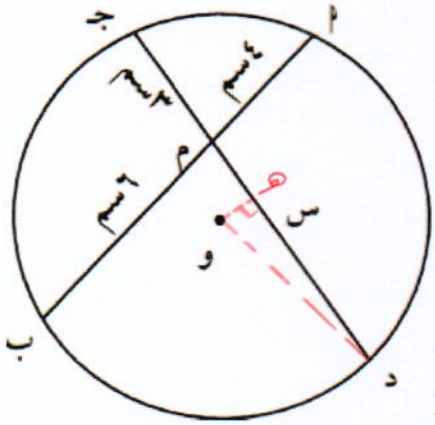
أو س ≈ ٢,٣ وحدة طول

٣٢ **تطبيق(١)** : في الشكل المقابل أوجد قيمة س



الحل :

٣٣ **مثال(٢)** : في الدائرة المقابلة التي مركزها و :



م أ = ٤ سم ، م ب = ٦ سم ، م جـ = ٣ سم ، م د = س

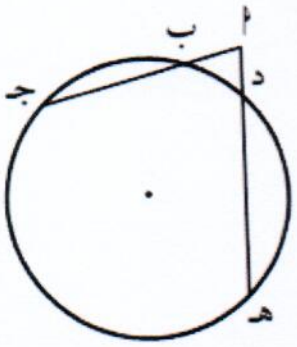
١) أوجد قيمة س ـــــ

٢) أوجد البعد بين المركز "و" و الوتر د جـ

إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة يساوي ٦

الحل :

٣٤ **مثال(٣)** : في الشكل المقابل :أ جـ = ٢٠ ، ب جـ = ١٥ ، أهـ = ٢٥



أوجد دهـ

الحل :

H.L.

٣٢

المعطيات : أن = ٤

ن ب = ٩

المطلوب : إيجاد قيمة س

البرهان:

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{جد}$ وتران متقاطعان داخل الدائرة (معطى)

∴ د ن × جـ ن = أ ن × ب ن (نظرية)

س × س = ٤ × ٩

س² = ٣٦

س = $\sqrt{٣٦}$

س = ٦ أو س = -٦ (مرفوضة)

∴ س = ٦ وحدة طول

٣٣

المعطيات : م أ = ٤ سم ، م جـ = ٣ سم ، م ب = ٦ سم ، نق = ٦ سم

المطلوب : ① إيجاد قيمة س

② البعد بين و ، $\overline{دجـ}$

البرهان : ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{جد}$ وتران متقاطعان داخل الدائرة

① ∴ م د × جـ م = م أ × ب م (نظرية)

س × ٣ = ٤ × ٦

٣ س = ٢٤

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٢٤}{٣}$

س = ٨ سم

② ∵ و هـ ⊥ $\overline{جد}$ (معطى)

∴ هـ د = $\frac{١}{٢}$ جـ د (نظرية)

= $\frac{١}{٢}$ × (٨ + ٣)

= ٥,٥ سم

في Δ و هـ د القائم الزاوية في هـ :

(و هـ)² = (د و)² − (هـ د)²

= ٦² − (٥,٥)² = ٥,٧٥

و هـ = $\sqrt{٥,٧٥}$ (نظرية فيثاغورث)

= ٢,٤ سم

FINGERPRINT

H.L.

٣٤ المعطيات : أ جـ = ٢٠

ب جـ = ١٥

أ هـ = ٢٥

المطلوب : ايجاد د هـ

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطعان مرسومان من نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ أ د × أ هـ = أ ب × أ جـ (نتيجة)

أ د × ٢٥ = ٥ × ٢٠

٢٥ أ د = ١٠٠

$\frac{\text{٢٥ أ د}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{١٠٠}}{\text{٢٥}}$

أ د = ٤ وحدة طول

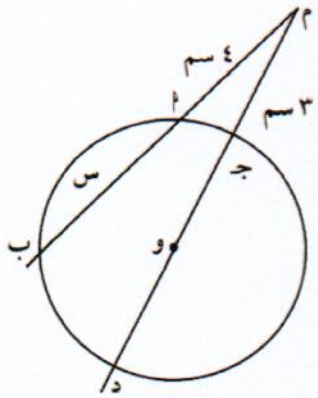
د هـ = أ هـ − أ د

= ٢٥ − ٤

= ٢١ وحدة طول

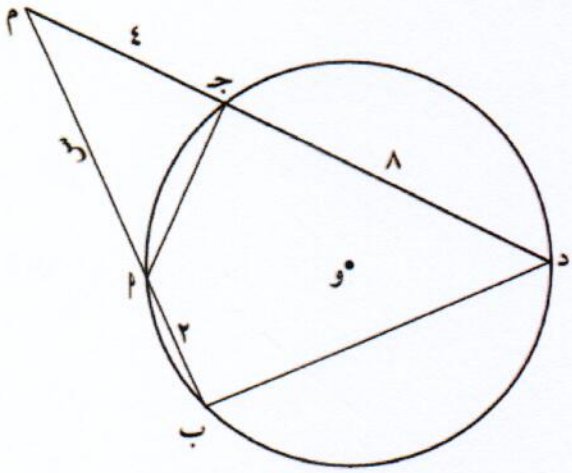
٣٥ **تطبيق(٣)** : في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و . طول نصف قطرها يساوي ٤ سم

أوجد قيمة س .



الحل :

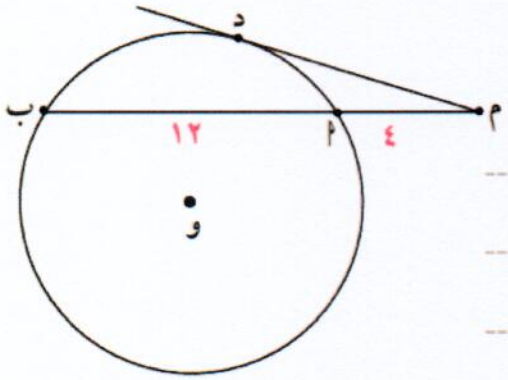
٣٦ **مثال(٤)** : في الشكل المقابل : أوجد قيمة س



الحل :

٣٧ **مثال(٥)** : في الشكل المقابل ، أوجد طول القطعة المماسية $\overline{\text{م د}}$

علماً بأن : أ م = ٤ سم ، أ ب = ١٢ سم



الحل :

H.L.

٣٥ المعطيات: م جـ = ٣ سم ، م أ = ٤ سم ، جـ د = ٤ سم

المطلوب: إيجاد قيمة س

البرهان: ∵ $\overline{\text{م د}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ قاطعان مرسومان من نقطة خارج الدائرة (نتيجة)

∴ م أ × م ب = م جـ × م د

٤ × م ب = ٣ × ٧

٤ م ب = ٢١

$\frac{\text{٤ م ب}}{٤} = \frac{٢١}{٤}$

م ب = ٥,٢٥ سم

أ ب = م ب − م أ

س = ٥,٢٥ − ٤

= ١,٢٥ سم

٣٦ المعطيات: م جـ = ٤ ، د جـ = ٨ ، أ ب = ٢

المطلوب: إيجاد قيمة س

البرهان:

∵ $\overline{\text{م د}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ قاطعان مرسومان من نقطة خارج الدائرة.

(نتيجة)

∴ م جـ × م د = م أ × م ب

٤ × ١٢ = س × (س + ٢)

٤٨ = س² + ٢س

٠ = س² + ٢س − ٤٨

س² + ٢س − ٤٨ = ٠

Δ = ب² − ٤ أ جـ

= ٢² − ٤ × ١ × (−٤٨) = ١٩٦

س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\Delta}}{\text{٢أ}}$

= $\frac{-٢ \pm \sqrt{١٩٦}}{٢ \times ١}$ = $\frac{-٢ \pm ١٤}{٢}$

س = $\frac{-٢ + ١٤}{٢}$ أو س = $\frac{-٢ - ١٤}{٢}$

س = ٦ ، س = −٨ (مرفوضة)

∴ س = ٦ وحدة طول

FINGERPRINT

H.L.

٣٧ المعطيات: أم = ٤ سم

أب = ١٢ سم

المطلوب: إيجاد طول $\overline{\text{أد}}$

البرهان:

∵ $\overline{\text{أد}}$ مماس، $\overline{\text{أب}}$ قاطع مرسومان من نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ $(\text{أد})^2$ = أم × أب

= ٤ × ١٦

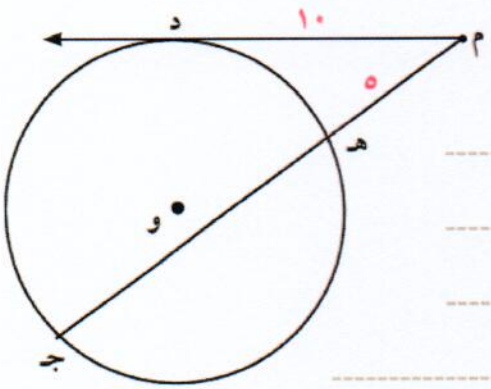
= ٦٤

∴ أد = $\sqrt{٦٤}$

= ٨ وحدة طول

٣٨ **تطبيق(٥)** : في الشكل المقابل ، م د قطعة مماسية حيث م د = ١٠ سم ، م هـ = ٥ سم

أوجد طول هـ جـ .

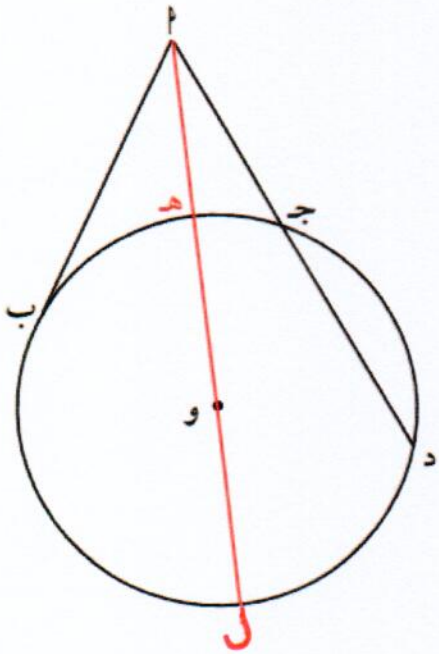


الحل :

٣٩ **مثال(٦)** : في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة

أ جـ = ١٠ ، أ هـ = ٨ ، هـ ل = ١٢

أوجد : جـ د ، أ ب .



الحل :

H.L.

٣٨ المعطيات: م د = ١٠ ، م هـ = ٥

المطلوب: إيجاد طول $\overline{هـ جـ}$

البرهان:

∵ $\overline{م د}$ قطعة مماسية ، $\overline{م جـ}$ قاطع ، مرسومان من نقطة خارج الدائرة (معطى)

∴ $(م د)^2$ = م هـ × م جـ (نتيجة)

$(١٠)^2$ = ٥ × م جـ

١٠٠ = ٥ × م جـ

∴ م جـ = $\frac{١٠٠}{٥}$ = ٢٠ وحدة طول

هـ جـ = م جـ − م هـ

= ٢٠ − ٥ = ١٥ وحدة طول

٣٩ المعطيات: أ جـ = ١٠ ، أ هـ = ٨ ، هـ ل = ١٢

المطلوب: إيجاد جـ د ، أ ب

البرهان:

∵ $\overline{أ د}$ ، $\overline{أ ل}$ قاطعان مرسومان من نقطة خارج الدائرة

∴ أ جـ × أ د = أ هـ × أ ل (نتيجة)

١٠ × أ د = ٨ × ٢٠

١٠ أ د = ١٦٠

أ د = $\frac{١٦٠}{١٠}$ = ١٦ وحدة طول

جـ د = أ د − أ جـ

= ١٦ − ١٠ = ٦ وحدة طول

∵ $\overline{أ ب}$ قطعة مماسية ، أ د قاطع ، مرسومان من نقطة خارج الدائرة.

∴ $(أ ب)^2$ = أ جـ × أ د (نتيجة)

= ١٠ × ١٦

= ١٦٠

أ ب = $\sqrt{١٦٠}$

= ١٢,٦ وحدة طول