الفصل الدراسي الثاني

٢٠٢١ ـــ ٢٠٢٢

الصف العاشر

مادة الرياضيات

دفتر الطالب

الإجابات :-

Hala Labeeb

H.L.

الصف العاشر

التاريخ : / / اليوم :

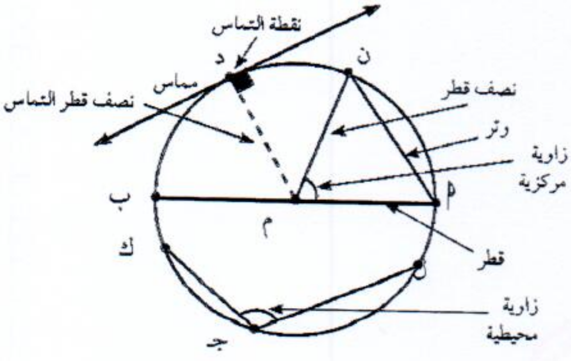
العنوان : الدائرة (نظرية ١) بند ٦ ـ ١ (أ)

تعريف الدائرة

الدائرة هي مجموعة نقاط المستوي التي تبعد كل منها عن نقطة ثابتة م في المستوي بعداً ثابتا
تسمي النقطة الثابتة مركز الدائرة ويسمي البعد الثابت طول نصف القطر ويرمز له عاده بالرمز نق

تعاريف هامة :

القطر – نصف القطر – الوتر – المماس – نصف قطر التماس
الزاوية المحيطية – الزاوية المركزية



نظرية ١

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة فقط

نتيجة ١ : **من نقطة خارج مستقيم يوجد مستقيم وحيد يمر بهذه النقطة وعمودي على المستقيم المعلوم**

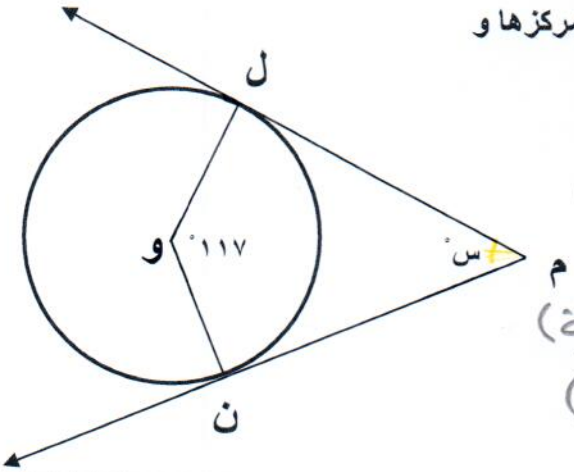
نتيجة ٢ : **أقصر بعد بين نقطة ومستقيم هو البعد العمودي**

H.L.

نظرية ٢

المماس عمودي على نصف قطر التماس

كتاب الطالب مثال صـ ١٥ رقم ٢ :



في الشكل المقابل $\overleftarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماسان للدائرة التي مركزها و

أوجد قياس الزاوية ل $\hat{\text{م}}$ ن

البرهان :

∵ $\overleftarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ و ل نصف قطر التماس

∴ ق (و $\hat{\text{ل}}$ م) = ٩٠° (نظرية)

∵ $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ و ن نصف قطر التماس

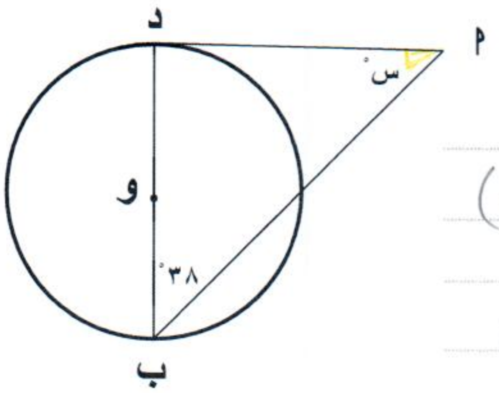
∴ ق (و $\hat{\text{ن}}$ م) = ٩٠° (نظرية)

في الشكل الرباعي م ل و ن :-

ق ($\hat{\text{م}}$) = ٣٦٠° – (٩٠° + ٩٠° + ١١٧°)

∴ س = ٦٣° (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٥ رقم ٢ :



في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة التي مركزها و

أوجد قيمة س°

البرهان :

∵ $\overline{\text{أ د}}$ مماس للدائرة (معطى)

∴ و د نصف قطر التماس

∴ ق ($\hat{\text{د}}$) = ٩٠° (نظرية)

في △ أ د ب :

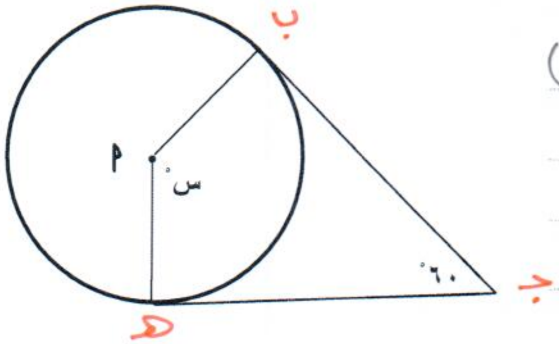
ق ($\hat{\text{أ}}$) = ١٨٠° – (٩٠° + ٣٨°)

∴ س = ٥٢° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

H.L.

كراسة التمارين صـ ٩ رقم ١ :

القطع المستقيمة تمس الدائرة ، م مركز الدائرة . أوجد قيمة س



البرهان :ـ

∵ جـ ب مماس للدائرة (معطى)

∵ م ب نصف قطر التماس

∴ ق(بْ) = ٩٠° (نظرية)

∵ جـ هـ مماس للدائرة (معطى)

∵ م هـ نصف قطر التماس

∴ ق(هـْ) = ٩٠° (نظرية)

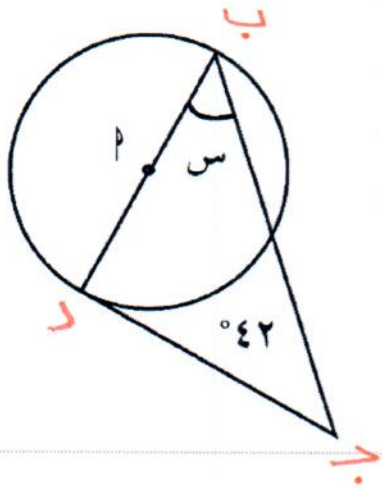
في الشكل الرباعي م ب جـ هـ :ـ

ق(مْ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٦٠°) (مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°)

∴ س = ١٢٠°

كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٢ :

القطعة المستقيمة تمس الدائرة ، م مركز الدائرة . أوجد قيمة س



البرهان :ـ

∵ جـ د مماس للدائرة (معطى)

∵ م د نصف قطر التماس

∴ ق(دْ) = ٩٠° (نظرية)

في △ ب جـ د :

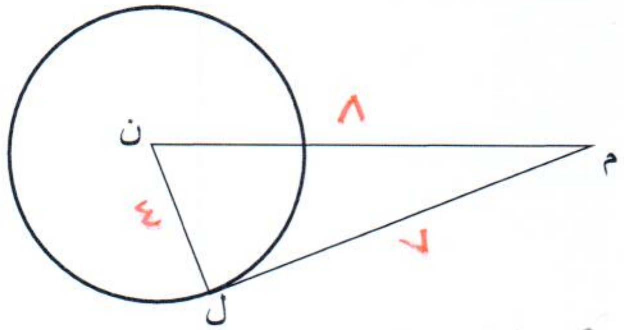
ق(بْ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٢°)

س = ٤٨° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

نظرية ٣

المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي للدائرة يكون مماسا لهذه الدائرة عند هذه النقطة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٨ رقم ٤ :



في الشكل المقابل دائرة مركزها ن

ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨ ،

فهل $\overline{\text{م ل}}$ مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك .

البرهان :

باستخدام عكس نظرية فيثاغورث :

(ن ل)^2 + (م ل)^2 = ٤^2 + ٧^2

= ١٦ + ٤٩ = ٦٥

(م ن)^2 = ٨^2

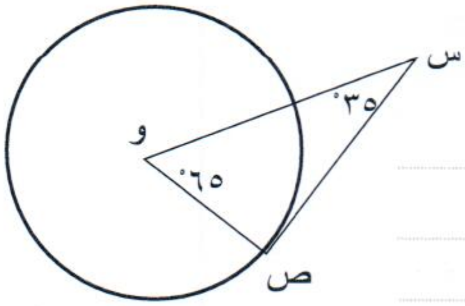
= ٦٤

∴ (ن ل)^2 + (م ل)^2 ≠ (م ن)^2

∴ △ م ن ل ليس قائم الزاوية

∴ $\overline{\text{م ل}}$ ليس مماس للدائرة

التطبيق :



في الشكل المقابل دائرة مركزها و

فهل $\overline{\text{س ص}}$ مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك .

البرهان :-

في △ س و ص :

ق (ص) = ١٨٠° – (٣٥° + ٦٥°)

= ١٨٠° – ١٠٠°

= ٨٠°

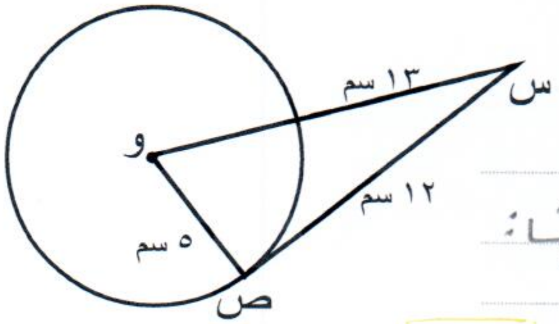
(مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∴ ق (ص) ≠ ٩٠°

∴ $\overline{\text{س ص}}$ ليس مماساً للدائرة

H.L.

التطبيق :



في الشكل المقابل
أثبت أن $\overline{\text{س ص}}$ مماس للدائرة

البرهان :

باستخدام عكس نظرية فيثاغورث :

$(\text{و ص})^2 + (\text{س ص})^2 = 5^2 + (12)^2$

$= 25 + 144 = \boxed{169}$

$(\text{س و})^2 = (13)^2 = \boxed{169}$

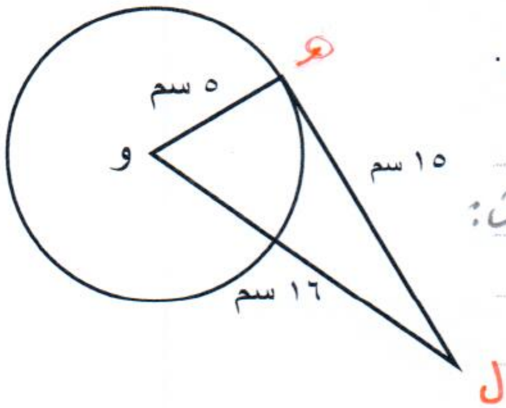
$\therefore (\text{و ص})^2 + (\text{س ص})^2 = (\text{س و})^2$

$\therefore \triangle$ س و ص قائم الزاوية في ص

$\therefore \overline{\text{ص و}} \perp \overline{\text{س ص}} \Leftarrow \therefore \overline{\text{س ص}}$ مماس للدائرة (نظرية)

كراسة التمارين صـ ٩ رقم ٤ :

في الشكل المقابل



حدد ما إذا المستقيم مماسا للدائرة التي مركزها و .

البرهان :

باستخدام عكس نظرية فيثاغورث :

$(\text{هـ و})^2 + (\text{هـ ل})^2 = 5^2 + (15)^2$

$= 25 + 225 = 250$

$(\text{ل و})^2 = (16)^2 = 256$

$\therefore (\text{هـ و})^2 + (\text{هـ ل})^2 \neq (\text{ل و})^2$

$\therefore \triangle$ ل هـ و غير قائم الزاوية

$\therefore$ هـ ل ليس مماساً للدائرة .

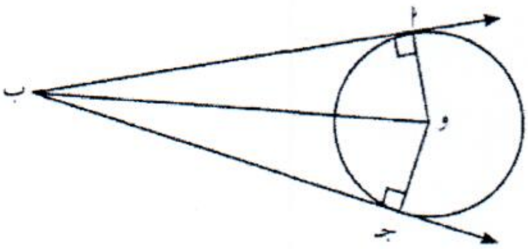
H.L.

التاريخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنوان : تابع مماس الدائرة (نظرية ٤) بند ٦ – ١ (ب)

نظرية ٤

القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان



دائرة مركزها و

أ ، جـ نقطتان على الدائرة .

ب نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماسان للدائرة.

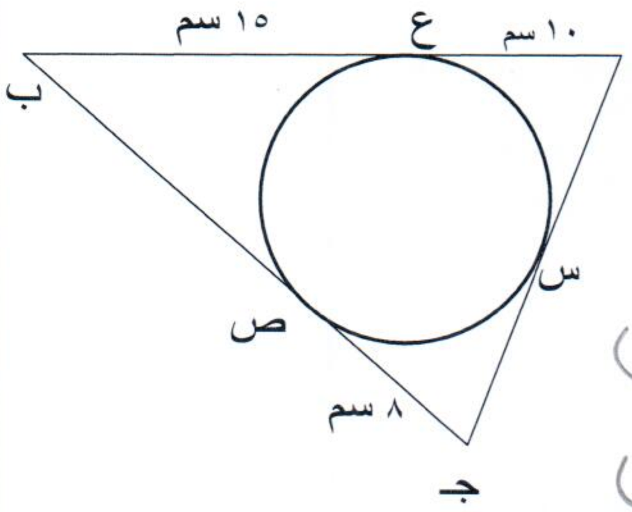
$\overline{\text{ب أ}} \cong \overline{\text{ب جـ}}$.

كتاب الطالب مثال صـ ~~١٦~~ ٢٠ رقم ٦ :

في الشكل المقابل

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ مماسات دائرة

أوجد محيط المثلث أ ب جـ



البرهان :

أ س = أ ع = ١٠ سم (نظرية)

س جـ = ص جـ = ٨ سم (نظرية)

ص ب = ع ب = ١٥ سم (نظرية)

∴ محيط المثلث أ ب جـ = أ ب + أ جـ + ب جـ

= أ ع + ب ع + أ س + س جـ + جـ ص + ب ص

= ١٠ + ١٥ + ١٠ + ٨ + ٨ + ١٥

= ٦٦ سم

H.L.

H.L.

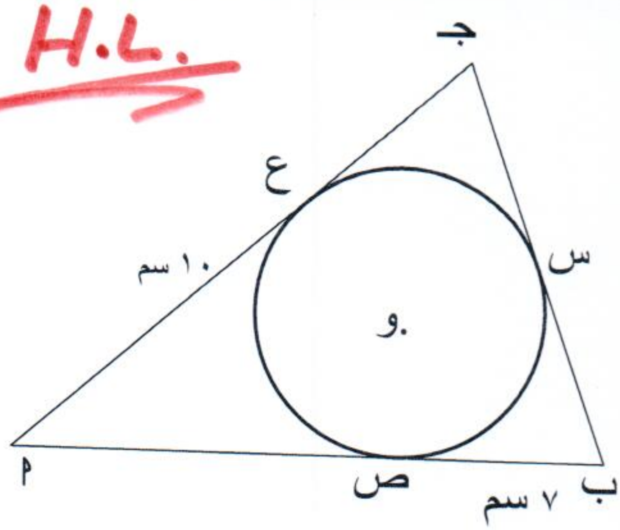
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٦ رقم ٦ :

في الشكل المقابل

$\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ مماسات دائرة

اذا كان محيط المثلث م ب جـ = ٥٠ سم

أوجد ب جـ



البرهان :-

م ص = م ع = ١٠سم (نظرية)

ب س = ب ص = ٧سم (نظرية)

محيط المثلث م ب جـ = ب س + ب ص + م ص + م ع + جـ ع + جـ س

٥٠ = ٧ + ٧ + ١٠ + ١٠ + جـ ع + جـ س

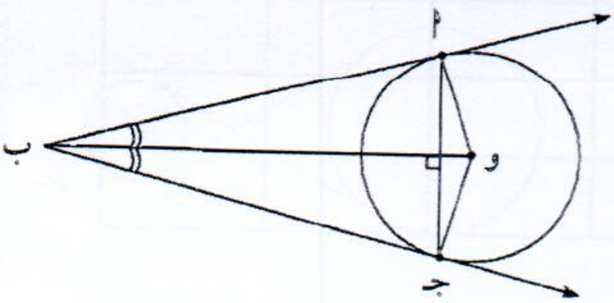
٥٠ = ٣٤ + جـ ع + جـ س

∴ جـ ع + جـ س = ٥٠ – ٣٤ = ١٦

∵ جـ ع = جـ س

∴ جـ س = ٨سم ← ب جـ = ٧ + ٨ = ١٥سم

نتائج النظرية



Δب م جـ متطابق الضلعين من النظرية السابقة.

① $\overleftarrow{\text{ب و}}$ منصف الزاوية م بˆ جـ

② $\overleftarrow{\text{و ب}}$ منصف الزاوية م وˆ جـ

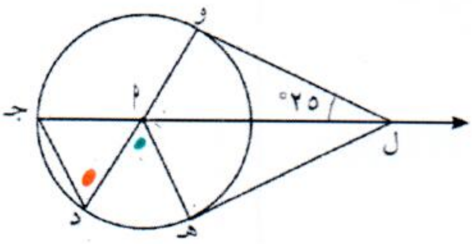
③ $\overline{\text{و ب}} \perp \overline{\text{م جـ}}$

العنـــوان : تابع مماس الدائرة

كتاب الطالب مثال صـ ٢١ رقم ٧ :

في الشكل المقابل، أوجد ق(أ̂ د جـ)، ق(هـ أ̂ د)

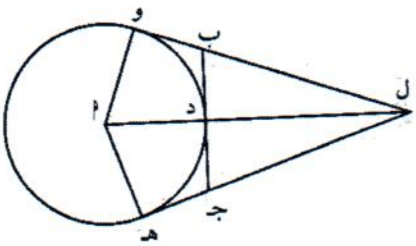
إذا كانت ل و ، ل هـ تمسان الدائرة حيث و د قطر للدائرة.



الإجابة في الصفحة التالية

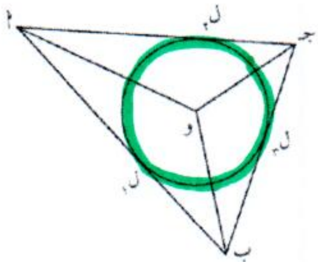
معلم

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٢ رقم ٧ :



في الشكل المقابل ل و ، ل هـ مماسان للدائرة، ب جـ مماس للدائرة عند النقطة د، أثبت أن المثلث ل ب جـ متطابق الضلعين.

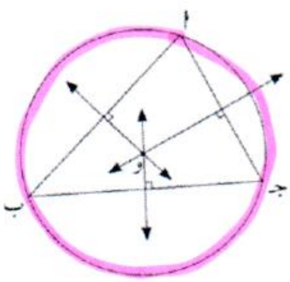
معلم



الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث



الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).

مثال رقم (٧) ص ٦١

* البرهان :

ص ٦١ رقم ٧

∵ ل و مماس للدائرة (معطى)

∵ م و نصف قطر التماس

∴ ق (وَ) = ٩٠° (نظرية)

ق (ل مَ و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٢٥°)

= ٦٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

ق (ل مَ هـ) = ق (ل مَ و) = ٦٥° (نتيجة)

ق (د مَ جـ) = ق (ل مَ و) = ٦٥° (بالتقابل بالرأس)

في △ م د جـ :

م د = م جـ (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

∴ ق (م دَ جـ) = ق (م جـَ د) (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

ق (م دَ جـ) = $\frac{١٨٠° - ٦٥°}{٢}$

= ٥٧٫٥° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

ق (هـ مَ د) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°)

= ١٨٠° − ١٣٠°

= ٥٠° (بالتجاور على خط مستقيم)

H.L.

اليوم : التاريخ : ١٠ / ١١ / ٢٠١٧

العنوان : تابع مماس الدائرة (البنود الموضوعية) بند ٦ – ١ (ب)

في البنود ظلل ا ً إذا كان البند صحيحاً وظلل ب ً إذا كان البند خطأ .

← ليست على استقامة واحدة

١) كل ثلاثة نقاط تمر بها دائرة وحيدة . (أ) (ب)

الخارجة (أو المحيطة للمثلث)

٢) الدائرة الداخلة للمثلث تمر برؤوس المثلث (أ) (ب)

٣) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث (أ) (ب)

٤) الدائرة الداخلة للمثلث تمس أضلاعه من الداخل (أ) (ب)

٥) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تلاقي منصفات زواياه (أ) (ب)

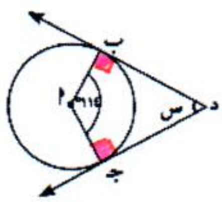
٦) المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة يكون مماسا للدائرة (أ) (ب)

٧) المماس لدائرة يكون عموديا على نصف قطرها (أ) (ب)

كراسة التمارين صـ ١٢

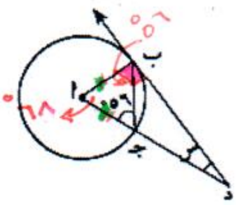
في التمارين (٨ – ١١)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٨) إذا كان $\overleftarrow{دب}$، $\overleftarrow{دجـ}$ مماسان للدائرة. فإن س = $٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠° + ١١٤°)$ $= ٦٦°$



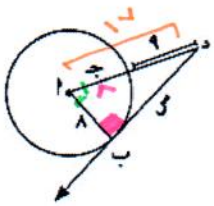
(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° (جـ) ٦٦° (د) ١١٤°

(٩) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س = $١٨٠° - (٩٠° + ٦٨°)$ $= ٢٢°$



(أ) ٢٢° (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°

(١٠) إذا كان $\overleftarrow{دب}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧

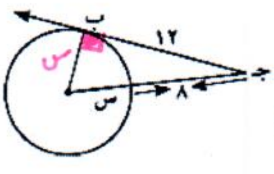
$س^2 = (١٧)^2 - ٨^2$

$= ٢٨٩ - ٦٤$

$= ٢٢٥$

$س = \sqrt{٢٢٥} = \boxed{١٥}$

(١١) إذا كان $\overleftarrow{جـب}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

$(٨ + س)^2 = (١٢)^2 + س^2$

$٦٤ + ١٦س + س^2 = ١٤٤ + س^2$

$س^2 + ١٦س + ٦٤ - س^2 = ١٤٤$

$١٦س + ٦٤ = ١٤٤$

$١٦س = ١٤٤ - ٦٤$

$١٦س = ٨٠$

$\frac{١٦س}{١٦} = \frac{٨٠}{١٦}$

$س = ٥$

H.L.

نظرية ١

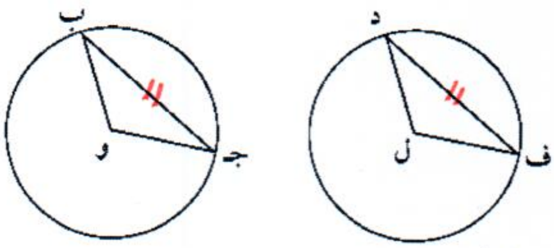
في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة

١) للزوايا المركزية المتطابقة أوتارا متطابقة

٢) الأوتار المتطابقة تقابل أقواسا متطابقة

٣) للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٦ رقم ١ :



إذا كان $\overline{\text{ب جـ}} \cong \overline{\text{د ف}}$ ، فماذا تستنتج؟

البرهان :

∵ ب جـ = د ف (معطى)

∴ ب جـ = د ف (نظرية)

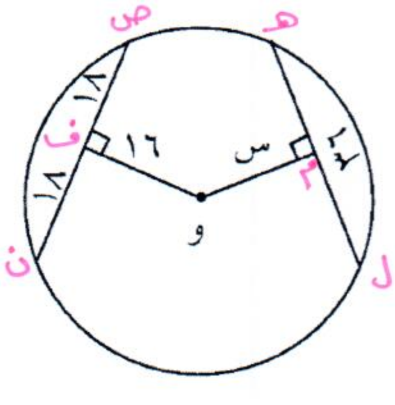
ق (جـ و ب) = ق (ف ل د) (نظرية)

نظرية ٢

١) الأوتار المتطابقة في الدائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة

٢)الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٢٨ رقم ٢ :



دائرة مركزها و.

أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسّر إجابتك.

البرهان :

ص ن = ١٨ + ١٨ (معطى)

= ٣٦ وحدة طول

∵ هـ ل = ص ن = ٣٦ (معطى)

∴ م و = ف و (نظرية)

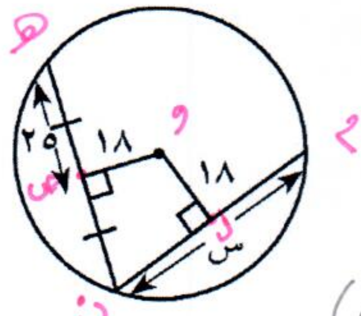
∴ س = ١٦ وحدة طول

H.L.

كراسة التمارين صـ١٥ رقم ١ :

أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



البرهان:

∵ هـ ص = ٢٥ وحدة طول (معطى)

∴ هـ ن = ٢×٢٥

= ٥٠ وحدة طول

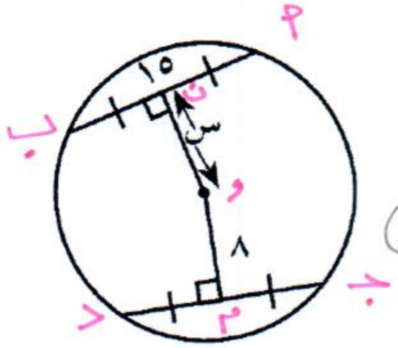
∵ و ل = و ص = ١٨ وحدة طول (معطى)

∴ م ن = هـ ن (نظرية)

م ن = ٥٠

∴ س = ٥٠ وحدة طول

(ب)



البرهان:

أ ن = ن ب = جـ م = م د (معطى)

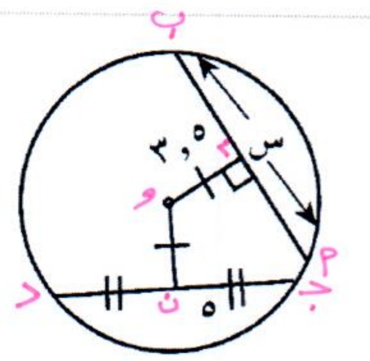
∴ أ ب = جـ د (مجموع المساواة)

∴ و ن = و م (نظرية)

و ن = ٨

∴ س = ٨ وحدة طول

(جـ)



البرهان:

جـ ن = د ن (معطى)

∴ جـ د = ٥×٢

= ١٠ وحدة طول

م و = ن و (معطى)

∴ أ ب = جـ د (نظرية)

أ ب = ١٠

∴ س = ١٠ وحدة طول

H.L.

نظرية ٣

١) القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلا من قوسيه

٢) القطر الذي ينصف وترا (ليس قطرا) في دائرة يكون عموديا على الوتر

٣) العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٠ رقم ٣ :

(b) $\because$ وم = وب (من خواص الدائرة)

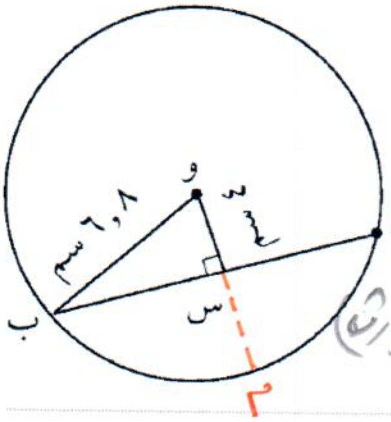
$\therefore$ س م = ٦٫٨ − ٤

= ٢٫٨ سم

استخدم الشكل المقابل لإيجاد:

(a) طول الوتر $\overline{\text{أب}}$.

(b) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أب}}$



البرهان :

(a) $\because$ $\overline{\text{وس}} \perp \overline{\text{أب}}$ (معطى)

$\therefore$ أس = ب س (نظرية)

في △ وس ب القائم الزاوية في س :

(س ب)^2 = (وب)^2 − (وس)^2 (نظرية فيثاغورث)

= (٦٫٨)^2 − ٤^2 = ٣٠٫٢٤

س ب = $\sqrt{٣٠٫٢٤}$ = ٥٫٥ سم $\leftarrow$ $\therefore$ أب = ٥٫٥ + ٥٫٥

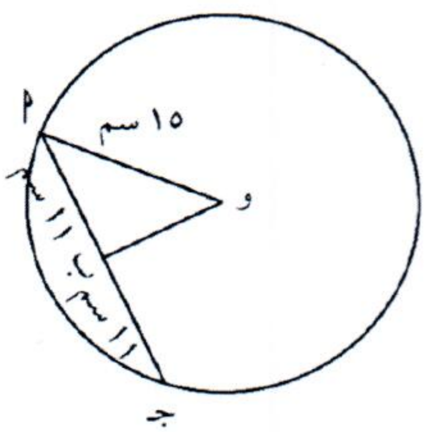
= ١١ سم

كتاب الطالب مثال صـ ٢٩ رقم ٣ :

في الشكل المقابل وأ نصف قطر

أ ب = ب جـ = ١١ سم ، أ و = ١٥ سم

أوجد و ب



البرهان :

$\because$ جـ ب = أب (معطى)

$\therefore$ $\overline{\text{وب}} \perp \overline{\text{أجـ}}$ (نظرية)

في △ أب و القائم الزاوية في ب :

(وب)^2 = (أو)^2 − (أب)^2

= (١٥)^2 − (١١)^2

= ١٠٤

$\therefore$ وب = $\sqrt{١٠٤}$ $\simeq$ ١٠٫٢ سم (نظرية فيثاغورث)

التاريـــخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنـــوان : **الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية** بند ٦ ــ ٣

تعريف :

① الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المركزية.**

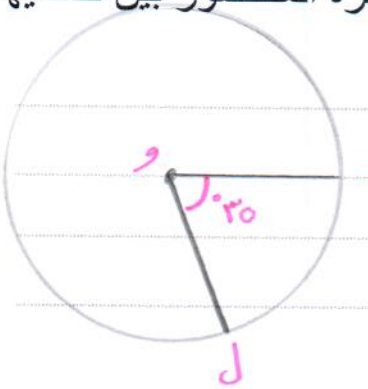
② الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المحيطية.**

نظرية ١

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٣ رقم ١ :

إذا كان قياس زاوية مركزية ٣٥° ، فأوجد قياس القوس على الدائرة المحصور بين ضلعيها



البرهان :-

هـ و ل زاوية مركزية (معطى)

ق(هـ و ل) = ٣٥° (معطى)

∴ ق(⌒هـ ل) = ق(هـ و ل) (نظرية)

∴ ق(⌒هـ ل) = ٣٥°

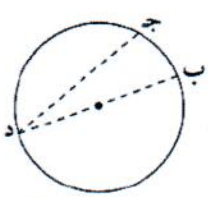
نظرية ٢

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه

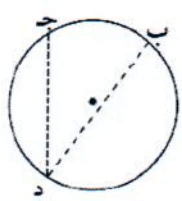
هناك ٣ حالات يجب أخذها في الاعتبار.

الحالة ١



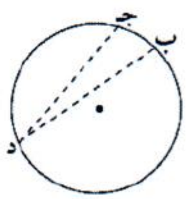
ينتمي مركز الدائرة إلى أحد ضلعي الزاوية المحيطية

الحالة ٢



مركز الدائرة داخل الزاوية المحيطية

الحالة ٣



مركز الدائرة خارج الزاوية المحيطية

اليوم :   التاريخ : / / ٢٠١٧

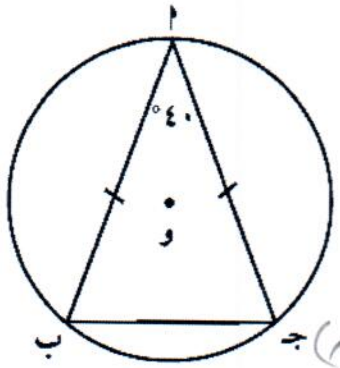
العنوان : تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية   بند ٦ – ٣

H.L.

كتاب الطالب مثال صـ ٣٤ رقم ٣ :

في الشكل المقابل أب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث أ، ب، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و، ق(ب أ̂ جـ) = ٤٠°.

أوجد قياس كل من الأقواس $\overset{\frown}{\text{أب}}$، $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$، $\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$.



البرهان :-

في Δ أ ب جـ :

∵ أ ب = أ جـ (معطى)

∴ ق(جـ̂) = ق(ب̂) (من خواص المثلث المتطابق الضلعين)

ق(جـ̂) = ق(ب̂) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$

= ٧٠° (مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°)

ق($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ٢ × ٧٠°

= ١٤٠° (نظرية)

ق($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ٢ × ٤٠°

= ٨٠°

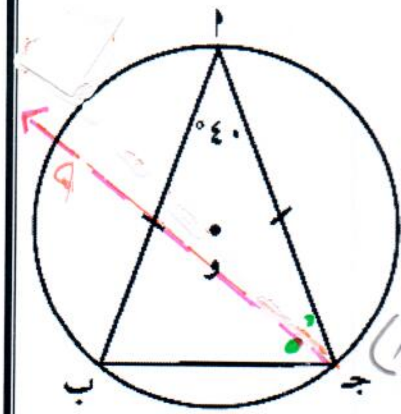
(نظرية)

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٥ رقم ٣ :

في المثال (٣)

إذا كان $\overrightarrow{\text{جـ هـ}}$، منصف الزاوية الداخلية أ جـ̂ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ.

ما قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أهـ}}$؟



البرهان : في Δ أ ب جـ :

∵ أ ب = أ جـ (معطى)

∴ ق(جـ̂) = ق(ب̂) (من خواص Δ متطابق الضلعين)

∴ ق(جـ̂) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$

= ٧٠° (مجموع قياسات زوايا Δ = ١٨٠°)

∵ $\overrightarrow{\text{جـ هـ}}$ منصف (أ جـ̂ ب) (معطى)

∴ ق(أ جـ̂ هـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ = ٣٥°

∴ ق($\overset{\frown}{\text{أهـ}}$) = ٢ × ٣٥°

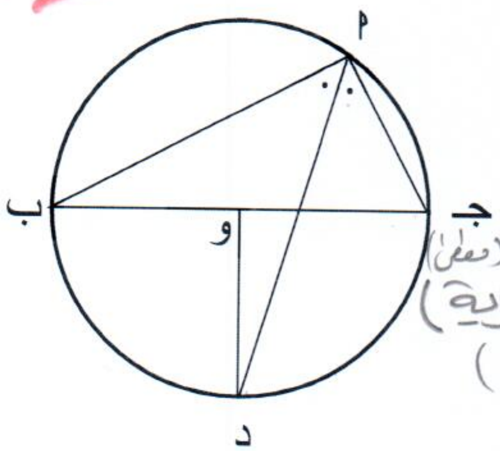
= ٧٠° (نظرية)

العنوان : تابع الزاوايا المركزية و الزوايا المحيطية   **بند ٦ – ٣**

H.W.

كتاب الطالب مثال صـ ٣٥ رقم ٤ :

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و



أثبت أن $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

البرهان :-

∵ جـ م ب زاوية محيطية تحصر نصف دائرة (معطى)

∴ ق(جـ مَ ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٨٠ = ٩٠° (نظرية)

∵ م د منصف (جـ مَ ب) (معطى)

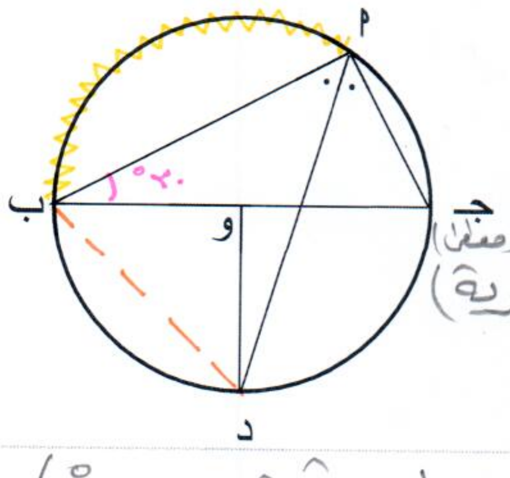
∴ ق(جـ مَ د) = $\frac{1}{2}$ × ٩٠ = ٤٥°

∴ ق(جـ د) = ٢ × ٤٥ = ٩٠° (نظرية)

∴ ق(جـ وَ د) = ق(جـ د) = ٩٠° (نظرية)

∴ $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٥ رقم ٤ : في المثال رقم ٤



إذا كان ق(م بَ جـ) = ٣٠° ،

أوجد ق (م دَ ب)

البرهان :- في △ م ب جـ :

∵ جـ م ب زاوية محيطية تحصر نصف دائرة (معطى)

∴ ق(جـ مَ ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٨٠ = ٩٠° (نظرية)

ق(جـَ) = ١٨٠ − (٩٠° + ٣٠°)

= ١٨٠° − ١٢٠°

= ٦٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

∵ (م جـَ ب) ، (م دَ ب) زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس

∴ ق(م دَ ب) = ق(م جـَ ب)

ق(م دَ ب) = ٦٠° (نتيجة)

H.L.

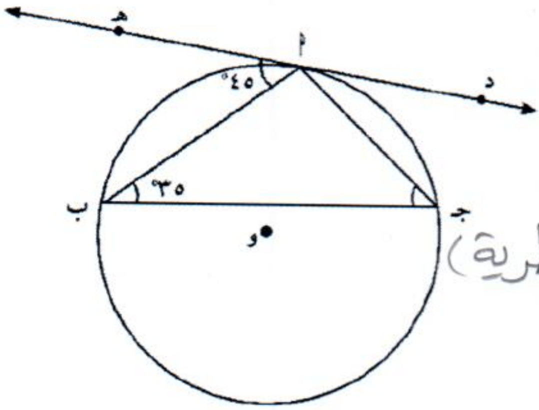
نظرية ٣

١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه
٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر

كتاب الطالب مثال صـ ٣٩ رقم ٧ :

في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ مماسا للدائرة عند م

فأوجد ق (جـ $\hat{\text{م}}$ ب)



البرهان :

ق ($\hat{\text{جـ}}$) = ق (هـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ٤٥° (نظرية)

في △ م ب جـ :

ق (جـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ١٨٠° – (٤٥° + ٣٥°)

= ١٨٠° – ٨٠°

= ١٠٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

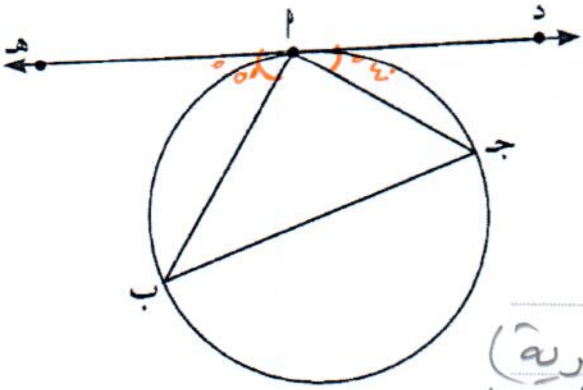
كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٣٩ رقم ٧ :

في الشكل المقابل

ق (د $\hat{\text{م}}$ جـ) = ٤٠° ، ق (هـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ٥٠°

(a) أوجد قياسات زوايا المثلث م ب جـ

(b) أثبت أن $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر في الدائرة



البرهان :

(a) ق ($\hat{\text{ب}}$) = ق (د $\hat{\text{م}}$ جـ) = ٤٠° (نظرية)

ق ($\hat{\text{جـ}}$) = ق (هـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ٥٠° (نظرية)

في △ م ب جـ :

ق (جـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ١٨٠° – (٤٠° + ٥٠°)

= ٩٠° (مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°)

(b) ∵ ق (جـ $\hat{\text{م}}$ ب) = ٩٠° (وهي زاوية محيطية)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ٢ × ٩٠° (نتيجة)
= ١٨٠°

∴ $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر في الدائرة .

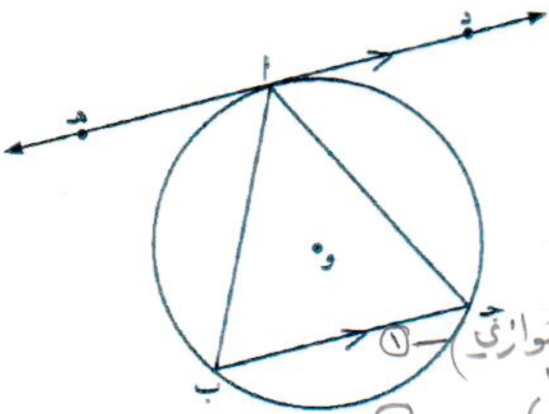
العنوان : تابع الزاويا المركزية و الزوايا المحيطية

٨ كتاب الطالب حاول أن تحل صـ٤٠ رقم ٨ : معلّم

م ت مماس لدائرة مركزها و. م ن وتر في الدائرة بحيث يكون م ن = م ت. (م نقطة التماس) ت ن تقطع الدائرة في ل.

أثبت أن Δ ت ل م متطابق الضلعين (ل ت = ل م) معلّم

H.L.



كتاب الطالب مثال صـ ٤٠ رقم ٩ :

في الشكل المقابل د هـ مماس ، ب جـ // د هـ

اثبت أن △ أ جـ ب متطابق الضلعين

الحل :

∵ ب جـ // د هـ (معطى)

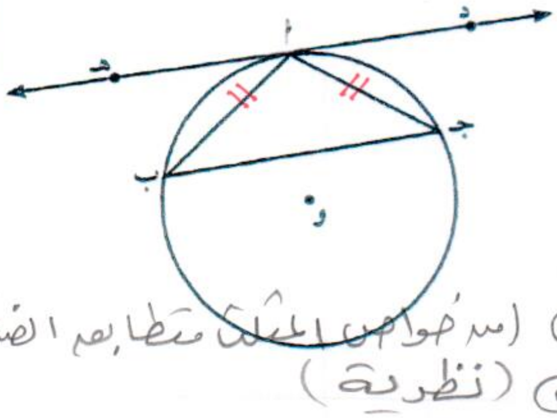
∴ ق(جـ أ د) = ق(أ جـ ب) (بالتبادل والتوازي) ــ ①

ق(جـ أ د) = ق(أ ب جـ) (نظرية) ــ ②

من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق(أ جـ ب) = ق(أ ب جـ)

∴ أ جـ = أ ب ← Δ أ جـ ب متطابق الضلعين



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٤١ رقم ٩ :

في الشكل المقابل، إذا كان لدينا د هـ مماس للدائرة عند النقطة أ.

المثلث أب جـ متطابق الضلعين (أب = أجـ).

أثبت أن د هـ // ب جـ

الحل :- ∵ أ جـ = أ ب (معطى)

∴ ق(أ جـ ب) = ق(أ ب جـ) ــ ① (من خواص المثلث متطابق الضلعين)

ق(د أ جـ) = ق(أ ب جـ) ــ ② (نظرية)

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق(أ جـ ب) = ق(د أ جـ)

وهما متبادلتان

∴ د هـ // ب جـ

الواجب : كراسة التمارين

البنود الموضوعية صـ ٢٠ رقم ٦ ، ٧ ، ٨

كراسة التمارين

البنود الموضوعية ص :

٦) ق(ب هـ⌒) = ٢ × ٥١° (نظرية) ← الاختيار (أ)

= ١٠٢°

ق(أ هـ⌒) = ١٠٢° − ٧٢°

= ٣٠°

٧) ق(أ د⌒) = ٢ × ٥٤°

= ١٠٨° (نظرية)

ق(أ ب⌒) = ٣٦٠° − (١٠٨° + ١٤٠°)

= ١١٢°

← الاختيار (ج)

∴ ق(∠أ ب د) = ½ × ١١٢°

= ٥٦° (نظرية)

٨) س ← زاوية مركزية

ص ← زاوية محيطية ← الاختيار (د)

يشتركان في نفس القوس ١٤٠°، ٧٠°

∴ س = ٢ ص

س = ١٤٠° (نظرية) ← ص = ٧٠° (نظرية)

H.L.

اليوم : التاريخ : / / ٢٠١٧

العنوان : تنظيم البيانات في مصفوفات بند ٧ _ ١

المصفوفة : هي تنظيم من الاعمدة المرتبة في صفوف و أعمدة
الاعداد المكونة للمصفوفة تسمى عناصر
و يرمز للمصفوفة بأحد حروف الهجاء و يوضع تحته خط
وعدد الصفوف (م) ، عدد الاعمدة (ن) يحددان رتبة المصفوفة ، تكتب م × ن

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٥ رقم ١ :

أكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي :

أ = $\begin{bmatrix} ٠ & ٥ & ٤ \\ ٧ & ٠,٥ & ٢- \end{bmatrix}$

المصفوفة من الرتبة ٢×٣

ب = $\begin{bmatrix} ١٠ & ٣ & ٨- \end{bmatrix}$

المصفوفة من الرتبة ١×٣

جـ = $\begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٥- & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$

المصفوفة من الرتبة ٣×٢

ترميز عناصر المصفوفة :

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٧ رقم ٣ :

ب = $\begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ١ & ١٢ \\ ٣,٥ & ٢ & ٦ & ٢ \\ ٤- & ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$

الصف الثالث ، العمود الثاني

أوجد ب٢٣ من المصفوفة

ب٢٣ = ٠

أوجد ما يلي

١) رتبة المصفوفة ب ٣ × ٤

٢) ب٤١ = ٤

٣) ب٢٢ = ٦

٤) ب٣٢ = ٢

H.L.

H.L.

المصفوفات : المربعة ، الأفقية ، العمودية

المصفوفة المربعة : هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة
المصفوفة المستطيلة : عدد الصفوف لايساوي عدد الاعمدة
المصفوفة الأفقية : هي مصفوفة مكونة من صف واحد
المصفوفة العمودية : هي مصفوفة مكونة من عمود واحد

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٨ رقم ٤ :
صف المصفوفات في المثال الأول :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -٤ & \frac{٢}{٣} & -٣ \end{bmatrix}$$

مصفوفة مربعة
(عدد الصفوف = عدد الأعمدة)

مصفوفة أفقية
(صف واحد)

$$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٠ \\ ٠,٥ \end{bmatrix}$$

مصفوفة عمودية
(عمود واحد)

المصفوفات المتساوية :
تتساوى المصفوفتان إذا كان لهما نفس الرتبة و كانت عناصرهما المتناظرة متساوية .

① ②
لابد من تحقق الشرطين

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٩ رقم ٥ :
هل المصفوفتان س ، ص متساويتان ؟ فسر .

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٠ & -٢ \end{bmatrix} ، \begin{bmatrix} -١ & ٩ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$$

رتبة المصفوفة س : ٢ × ٢
رتبة المصفوفة ص : ٢ × ٢
٣ ≠ -١
∴ س ≠ ص

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٥٩ رقم ٦ :

(أ) إذا كانت :

$$\begin{bmatrix} \text{٥} & \text{٣٨} \\ \text{٤ص - ١٠} & \text{٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{٥} & \text{س + ٨} \\ \text{-ص} & \text{٣} \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

∵ المصفوفتين متساويتان

∴ س + ٨ = ٣٨

س = ٣٨ ـ ٨

س = ٣٠

٤ص - ١٠ = - ص

٤ص + ص = ١٠

٥ص = ١٠

ص = $\frac{\text{١٠}}{\text{٥}}$

ص = ٢

(ب) إذا كانت

$$\begin{bmatrix} \text{١٠-} & \text{٤} & \text{٩-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{س - ص} & \text{س + ص} & \text{٣س} \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

∵ المصفوفتين متساويتان

∴ ٣س = - ٩

س = $\frac{\text{-٩}}{\text{٣}}$

س = - ٣

س + ص = ٤

-٣ + ص = ٤

ص = ٤ + ٣

ص = ٧

كراسة التمارين صـ ٣٣ رقم ١٠ : أوجد قيمة المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتان

$$\begin{bmatrix} \text{٢ص - ٢} & \text{٤} \\ \text{٤ك + ١٥} & \text{٤} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ص - ٥} & \text{٢س + ٤} \\ \text{٢ك - ٥} & \text{ل + ٦} \end{bmatrix}$$

∵ المصفوفتين متساويتان

∴ ٢س + ٤ = ٤

٢س = ٤ - ٤

٢س = ٠

س = $\frac{\text{٠}}{\text{٢}}$

س = ٠

ل + ٦ = ٤

ل = ٤ ـ ٦

ل = - ٢

ص - ٥ = ٢ص - ٢

ص - ٢ص = -٢ + ٥

- ص = ٣

$\frac{\text{-ص}}{\text{-١}} = \frac{\text{٣}}{\text{-١}}$

ص = - ٣

٤ك + ١٥ = ٢ك - ٥

٤ك - ٢ك = - ٥ - ١٥

٢ك = - ٢٠

$\frac{\text{٢ك}}{\text{٢}} = \frac{\text{-٢٠}}{\text{٢}}$

ك = - ١٠

H.L.

تدريب :

إذا كانت :

$$\begin{bmatrix} ٥ & \text{س} + ٣ \\ ٣\,\text{ص} & ٢٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & -٤ \\ ١٢ & \text{ع}^{٢} \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ع

∵ المصفوفتين متساويتان

∴ $\text{س} + ٣ = -٤$

$\text{س} = -٤ - ٣$

$\text{س} = -٧$

$٣\,\text{ص} = ١٢$

$\frac{٣\,\text{ص}}{٣} = \frac{١٢}{٣}$

$\text{ص} = ٤$

$\text{ع}^{٢} = ٢٥$

$\text{ع} = \sqrt{٢٥}$

∴ $\text{ع} = ٥$ أو $\text{ع} = -٥$

تدريب :

إذا كانت :

$$\begin{bmatrix} ٢\,\text{س} - ٥ & \text{ع}^{٢} \\ ١٢ & ٣\,\text{ص} + ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ٩\,\text{ع} \\ ١٢ & \text{ص} + ١١ \end{bmatrix}$$

فأوجد قيمة كل من س ، ص ، ع

∵ المصفوفتين متساويتان

∴ $٢\,\text{س} - ٥ = ٧$

$٢\,\text{س} = ٧ + ٥$

$٢\,\text{س} = ١٢$

$\frac{٢\,\text{س}}{٢} = \frac{١٢}{٢}$

$\text{س} = ٦$

$\text{ع}^{٢} = ٩\,\text{ع}$

$\text{ع}^{٢} - ٩\,\text{ع} = ٠$

$\text{ع}(\text{ع} - ٩) = ٠$

$\text{ع} = ٠$ أو $\text{ع} - ٩ = ٠$

$\text{ع} = ٩$

$٣\,\text{ص} + ٧ = \text{ص} + ١١$

$٣\,\text{ص} - \text{ص} = ١١ - ٧$

$٢\,\text{ص} = ٤$

$\frac{٢\,\text{ص}}{٢} = \frac{٤}{٢}$

$\text{ص} = ٢$

التاريخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

بند ٧ _ ٢

العنوان : جمع المصفوفات

H.L.

لجمع مصفوفتين يجب أن تكون من الرتبة نفسها

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦١ رقم ١ :

أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} ١- & ٣- \\ ٤ & ٥- \\ ٧- & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٤ & ١٢- \\ ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٢٣ & ١٥- \\ ٩ & ٨- \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (١-)+٢٤ & (٣-)+١٢- \\ ٤+٥ & (٥-)+٣- \\ (٧-)+١٠ & ١+١- \end{bmatrix} =$$

تدريب :

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٤- & ٥ & ٣ \\ ٨ & ٠ & ٢- \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٦ & ٥- & ٠ \\ ٧ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$

فأوجد

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٠ & ٣ \\ ١٥ & ٠ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦+٤- & (٥-)+٥ & ٠+٣ \\ ٧+٨ & ٠+٠ & ٩+٢- \end{bmatrix} =$$ أ + ب

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٠ & ٣ \\ ١٥ & ٠ & ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (٤-)+٦ & ٥+٥- & ٣+٠ \\ ٨+٧ & ٠+٠ & (٢-)+٩ \end{bmatrix} =$$ ب + أ

ماذا تلاحظ ؟ نلاحظ أنّ :-

أ + ب = ب + أ

H.L.

طرح المصفوفات :

إذا كان للمصفوفتان $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ نفس الرتبة فإن $\underline{أ} - \underline{ب} = \underline{أ} + (-\underline{ب})$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٥ رقم ٤ :

أوجد ناتج مايلي :

(أ)

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٣ & ٤- \\ ١٠ & ٥ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٩- & ٦ \\ ٨ & ١ & ٢- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٧ & ١٣- & ١٠ \\ ٢- & ٤- & ٨- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠+٧ & (٣-)+٩- & ٤+٦ \\ (١٠-)+٨ & (٥-)+١ & (٦-)+٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣- & ٤ \\ ١٠- & ٥- & ٦- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٧ & ٩- & ٦ \\ ٨ & ١ & ٢- \end{bmatrix} =$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤- & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ١٤ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (١-)+٥ & ٣+٣- \\ ٤+١٠ & (٢-)+١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١- & ٣ \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ١٠ & ١- \end{bmatrix} =$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٥ رقم ٥ :

أوجد $\underline{س}$ حيث :

$$\begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ٤ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} - \underline{س}$$

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٩ \\ ٩ & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٧ & ١٠ \\ ٤ & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} - \underline{س}$$

التاريخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنوان : ضرب المصفوفات بند ٧ ـ ٣

ضرب مصفوفة في عدد :

الضرب القياسي : هو عملية ضرب مصفوفة $\underline{ﺃ}$ في عدد حقيقي ك : ك ≠ ٠ الناتج هو المصفوفة ك $\underline{ﺃ}$

نحصل على المصفوفة ك $\underline{ﺃ}$ بضرب كل عنصر من عناصر $\underline{ﺃ}$ في ك

، إذا كان ك = ٠ يكون الناتج مصفوفة صفرية

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٧ رقم ١ :

إذا كانت $\underline{ﺃ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ & -٤ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٢ \\ -٢ & -١ & ٣ \end{bmatrix}$

فأوجد (ﺃ) ٥ $\underline{ب}$ - ٤ $\underline{ﺃ}$

الإجابات في الصفحة التالية

(ب) $\underline{ﺃ}$ + ٦ $\underline{ب}$

خواص الضرب القياسي :

إذا كان $\underline{ﺃ}$، $\underline{ب}$ ، $\underline{٠}$ مصفوفات من الرتبة م × ن . ك ، د عددان قياسان . فإن

ك $\underline{ﺃ}$: مصفوفة من الرتبة م × ن ⟵ خاصية الانغلاق

(ك د) $\underline{ﺃ}$ = ك (د $\underline{ﺃ}$) ⟵ خاصية التجميع للضرب

ك ($\underline{ﺃ}$ + $\underline{ب}$) = ك $\underline{ﺃ}$ + ك $\underline{ب}$ ⟵ خاصية التوزيع من اليمن

($\underline{ﺃ}$ + $\underline{ب}$) ك = $\underline{ﺃ}$ ك + $\underline{ب}$ ك ⟵ خاصية التوزيع من اليسار

٠ × $\underline{ﺃ}$ = $\underline{٠}$ ⟵ خاصية الضرب في صفر

H.L.

١

أ

$$\begin{bmatrix} ١٠ & ٥ & ٠ \\ ١٥ & -٥ & -١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢\times٥ & ١\times٥ & ٠\times٥ \\ ٣\times٥ & -١\times٥ & -٢\times٥ \end{bmatrix} = \underline{ب}\,٥$$

$$\begin{bmatrix} -١٦ & ١٢ & ٨ \\ ١٢ & ١٦ & ٢٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤\times٤ & ٣\times٤ & ٢\times٤ \\ ٣\times٤ & ٤\times٤ & ٥\times٤ \end{bmatrix} = \underline{أ}\,٤$$

$$\begin{bmatrix} ٢٦ & -٧ & -٨ \\ ٣ & -٢١ & -٣٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١٦ & ١٢ & ٨ \\ ١٢ & ١٦ & ٢٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١٠ & ٥ & ٠ \\ ١٥ & -٥ & -١٠ \end{bmatrix} = \underline{أ}\,٤ - \underline{ب}\,٥$$

ب

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٦ & ٠ \\ ١٨ & -٦ & -١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢\times٦ & ١\times٦ & ٠\times٦ \\ ٣\times٦ & -١\times٦ & -٢\times٦ \end{bmatrix} = \underline{ب}\,٦$$

$$\begin{bmatrix} ٨ & ٩ & ٢ \\ ٢١ & -٢ & -٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢ & ٦ & ٠ \\ ١٨ & -٦ & -١٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -٤ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٤ & ٥ \end{bmatrix} = \underline{ب}\,٦ + \underline{أ}$$

اليوم :   التاريخ : / / ٢٠١٧

العنـــوان : تابع ضرب المصفوفات   بند ٧ ـ ٣

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٦٩ رقم ٣ : حل كل معادلة مما يلي

(أ)

$$2\underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2\underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} \times 2\underline{\text{س}} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$-3\underline{\text{س}} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 8 \\ -19 & -18 & 10 \end{bmatrix}$$

$$-3\underline{\text{س}} + \cancel{\begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}} - \cancel{\begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 8 \\ -19 & -18 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$-3\underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 9 \\ -21 & -15 & 6 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{3} \times -3\underline{\text{س}} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 3 & 0 & 9 \\ -21 & -15 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

H.L.

ضرب المصفوفات

$$\underline{أ}_{م \times ن} \times \underline{ب}_{ن \times ل} = \underline{جـ}_{م \times ل}$$

متساويان

تدريب :

$$\underline{أ} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{ب} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

فأوجد ما يلي : ١) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ٢) $\underline{ب} \times \underline{أ}$ ٣) ماذا تلاحظ

الحل في الصفحة التالية

① رتبة أ رتبة ب
٢×٢ ٣×٢
الضرب غير معرّف

② رتبة ب رتبة أ
٣×٢ ٢×٢
الضرب معرّف
رتبة المصفوفة الناتج ٣×٢

تدريب :

أوجد ناتج :

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \times -2 + 4 \times 2 + 1 \times -5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

تدريب :

أوجد ناتج :

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 \times -1 & -2 \times 4 & -2 \times 1 \\ 2 \times -1 & 2 \times 4 & 2 \times 1 \\ -5 \times -1 & -5 \times 4 & -5 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -8 & -2 \\ -2 & 8 & 2 \\ 5 & -20 & -5 \end{bmatrix}$$

$$٢ \times \boxed{٢ \qquad ٢} \times ٣$$

٢

$$\begin{bmatrix} ٥- & ٤ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٤- & ١- \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} = \text{أ} \times \text{ب}$$

$$= \begin{bmatrix} ٠ \times ٣ + ٥- \times ٠ & ٢- \times ٣ + ٤ \times ٠ \\ ٠ \times ٤- + ٥- \times ١- & ٢- \times ٤- + ٤ \times ١- \\ ٠ \times ٢ + ٥- \times ١ & ٢- \times ٢ + ٤ \times ١ \end{bmatrix}$$

$$٢ \times ٣ \longrightarrow \begin{bmatrix} ٠ & ٦- \\ ٥ & ٤ \\ ٥- & ٠ \end{bmatrix} = \text{أ} \times \text{ب} \therefore$$

H.L.

التاريخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنوان : **تابع ضرب المصفوفات** **بند ٧ _ ٣**

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٣ رقم ٦ :

إذا كانت ب = $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$

فأوجد

$\begin{bmatrix} ٦ & ٣ \\ ١٥ & ٦- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤\times١+١\times٢ & ١-\times١+٢\times٢ \\ ٤\times٤+١\times١- & ١-\times٤+٢\times١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & ١- \end{bmatrix}$ = ب^{٢}

ب^{٣} = معلم

معلم

تدريب :

إذا كانت جـ = $\begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

فأوجد كلا من :

$\begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ ١٦ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤\times١+١\times٣- & ٠\times١+٣-\times٣- \\ ٤\times٤+١\times٠ & ٠\times٤+٣-\times٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٣- \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$ = جـ^{٢}

معلم

جـ^{٣} = معلم

اليوم :   التاريخ :   /   / ٢٠١٧

العنوان : مصفوفة الوحدة و النظير الضربي   بند ٧ _ ٤

H.L.

مصفوفة الوحدة للضرب :

مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيسي ١ ، بقية العناصر صفر

النظير الضربي :

إذا كانت أ ، س مصفوفتين مربعتين من الرتبة نفسها بحيث يكون

أ × س = و ، فإن س هي النظير الضربي للمصفوفة أ

أ × أ$^{-1}$ = أ$^{-1}$ × أ = و

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٥ رقم ١ :

أثبت أن $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & ٢,٥ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} ٢×٢+١×-٤ & ٢×-٢+١×٥ \\ ٢,٥×٢+١×-٤ & ٢,٥×-٢+١×٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ٢- \\ ٤- & ٥ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ١ & ٢,٥ \end{bmatrix}$$

∴ المصفوفة الأولى هي النظير الضربي للمصفوفة الثانية $= \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \leftarrow$ و

محدد المصفوفة :

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} ب & أ \\ د & جـ \end{bmatrix}$ هو أ د _ ب جـ ، و يكتب | أ | أ، Δ

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٦ رقم ٢ : أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

أ = $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ⟸ |أ| = $\begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix}$ = (٤×٢) _ (٤×٢) = ٨ _ ٨ = ٠

جـ = $\begin{bmatrix} ٣ & ك \\ ٣- & ٣_ك \end{bmatrix}$ ⟸ |جـ| = $\begin{vmatrix} ٣ & ك \\ ٣- & ٣_ك \end{vmatrix}$ = (ك×-٣) _ ((ك-٣)×٣)

= -٣ك _ (٩ _ ٣ك)

= $\cancel{-٣ك}$ - ٩ + $\cancel{٣ك}$

= -٩

H.L.

النظير الضربي للمصفوفة :

بفرض أن $\underline{م} = \begin{bmatrix} م & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ إذا كان م د – ب جـ $\neq$ ٠

فإن $\underline{م}^{-1} = \frac{1}{|\underline{م}|}\begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & م \end{bmatrix}$

المصفوفة المنفردة : هي المصفوفة التي محددها الصفر و ليس لها نظير ضربي .

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٧ رقم ٣ :

إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س

∵ $\underline{ب}$ منفردة

∴ $|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{vmatrix} = ٠$

$(٥ \times ٢س) - (-٤ \times ١٠) = ٠$

$١٠س + ٤٠ = ٠$

$١٠س = -٤٠$

$س = \frac{-٤٠}{١٠}$

$س = -٤$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٧ رقم ٤ :

هل $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{bmatrix}$ لها نظير ضربي ؟ فسر إجابتك .

$|\underline{ب}| = \begin{vmatrix} ٦ & ٨ \\ -٣ & -٤ \end{vmatrix} = (٦ \times -٤) - (-٣ \times ٨)$

$= -٢٤ + ٢٤$

$= ٠$

∴ $\underline{ب}$ مصفوفة منفردة

ليس لها نظير ضربي

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٧٨ رقم ٥ :

حدد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس) ، ثم أوجده

أ) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

$(٤ \times ١) - (٣ \times ٢) = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = |\underline{أ}|$

$= ٤ - ٦$

$= -٢$

$\because \ne ٠$

$\therefore$ أ لها نظير ضربي

$\underline{أ}^{-1} = \frac{١}{-٢} \times \begin{bmatrix} -٤ & ٣ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٢ & \frac{٣}{٢} \\ ١ & \frac{-١}{٢} \end{bmatrix}$

ب) $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢,٣ & ٠,٥ \\ ٧,٢ & ٣ \end{bmatrix}$

$(٢,٣ \times ٣) - (٧,٢ \times ٠,٥) = \begin{vmatrix} ٢,٣ & ٠,٥ \\ ٧,٢ & ٣ \end{vmatrix} = |\underline{ب}|$

$= ٦,٩ - ٣,٦ = ٣,٣$

$\because ٣,٣ \ne ٠$

$\therefore$ ب لها نظير ضربي

$\underline{ب}^{-1} = \frac{١}{٣,٣} \times \begin{bmatrix} ٣ & -٠,٥ \\ -٧,٢ & ٢,٣ \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \frac{١٠}{١١} & \frac{-٥}{٣٣} \\ \frac{-٢٤}{١١} & \frac{٢٣}{٣٣} \end{bmatrix}$

اليوم :   التاريـــخ :   /   / ٢٠١٧

العنـــوان : **تابع دائرة الوحدة في المستوى الاحداثي و الدوال المثلثية (الدائرية) بند ٨ - ١**

الدوال الدائرية (المثلثية)

تعريف : إذا كانت (س، ص) هي النقطة المثلثية لزاوية قياسها θ حيث $٠ \leq \theta < ٢\pi$ فإن:

(١) دالة الجيب: د(θ) = جاθ حيث جاθ = ص (الإحداثي الصادي للنقطة المثلثية)

(٢) دالة جيب التمام: د(θ) = جتاθ حيث جتاθ = س (الإحداثي السيني للنقطة المثلثية)

(٣) دالة الظل: د(θ) = ظاθ حيث ظاθ = $\frac{ص}{س}$ ، س ≠ ٠

(٤) دالة القاطع: د(θ) = قاθ حيث قاθ = $\frac{١}{س}$ ، س ≠ ٠

(٥) دالة قاطع التمام: د(θ) = قتاθ حيث قتاθ = $\frac{١}{ص}$ ، ص ≠ ٠

(٦) دالة ظل التمام: د(θ) = ظتاθ حيث ظتاθ = $\frac{س}{ص}$ ، ص ≠ ٠

إشارة النسب المثلثية

كتاب الطالب مثال صـ ٩٢ رقم ٢ :

حدد إشارة جا θ ، جتا θ في كل مما يلي :

(أ) θ = ١٣٥°

∵ θ = ١٣٥°

∴ ٩٠° < θ < ١٨٠°

θ تقع في الربع الثاني

∴ جاθ > ٠

قتاθ < ٠

(ب) $\theta = \frac{٧\pi}{٦}$

∵ $\theta = \frac{٧\pi}{٦}$

∴ $\pi < \theta < \frac{٣\pi}{٢}$

θ تقع في الربع الثالث

∴ جاθ < ٠

جتاθ < ٠

(جـ) θ = ٣٠٥°

∵ θ = ٣٠٥°

∴ ٢٧٠° < θ < ٣٦٠°

θ تقع في الربع الرابع ←

∴ جاθ < ٠

جتاθ > ٠

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٢ رقم ٣ :

(أ) إذا كانت ٩٠° < θ < ٢٧٠°. ما هي إشارة جتاθ؟

(ب) إذا كانت ٠° < θ < π. ما هي إشارة جاθ؟

(أ) ∵ ٩٠° < θ < ٢٧٠°

∴ θ تقع في الربع الثاني أو الثالث

∴ جتاθ < ٠ (سالبة)

(ب) ∵ ٠° < θ < π

∴ θ تقع في الربع الأول أو الثاني

∴ جاθ > ٠ (موجبة)

H.L.

W.R.E

H.L.

تعريف زاوية الإسناد :

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة (وب، وجـ) التي في وضع قياسي

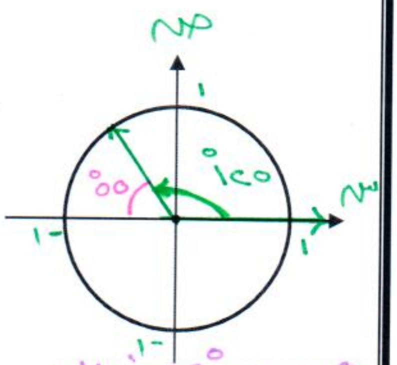
هي الزاوية **الحادة** α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.

فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: $°0 < \alpha < °90$

كتاب الطالب مثال صـ ٩٣ رقم ٣ :

ارسم كلا من الزوايا الموجهة في وضع قياسي ، ثم عين زاوية الاسناد و أوجد قياسها لكل مما يلي

أ) $°125$ ب) $°215$ جـ) $\frac{11\pi}{6}$



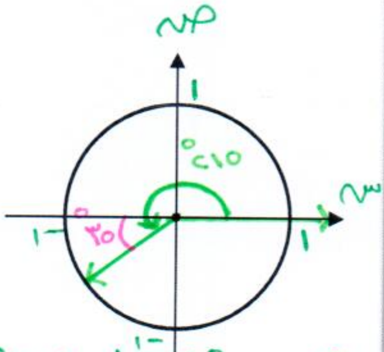
$\theta = °125$ تقع في الربع الثاني

∴ قياس زاوية الاسناد

$\alpha° = °180 - \theta°$

$= °180 - °125$

$= °55$



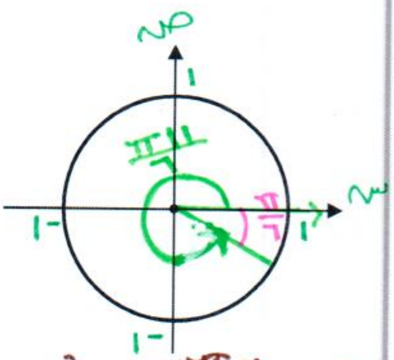
$\theta = °215$ تقع في الربع الثالث

∴ قياس زاوية الاسناد

$\alpha° = \theta - °180$

$= °215 - °180$

$= °35$



$\theta = \frac{11\pi}{6}$ تقع في الربع الرابع

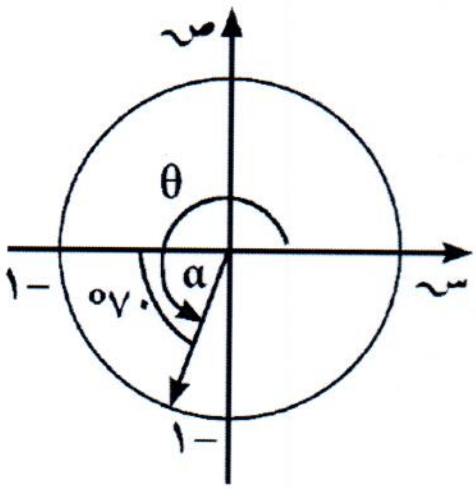
∴ قياس زاوية الاسناد

$\alpha° = 2\pi - \frac{11\pi}{6}$

$= \frac{\pi}{6}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٤ رقم ٤ :

يبيّن الشكل المقابل، زاوية الإسناد $\alpha°$ للزاوية $\theta°$. أوجد θ.



θ تقع في الربع الثالث

∴ $\alpha° = \theta - °180$

$°70 = \theta - °180$

$\theta = °70 + °180$

$\theta = °250$

العنـــوان : العلاقات بين الدوال المثلثية (١) بند ٨ ـ ٢

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $-\theta$

معلومة مفيدة:
عندما نقول الزاوية θ أو α أو ... نقصد الزاوية التي قياسها θ أو α أو ...

قانون : جتا$(-\theta)$ = جتاθ
جا$(-\theta)$ = −جاθ
وبالتالي ظا$(-\theta)$ = −ظاθ بشرط أن يكون ظاθ معرّف.

كتاب الطالب مثال صـ ٩٦ رقم ١ :

(أ) إذا كان جتا $\frac{٣\pi}{٨} = \frac{\sqrt{٢ - \sqrt{٢}}}{٢}$ ، فأوجد جتا $\left(-\frac{٣\pi}{٨}\right)$.

جتا $\left(-\frac{٣\pi}{٨}\right)$ = جتا $\left(\frac{٣\pi}{٨}\right) = \frac{\sqrt{٢ - \sqrt{٢}}}{٢}$

(ب) إذا كان جا ٣٦° ≃ ٠,٥٨٧٨ ، فأوجد جا(−٣٦°).

جا (−٣٦°) = − جا ٣٦° ≃ − ٠,٥٨٧٨

(جـ) إذا كان ظا ٤٥° = ١، فأوجد ظا(−٤٥°).

ظا (−٤٥°) = − ظا ٤٥° = −١

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٦ رقم ١ :

أكمل إذا كان:

(أ) جا م = ٠,٣ فإن جا(− م) = ...−٠,٣

(ب) جتا ل = ٠,٣٨ فإن جتا(− ل) = ...٠,٣٨

(جـ) ظا س = ٣,١٤ فإن ظا(− س) = ...−٣,١٤

(د) جتا(− ص) = $\frac{١}{٤}$ فإن جتا ص = ...$\frac{١}{٤}$

H.L.

العنـــوان : تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١) بند ٨ - ٢

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\pi - \theta)$

قانون : جتا$(\pi - \theta)$ = −جتاθ

جا$(\pi - \theta)$ = جاθ

وبالتالي ظا$(\pi - \theta)$ = −ظاθ شرط أن يكون ظاθ معرّفًا.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٧ رقم ٢ : بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

أ) جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ ، فأوجد جا ١٥٠°.

جا ١٥٠° = جا (١٨٠° − ٣٠°)

جا ١٥٠° = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

ب) جتاس = $\frac{٤}{٥}$ ، فأوجد جتا$(\pi$ − س$)$.

جتا $(\pi$ − س$)$ = − جتاس

= − $\frac{٤}{٥}$

ج) ظا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٢ − $\sqrt{٣}$، فأوجد ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$.

ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$ = ظا $(\pi - \frac{١١\pi}{١٢})$

= − ظا $\frac{\pi}{١٢}$

= − $(٢ - \sqrt{٣})$

= − ٢ + $\sqrt{٣}$

= $\sqrt{٣}$ − ٢

النسب المثلثية للزاويتن θ ، $(\pi + \theta)$

قانون : جتا$(\pi + \theta)$ = −جتاθ

جا$(\pi + \theta)$ = −جاθ

وبالتالي ظا$(\pi + \theta)$ = ظاθ شرط أن يكون ظاθ معرّفًا.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٨ رقم ٣ :

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا ٤٠° ≃ ٠,٧٦٦ . فأوجد جتا ٢٢٠°

جتا ٢٢٠° = جتا (١٨٠° + ٤٠°)

= − جتا ٤٠°

= − ٠,٧٦٦

H.L.

العنـــوان : تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١) **بند ٨ ـ ٢**

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ٩٨ رقم ٤ :

إذا كان جا ٥٦° ≃ ٠,٨٢٩ . بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جا ٢٣٦°.

جا ٢٣٦° = جا (١٨٠° + ٥٦°)

= ⁻جا ٥٦°

= ⁻٠,٨٢٩

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\frac{\pi}{2} - \theta)$

قانون : جا$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ = جتاθ
جتا$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ = جاθ
ظا$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ = ظتاθ شرط أن يكون ظتاθ معرّفًا.

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\frac{\pi}{2} + \theta)$

قانون : جا$\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ = جتاθ
جتا$\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ = −جاθ
ظا$\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ = −ظتاθ شرط أن يكون ظتاθ معرّفًا.

كراسة التمارين صـ ٦٢ رقم ٢ :

اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا(١٨٠° − س) = − ظاس

(ب) جتا(١٨٠° + س) = − جتاس

(جـ) جا(− س) = − جاس

H.L.

التاريخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنوان : تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (١) بند ٨ ـ ٢

كراسة التمارين صـ ٦٢ رقم ٣ :

استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) ظتا$(\pi + \theta)$ = ظتا س

(ب) قتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ = قا θ

الدوال المثلثية (الدائرية) على ح

إذا كان ك عددًا صحيحًا فإن:
جا$(\theta + ٢ك\pi)$ = جاθ
جتا$(\theta + ٢ك\pi)$ = جتاθ
ظا$(\theta + ك\pi)$ = ظاθ حيث ظاθ معرّف

كتاب الطالب مثال صـ ١٠٢ رقم ٥ : بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

جا س + جا$(٩٠° + $ س$)$ + جا$(١٨٠° + $ س$)$ + جا$(٩٠° - $ س$)$

= ~~جاس~~ + جتاس - ~~جاس~~ + جتاس

= ٢ جتاس

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٢ رقم ٥ : بسّط كلًّا من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\theta + ٩\pi)$ = جتا$((\theta + \pi) + ٨\pi)$

= جتا$((\theta + \pi) + ٢ \times ٤\pi)$

= جتا$(\theta + \pi)$ = - جتاθ

(ب) جتا$\left(-\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$ = جتا - $\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$

= جتا $\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$

= - جا θ

H.L.

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ٤ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة

(أ) جا ١٥٠° = جا (١٨٠° - ٣٠°)
= جا ٣٠°
= $\frac{١}{٢}$

(ب) ظا (-٢٢٥°) = - ظا (١٨٠° + ٤٥°)
= - ظا ٤٥°
= -١

(جـ) جتا (-١٣٥°) = جتا ١٣٥°
= جتا (١٨٠° - ٤٥°)
= - جتا ٤٥°
= - $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ٥ :

أوجد قيمة النسب المثلثية بدون استخدام الآلة الحاسبة

(أ) جتا($\frac{٧ \pi}{٦}$) = جتا (π + $\frac{\pi}{٦}$)
= - جتا $\frac{\pi}{٦}$
= - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(ب) جا($\frac{-٢ \pi}{٣}$) = - جا (π - $\frac{\pi}{٣}$)
= - جا ($\frac{\pi}{٣}$)
= - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(جـ) ظا ($\frac{١١ \pi}{٦}$) = ظا (٢π - $\frac{\pi}{٦}$)
= - ظا $\frac{\pi}{٦}$
= - $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

H.L.

كراسة التمارين صـ ٦٣ رقم ١١ :

بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\pi - \theta)$ − جتا$(-\theta)$ + جا$(\pi + \theta)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$.

= − جتا θ − جتا θ − ~~جا θ~~ + ~~جا θ~~

= − ٢ جتا θ

(ب) جا$(\pi + \theta)$ − جتا$\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ + جتا$(\theta - \pi)$ + جا$\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$.

= − جا θ − (− جا θ) − جتا θ + جتا θ

= − ~~جا θ~~ + ~~جا θ~~ − ~~جتا θ~~ + ~~جتا θ~~

= صفر

H.L.

المتطابقات المثلثية الأساسية :

$\text{ظا}\theta = \frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$ ، $\text{ظتا}\theta = \frac{1}{\text{ظا}\theta}$ حيث المقام ≠ ٠

$\text{قا}\theta = \frac{1}{\text{جتا}\theta}$ ، $\text{قتا}\theta = \frac{1}{\text{جا}\theta}$

H.L.

متطابقة فيثاغورس $\boxed{\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٨ رقم ١ :

بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان $\text{جا}\,\theta = \frac{3}{5}$ ، $\boxed{0 < \theta < \frac{\pi}{2}}$

فأوجد جتا θ ، ظا θ

الحل:

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

$\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\frac{9}{25} + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\text{جتا}^2\theta = 1 - \frac{9}{25}$

$\text{جتا}^2\theta = \frac{16}{25}$

$\therefore \text{جتا}\theta = \sqrt{\frac{16}{25}}$

$\text{جتا}\theta = \frac{4}{5}$ أو $\text{جتا}\theta = -\frac{4}{5}$ (مرفوضة)

$\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \text{جتا}\theta = \frac{4}{5}$

كراسة التمارين صـ ٦٥ رقم ١ : إذا كانت $\text{جا}\theta = \frac{1}{5}$ ، $\boxed{0 < \theta < \frac{\pi}{2}}$.

فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ.

جتا θ ، ظا θ ، ظتا θ ، قا θ ، قتا θ

الحل:

باستخدام متطابقة فيثاغورث:

$\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\frac{1}{25} + \text{جتا}^2\theta = 1$

$\text{جتا}^2\theta = 1 - \frac{1}{25}$

$\text{جتا}^2\theta = \frac{24}{25}$

$\therefore \text{جتا}\theta = \sqrt{\frac{24}{25}}$

$\text{جتا}\theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ أو $\text{جتا}\theta = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (مرفوضة)

$\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\therefore \text{جتا}\theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

H.L.

$$\text{ظا}\,\theta = \frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{\frac{١}{٥}}{\frac{٢\sqrt{٦}}{٥}} = \frac{\sqrt{٦}}{١٢}$$

$$\text{ظتا}\,\theta = \frac{١}{\text{ظا}\,\theta} = \frac{١}{\frac{\sqrt{٦}}{١٢}} = ٢\sqrt{٦}$$

$$\text{قتا}\,\theta = \frac{١}{\text{جا}\,\theta} = \frac{١}{\frac{١}{٥}} = ٥$$

$$\text{قا}\,\theta = \frac{١}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{١}{\frac{٢\sqrt{٦}}{٥}} = \frac{٥\sqrt{٦}}{١٢}$$

H.L.

اليوم : التاريخ : / / ٢٠١٧

العنوان : تابع العلاقات بين الدوال المثلثية (٢) بند ٨ - ٣

كراسة التمارين صـ ٦٥ رقم ٣ :

إذا كانت جتاθ = $\frac{١}{٣}$ ، $\boxed{\text{جا}\theta > ٠}$

أوجد جاθ، ظتاθ.

الحل: باستخدام متطابقة فيثاغورث

جا$^٢\theta$ + جتا$^٢\theta$ = ١

جا$^٢\theta$ + $(\frac{١}{٣})^٢$ = ١

جا$^٢\theta$ + $\frac{١}{٩}$ = ١

جا$^٢\theta$ = ١ - $\frac{١}{٩}$

جا$^٢\theta$ = $\frac{٨}{٩}$

جاθ = $\sqrt{\frac{٨}{٩}}$

$\therefore$ جاθ = $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$ أو جاθ = $-\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

$\because$ جا$\theta > ٠$

$\therefore$ جاθ = $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$

ظاθ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}}{\frac{١}{٣}}$ = $٢\sqrt{٢}$

ظتاθ = $\frac{١}{\text{ظا}\theta}$ = $\frac{١}{٢\sqrt{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٢}}{٤}$

$$\boxed{١ + \text{ظا}^٢\theta = \text{قا}^٢\theta}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٠٩ رقم ٢ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا θ = $\frac{٣}{٤}$ ، جا θ < صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

الحل:

ظاθ = $\frac{٣}{٤}$

$\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{٣}{٤}$

$\therefore$ جاθ = $\frac{٣}{٤}$ جتاθ

$\because$ جا$^٢\theta$ + جتا$^٢\theta$ = ١ (متطابقة فيثاغورث)

$\therefore$ $(\frac{٣}{٤}\text{جتا}\theta)^٢$ + جتا$^٢\theta$ = ١

$\frac{٩}{١٦}$ جتا$^٢\theta$ + جتا$^٢\theta$ = ١

$\frac{٢٥}{١٦}$ جتا$^٢\theta$ = ١

جتا$^٢\theta$ = $\frac{١}{\frac{٢٥}{١٦}}$

جتا$^٢\theta$ = $\frac{١٦}{٢٥}$

جتاθ = $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

جتاθ = $\frac{٤}{٥}$ مرفوضة أو جتاθ = $-\frac{٤}{٥}$

$\because$ جا$\theta > ٠$ ، ظا$\theta > ٠$

$\therefore$ جتاθ = $-\frac{٤}{٥}$

جاθ = $\frac{٣}{٤}$ جتاθ

= $\frac{٣}{٤} \times -\frac{٤}{٥}$

= $-\frac{٣}{٥}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١١٠ رقم ٣ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا θ = $\frac{٢٤}{٧}$ ، جتا θ > صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

الحل:

ظاθ = $\frac{٢٤}{٧}$

$\therefore$ $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$ = $\frac{٢٤}{٧}$

$\therefore$ جاθ = $\frac{٢٤}{٧}$ جتاθ

$\because$ جا$^٢\theta$ + جتا$^٢\theta$ = ١ (متطابقة فيثاغورث)

$\therefore$ $(\frac{٢٤}{٧}\text{جتا}\theta)^٢$ + جتا$^٢\theta$ = ١

$\frac{٥٧٦}{٤٩}$ جتا$^٢\theta$ + جتا$^٢\theta$ = ١

$\frac{٦٢٥}{٤٩}$ جتا$^٢\theta$ = ١

جتا$^٢\theta$ = $\frac{١}{\frac{٦٢٥}{٤٩}}$

جتا$^٢\theta$ = $\frac{٤٩}{٦٢٥}$

جتاθ = $\sqrt{\frac{٤٩}{٦٢٥}}$

$\therefore$ جتاθ = $\frac{٧}{٢٥}$ أو جتاθ = $-\frac{٧}{٢٥}$

$\because$ جتاθ > صفر

$\therefore$ جتاθ = $\frac{٧}{٢٥}$

جاθ = $\frac{٢٤}{٧}$ جتاθ

= $\frac{٢٤}{٧} \times \frac{٧}{٢٥}$

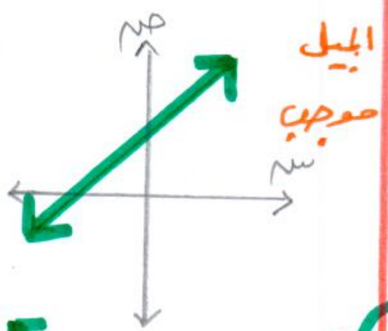
= $\frac{٢٤}{٢٥}$

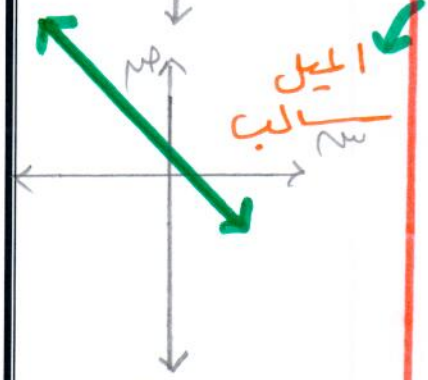
اليوم :   التاريخ :   /   / ٢٠١٧

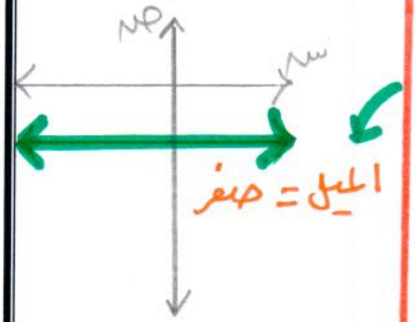
العنوان : ميل الخط المستقيم   بند ٩ ـ ٣ أ

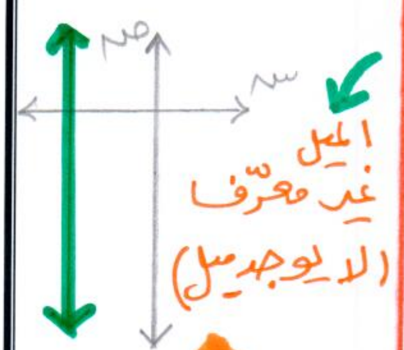
H.L.

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$









نلاحظ من خلال الشكل

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٣ رقم ٢ :

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط

(أ) جـ (٢ ، ٥) ، د (٤ ، ٧)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٧ - ٥}{٤ - ٢} = \frac{٢}{٢} = ١$$

(ب) ق (-١ ، ٤) ، د (٣ ، -٢)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٢ - ٤}{٣ - (-١)} = \frac{-٦}{٤} = -\frac{٣}{٢}$$

(جـ) م (٤ ، ٣) ، د (-٧ ، ٣)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٣}{-٧ - ٤} = \frac{٠}{-١١} = ٠$$

كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ٦ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن

(٣ ، ٢) ، (٥ ، ٦)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٦ - ٢}{٥ - ٣} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

كراسة التمارين صـ ٧٩ رقم ٨ :

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين إن أمكن

(٣ ، ٤) ، (-٣ ، ٤)

$$\text{الميل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٤ - ٤}{-٣ - ٣} = \frac{٠}{-٦} = ٠$$

التاريـــخ : / / ٢٠١٧ اليوم :

العنـــوان : تابع ميل الخط المستقيم بند ٩ ــ ٣ أ

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٤ رقم ٣ :

أثبت أن النقاط أ (٢ ، ــ١) ، ب (-١ ، ٥) ، جـ (٣ ، ــ ٣) على استقامة واحدة

أ (٢ ، -١) ، ب (-١ ، ٥)

$م_١ = ميل \overleftrightarrow{أب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٥ - (-١)}{-١ - ٢}$

$= \frac{٦}{-٣}$

$= \boxed{-٢}$

أ (٢ ، -١) ، جـ (٣ ، -٣)

$م_٢ = ميل \overleftrightarrow{أجـ} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{-٣ - (-١)}{٣ - ٢}$

$= \frac{-٢}{١}$

$= \boxed{-٢}$

$\because م_١ = م_٢$

$\therefore \overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{أجـ}$ وهما مشتركان في النقطة أ

$\therefore$ النقاط أ ، ب ، جـ على استقامة واحدة

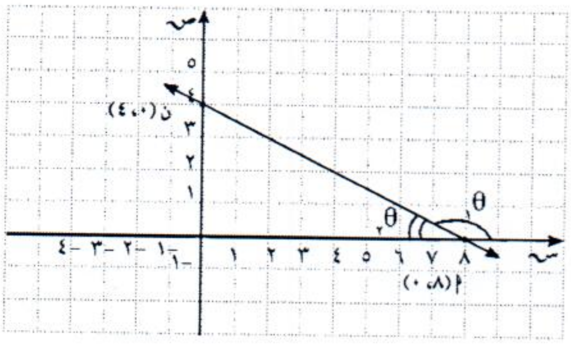
تذكر أن

العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات و ميل هذا المستقيم م هي :

م = ظا هـ

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٥ رقم ٤ :

أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أن}$ وقارنه بظل الزاوية الحادة التي قياسها $θ_٢$ وظل الزاوية المنفرجة التي قياسها $θ_١$.



معلوم

H.L.

تكون معادلة المستقيم: $\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٦ رقم ١ :

م   س١ ص١

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-2}{3}$ ويمر بالنقطة (-٦ ، ٥)

معادلة المستقيم :

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$
$$\text{ص} - 5 = \frac{-2}{3}\,(\text{س} - (-6))$$
$$\text{ص} - 5 = \frac{-2}{3}\,(\text{س} + 6)$$
$$\text{ص} - 5 = \frac{-2}{3}\,\text{س} - 4$$
$$\text{ص} = \frac{-2}{3}\,\text{س} - 4 + 5 \longrightarrow \text{ص} = \frac{-2}{3}\,\text{س} + 1$$

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ١ أ :

أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم

س١ ص١   م

أ) يمر بالنقطة (٥ ، ٢) و ميله ٣

معادلة المستقيم :

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$
$$\text{ص} - 2 = 3\,(\text{س} - 5)$$
$$\text{ص} - 2 = 3\,\text{س} - 15$$
$$\text{ص} = 3\,\text{س} - 15 + 2$$
$$\text{ص} = 3\,\text{س} - 13$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٧ رقم ٢ :

س١ ص١   س٢ ص٢

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ (٣ ، -١) ، (٢ ، -٢)

$$\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{-2 - (-1)}{2 - 3} = \frac{-1}{-1} = 1$$

معادلة المستقيم :

$$\text{ص} - \text{ص}_1 = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_1)$$
$$\text{ص} - (-1) = 1\,(\text{س} - 3)$$
$$\text{ص} + 1 = \text{س} - 3$$
$$\text{ص} = \text{س} - 3 - 1$$
$$\text{ص} = \text{س} - 4$$

H.L.

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٣ ب :

أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين ب (٣ ، -٤) ، ب (٧ ، ١)

س١ ص١ ، س٢ ص٢

م = (ص٢ - ص١) / (س٢ - س١)

= (١ - (-٤)) / (٧ - ٣)

= ٥/٤

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - (-٤) = ٥/٤ (س - ٣)

ص + ٤ = ٥/٤ س - ١٥/٤

بضرب طرفي المعادلة × ٤ :

٤ص + ١٦ = ٥س - ١٥

٤ص - ٥س + ١٦ + ١٥ = ٠

٤ص - ٥س + ٣١ = ٠ (الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم)

أو: ٥س - ٤ص - ٣٥ = ٠ ← بضرب طرفي المعادلة × -١

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٨ رقم ٣ أ :

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم أ الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (-٣، ٢).

س١ ص١

٣ص + س + ٣ = ٠

٣ص = -س - ٣

بقسمة الطرفين ÷ ٣

ص = -١/٣ س - ١

∴ ميل المستقيم ك = -١/٣

∵ المستقيمان متوازيان

∴ ميل المستقيم أ = -١/٣

معادلة المستقيم :

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٢ = -١/٣ (س - (-٣))

ص - ٢ = -١/٣ (س + ٣)

ص - ٢ = -١/٣ س - ١

بضرب طرفي المعادلة × ٣

٣ص - ٦ = -س - ٣

∴ ٣ص + س - ٦ + ٣ = ٠

س + ٣ص - ٣ = ٠

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٣٨ رقم ٣ ب :

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

س١ ص١

ميل المستقيم ك = -١/٣

∵ المستقيمان متعامدان

∴ -١/٣ × ميل المستقيم ز = -١

∴ ميل المستقيم ز = -١ × -٣ = ٣

معادلة المستقيم :

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٤ = ٣ (س - ١)

ص - ٤ = ٣س - ٣

ص - ٣س - ٤ + ٣ = ٠

ص - ٣س - ١ = ٠

-٣س + ص - ١ = ٠

أو بضرب المعادلة × -١ :

٣س - ص + ١ = ٠

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٦ :

أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم : س = $\frac{-١}{٤}$ ص + ١٧ و يمر بنقطة الأصل

س١ ص١
(٠ ، ٠)

س = $-\frac{١}{٤}$ ص + ١٧

$\frac{١}{٤}$ ص = − س + ١٧

بضرب المعادلة × ٤ :

ص = −٤ س + ٦٨

∴ ميل المستقيم المعطى = −٤

∵ المستقيمان متوازيان

∴ ميل المستقيم المطلوب = −٤

معادلة المستقيم :

ص − ص١ = م (س − س١)

ص − ٠ = −٤ (س − ٠)

ص = −٤ س

أو ٤ س + ص = ٠

كراسة التمارين صـ ٨٤ رقم ٤ :

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧ ، -١)

س١ ص١

و العمودي على الخط المستقيم : ٣س + ٢ص – ١ =٠

٣ س + ٢ ص − ١ = ٠

٢ ص = −٣ س + ١

بقسمة الطرفين ÷ ٢

أو بضرب الطرفين × $\frac{١}{٢}$

ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-٣}{٢}$

∵ المستقيمان متعامدان

∴ م١ × م٢ = −١

$\frac{-٣}{٢}$ × م٢ = −١

م٢ = −١ × $\frac{-٢}{٣}$

= $\frac{٢}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٢}{٣}$

معادلة المستقيم :

ص − ص١ = م (س − س١)

ص − (−١) = $\frac{٢}{٣}$ (س − ٧)

ص + ١ = $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١٤}{٣}$

ص = $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١٤}{٣}$ − ١

ص = $\frac{٢}{٣}$ س − $\frac{١٧}{٣}$

أو : بضرب طرفي المعادلة × ٣

٣ ص = ٢ س − ١٧

٣ ص − ٢ س + ١٧ = ٠

H.L.

العنـــوان : البعد بين نقطة و مستقيم **بند ٩ _ ٤**

H.L.

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = صفر
فإن البعد ف بين النقطة د ($\text{س}_{١}$ ، $\text{ص}_{١}$) والمستقيم ل تعطى بالصيغة

$$\text{ف} = \frac{|\text{أ س}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}}$$

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ١ :

معادلة المستقيم ل : ٢ س – ص + ٣ = ٠
بين ما إذا كانت النقطة م (- ٢ ، - ١) تنتمي إلى المستقيم ل أم لا ؟

بالتعويض عن (س ، ص) بـ (-٢ ، -١) في المعادلة :

$$٢\text{س} - \text{ص} + ٣ \overset{?}{=} ٠$$
$$٢(-٢) - (-١) + ٣ \overset{?}{=} ٠$$
$$-٤ + ١ + ٣ \overset{?}{=} ٠$$
$$٠ = ٠$$

∴ النقطة م تنتمي إلى المستقيم ل .

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٢ رقم ١ :

أوجد البعد بين المستقيم ل : ص = - س + ٣ و النقطة د (٢ ، ٥)

ص = -س + ٣
س + ص - ٣ = ٠
أ = ١ ، ب = ١ ، جـ = -٣
$\text{س}_{١} = ٢$ ، $\text{ص}_{١} = ٥$

$$\text{البعد ف} = \frac{|\text{أ س}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}}$$
$$= \frac{|١ \times ٢ + ١ \times ٥ + (-٣)|}{\sqrt{١^{٢} + ١^{٢}}}$$
$$= \frac{|٧ - ٣|}{\sqrt{٢}} = ٢\sqrt{٢} \text{ وحدة}$$

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٦ :

أوجد البعد بين نقطة الأصل (٠ ، ٠) و المستقيم : ٢ ص = ٣ س + ٤

٢ص = ٣س + ٤
-٣س + ٢ص - ٤ = ٠
أ = -٣ ، ب = ٢ ، جـ = -٤
$\text{س}_{١} = ٠$ ، $\text{ص}_{١} = ٠$

$$\text{البعد ف} = \frac{|\text{أ س}_{١} + \text{ب ص}_{١} + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}}$$
$$= \frac{|-٣ \times ٠ + ٢ \times ٠ + (-٤)|}{\sqrt{(-٣)^{٢} + ٢^{٢}}}$$
$$= \frac{|-٤|}{\sqrt{١٣}} = \frac{٤\sqrt{١٣}}{١٣} \text{ وحدة}$$

اليوم :   التاريخ : / / ٢٠١٧

العنـــوان : تابع البعد بين نقطة و مستقيم   بند ٩ – ٤

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٥ :

س١ ص١

أوجد البعد بين النقطة جـ (٢ ، ١) و المستقيم : ٣ س – ص – ١ = ٠

أ = ٣ ، ب = -١ ، جـ = -١

س١ = ٢ ، ص١ = ١

$$\text{البعد ف} = \frac{|\text{أ س}_1 + \text{ب ص}_1 + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

$$= \frac{|3 \times 2 + (-1) \times 1 + (-1)|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{|6 - 2|}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ وحدة}$$

كراسة التمارين صـ ٨٧ رقم ٧ :

س١ ص١

أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢ ، -١) إذا كان المستقيم : ٣ س – ٤ ص + ٧ = ٠ مماس لها

أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ٧

س١ = ٢ ، ص١ = -١

$$\text{البعد ف} = \frac{|\text{أ س}_1 + \text{ب ص}_1 + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

$$= \frac{|3 \times 2 + (-4) \times (-1) + 7|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{|17|}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{17}{5} \text{ وحدة}$$

H.L.

اليوم : التاريـــخ : / / ٢٠١٧

العنـــوان : معادلة الدائرة بند ٩ ـ ٥

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) ونصف قطرها نق على الصورة

H.L.

$$\boxed{(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}}$$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٣ رقم ١ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ـــ ٣) وطول نصف قطرها ٥ وحدات

معادلة الدائرة على الصورة القياسية :

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - ٥)^{٢} + (ص - (-٣))^{٢} = ٥^{٢}$

$(س - ٥)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٢٥$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٤ رقم ٣ : (٠ ، ٠)

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٦ وحدات

∵ مركز الدائرة هو نقطة الأصل

∴ معادلة الدائرة :

$س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}$

$س^{٢} + ص^{٢} = ٦^{٢}$

$س^{٢} + ص^{٢} = ٣٦$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٥ رقم ٤ :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣ ، ٤) و تمس محور الصادات

∵ الدائرة تمس محور الصادات

∴ نق = |٣| = ٣ وحدة

معادلة الدائرة في الصورة القياسية :

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٣^{٢}$

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩$

تدريب :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣ ، -٢) و تمس محور السينات

∵ الدائرة تمس محور السينات

∴ نق = |-٢|

= ٢ وحدة

معادلة الدائرة في الصورة القياسية :

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - (-٣))^{٢} + (ص - (-٢))^{٢} = ٢^{٢}$

$(س + ٣)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ٤$

ملاحظة :

إذا كانت الدائرة تمس محور الصادات ← نق = |د| (د ، □)

إذا كانت الدائرة تمس محور السينات ← نق = |هـ| (□ ، هـ) ← مركز الدائرة

العنوان : تابع معادلة الدائرة بند ٩ _ ٥

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٥ رقم ٥ :

أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

أ) $\text{س}^{2} + \text{ص}^{2} = \boxed{\text{٤٩}}$

مركز الدائرة : نقطة الأصل (٠ ، ٠)

نصف قطر الدائرة (نق) = $\sqrt{\text{٤٩}}$

= ٧ وحدات

ب) $(\text{س} - \text{٤})^{2} + (\text{ص} + \text{٥})^{2} = \boxed{\text{٣٦}}$

مركز الدائرة : (٤ ، −٥)

نصف قطر الدائرة (نق) = $\sqrt{\text{٣٦}}$

= ٦ وحدات

كراسة التمارين صـ ٩١ رقم ٤ ب :

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها $\underset{\text{د}\ \ \text{هـ}}{\overset{\text{س}_1\ \ \text{ص}_1}{(\text{٥} ، \text{١})}}$ و تمر بالنقطة $\overset{\text{س}_2\ \ \text{ص}_2}{(\text{٦} ، \text{١})}$

نق = $\sqrt{(\text{س}_2 - \text{س}_1)^{2} + (\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^{2}}$

= $\sqrt{(\text{٦} - \text{٥})^{2} + (\text{١} - \text{١})^{2}}$

= ١ وحدة

معادلة الدائرة على الصورة القياسية :

$(\text{س} - \text{د})^{2} + (\text{ص} - \text{هـ})^{2} = \text{نق}^{2}$

$(\text{س} - \text{٥})^{2} + (\text{ص} - \text{١})^{2} = \text{١}^{2}$

$(\text{س} - \text{٥})^{2} + (\text{ص} - \text{١})^{2} = \text{١}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٤ رقم ٢ :

أوجد معادلة الدائرة قطرها $\overline{\text{أب}}$ حيث أ $\overset{\text{س}_1\ \ \text{ص}_1}{(\text{-٣} ، \text{٦})}$ ، ب $\overset{\text{س}_2\ \ \text{ص}_2}{(\text{١} ، \text{-٢})}$

إحداثي مركز الدائرة :

$\left(\frac{\text{س}_1 + \text{س}_2}{\text{٢}} ، \frac{\text{ص}_1 + \text{ص}_2}{\text{٢}}\right)$

= $\left(\frac{\text{-٣} + \text{١}}{\text{٢}} ، \frac{\text{٦} + (\text{-٢})}{\text{٢}}\right)$

= $(\underset{\text{د}}{\text{-١}} ، \underset{\text{هـ}}{\text{٢}})$

طول قطر الدائرة $\overline{\text{أب}}$ = $\sqrt{(\text{س}_2 - \text{س}_1)^{2} + (\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^{2}}$

= $\sqrt{(\text{١} - (\text{-٣}))^{2} + (\text{-٢} - \text{٦})^{2}}$

= $\text{٤}\sqrt{\text{٥}}$ وحدة

∴ نق = $\frac{\text{١}}{\text{٢}} \times \text{٤}\sqrt{\text{٥}}$

= $\text{٢}\sqrt{\text{٥}}$ وحدة

معادلة الدائرة على الصورة القياسية :

$(\text{س} - \text{د})^{2} + (\text{ص} - \text{هـ})^{2} = \text{نق}^{2}$

$(\text{س} - (\text{-١}))^{2} + (\text{ص} - \text{٢})^{2} = (\text{٢}\sqrt{\text{٥}})^{2}$

$(\text{س} + \text{١})^{2} + (\text{ص} - \text{٢})^{2} = \text{٢٠}$

اليوم : التاريـــخ : / / ٢٠١٧

العنـــوان : الصورة العامة لمعادلة الدائرة بند ٩ ـ ٥

س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = صفر حيث ل ، ك ، ب ثوابت

الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $\left(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}\right)$

ونصف قطرها نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ ب}$

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٧ رقم ٦ :

عين مركز وطول نصف قطر الدوائر الممثلة بالمعادلة التالية

٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢ س ـ ٤ ص - ٣٠ = صفر

بقسمة طرفي المعادلة ÷ ٢ :

س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠

ل = -٦ ، ك = -٢ ، ب = -١٥

مركز الدائرة (م) = $\left(\frac{-ل}{٢} ، \frac{-ك}{٢}\right)$

= $\left(-\frac{(-٦)}{٢} ، -\frac{(-٢)}{٢}\right)$

= (٣ ، ١)

نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^٢ + ك^٢ - ٤ب}$

= $\frac{١}{٢}\sqrt{(-٦)^٢ + (-٢)^٢ - ٤ \times (-١٥)}$

= $\frac{١}{٢} \times ١٠$

= ٥ وحدات

ملاحظة : عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + ب = ٠

يمكننا معرفة ما تمثله بيانيًا هذه المعادلة بمجرد مقارنة

ل^٢ + ك^٢ − ٤ب مع الصفر.

١. عندما ل^٢ + ك^٢ − ٤ب < ٠ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.
٢. عندما ل^٢ + ك^٢ − ٤ب = ٠ فإن المعادلة تمثل نقطة.
٣. عندما ل^٢ + ك^٢ − ٤ب > ٠ فإن المعادلة تمثل دائرة.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٨ رقم ٧ :

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

أ) س^٢ + ص^٢ - ٤ س + ٧ ص + ١٧ = صفر

معامل س^٢ = معامل ص^٢ = ١

ل = -٤ ، ك = ٧ ، ب = ١٧

ل^٢ + ك^٢ - ٤ب = $(-٤)^٢ + ٧^٢ - ٤ \times ١٧$

= -٣

∴ -٣ < ٠

∴ المعادلة لا تمثل معادلة دائرة

H.L.

العنوان : معادلة مماس الدائرة عند النقطة الواقعة عليها   **بند ٩ – ٥**

H.L.

تابع كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٨ رقم ٧ :

هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

ب) $س^2 + ص^2 + ٥س - ٦ص - ٤ = $ صفر

معامل $س^2$ = معامل $ص^2 = ١$

ل = ٥ ، ك = −٦ ، ب = −٤

$ل^2 + ك^2 - ٤ب =$

$٥^2 + (-٦)^2 - ٤ \times (-٤) =$

$٢٥ + ٣٦ + ١٦ = ٧٧$

∴ ٧٧ > ٠

∴ المعادلة تمثل معادلة دائرة

جـ) $س^2 + ص^2 - ٢س - ٢ص + ٢ = $ صفر

معامل $س^2$ = معامل $ص^2 = ١$

ل = −٢ ، ك = −٢ ، ب = ٢

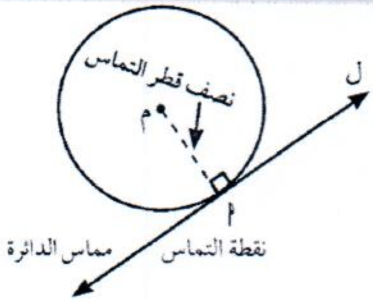
$ل^2 + ك^2 - ٤ب =$

$(-٢)^2 + (-٢)^2 - ٤ \times ٢ =$

$٤ + ٤ - ٨ = ٠$

∴ المعادلة تمثل نقطة

معادلة مماس لدائرة



كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٤٩ رقم ٨ :

أوجد معادلة مماس لدائرة معادلتها

$(س - ٢)^2 + (ص - ١)^2 = ٢٥$ عند نقطة م (٦ ، ٤) الواقعة عليها

س١ ص١

النقطة م (٦ ، ٤) تنتمي إلى الدائرة

إحداثيات مركز الدائرة و (٢ ، ١) س٢ ص٢

$ميل \overline{مو} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{١ - ٤}{٢ - ٦} = \frac{٣}{٤}$

∵ نصف قطر التماس $\overline{مو}$ عمودي على مماس الدائرة

∴ ميل المماس × ميل $\overline{مو} = -١$

$م_{المماس} \times \frac{٣}{٤} = -١$

$م_{المماس} = -١ \times \frac{٤}{٣}$

$= \frac{-٤}{٣}$

معادلة المماس :

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - ٤ = \frac{-٤}{٣}(س - ٦)$

$ص - ٤ = \frac{-٤}{٣}س + ٨$

$ص = \frac{-٤}{٣}س + ٨ + ٤$

$ص = \frac{-٤}{٣}س + ١٢$

العنوان : تابع معادلة مماس الدائرة عند النقطة الواقعة عليها　　**بند ٩ ـ ٥**

H.L.

كتاب الطالب حاول أن تحل صـ ١٥٠ رقم ٩ :

أثبت أن النقطة م (١ ، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و ، معادلتها :

س^{٢} + ص^{٢} +٦ س + ٨ ص - ١٦ = صفر ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة

المعادلة على شكل الصورة العامة لمعادلة الدائرة

ل = ٦ ، ك = ٨ ، ب = -١٦

بالتعويض عن النقطة م (١،١) في المعادلة :

س^{٢} + ص^{٢} + ٦س + ٨ص - ١٦ =

١^{٢} + ١^{٢} + ٦×١ + ٨×١ - ١٦ = ٠

∴ النقطة م (١،١) تنتمي إلى الدائرة

مركز الدائرة و : ($\frac{-ل}{٢}$ ، $\frac{-ك}{٢}$)

= ($\frac{-٦}{٢}$ ، $\frac{-٨}{٢}$)

= (-٣ ، -٤)

نق = $\frac{١}{٢}$ $\sqrt{ل^{٢}+ك^{٢}-٤ب}$

= $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٦^{٢}+٨^{٢}-٤×-١٦}$

= $\sqrt{٤١}$ وحدة

ميل نصف قطر التماس م و :

م = $\frac{ص_٢-ص_١}{س_٢-س_١}$ = $\frac{-٤-١}{-٣-١}$

= $\frac{٥}{٤}$

م المماس × ميل م و = -١

م$_١$ مماس × $\frac{٥}{٤}$ = -١

∴ م$_١$ مماس = -١ × $\frac{٤}{٥}$

= $\frac{-٤}{٥}$

معادلة المماس :

ص - ص$_١$ = م (س - س$_١$)

ص - ١ = $\frac{-٤}{٥}$ (س - ١)

ص - ١ = $\frac{-٤}{٥}$ س + $\frac{٤}{٥}$

ص = $\frac{-٤}{٥}$ س + $\frac{٩}{٥}$

كراسة التمارين صـ ٩١ رقم ٧ :

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها

(س ـ ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٠ عند النقطة (٢ ، ١)

مركز الدائرة و (١ ، -٢)

ميل م و = $\frac{ص_٢-ص_١}{س_٢-س_١}$

= $\frac{-٢-١}{١-٢}$ = ٣

م$_١$ مماس × ميل م و = -١

م$_١$ مماس × ٣ = -١

∴ م$_١$ المماس = $\frac{١-}{٣}$

= $\frac{-١}{٣}$

معادلة المماس :

ص - ص$_١$ = م (س - س$_١$)

ص - ١ = $\frac{-١}{٣}$ (س - ٢)

ص - ١ = $\frac{-١}{٣}$ س + $\frac{٢}{٣}$

ص = $\frac{-١}{٣}$ س + $\frac{٢}{٣}$ + ١

ص = $\frac{-١}{٣}$ س + $\frac{٥}{٣}$