

تحليل البيانات

Data Analysis

التمرين الأول

(١) البيانات التالية هي درجات أحد الطلاب في ٦ اختبارات رياضية، حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة:

$$٨٥, ٩٠, ٧٣, ٦٧, ٨٩, ٧٦. \text{ أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات. } = \frac{٨٥ + ٩٠ + ٧٣ + ٦٧ + ٨٩ + ٧٦}{٦} = ٨٠ \text{ درجة}$$

(٢) البيانات في الجدول أدناه هي درجات ٢٥ طالبًا في نهاية العام الدراسي لمادة الرياضيات، حيث النهاية

العظمى ١٠٠ درجة.

$$\frac{٩٠ \times ١٥}{٢٥} = \frac{٨٥ \times ٨ + ٧٦ \times ٦ + ٩٠ \times ٢ + ٨٣ \times ٥ + ٨٥ \times ٤}{٨ + ٦ + ٢ + ٥ + ٤} =$$

الدرجة	٨٥	٨٣	٩٠	٧٦	٧٨
التكرار	٤	٥	٢	٦	٨

أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات.

(٣) بين الجدول التالي التوزيع التكراري لمعدل نبضات القلب عند ٣٣ طالبًا من الصف العاشر أثناء وقت الاستراحة.

$$\frac{٢٨ \times ٩ + ٤٨ \times ٦ + ٣٨ \times ٥ + ٢٨ \times ٧ + ٤٨ \times ٤ + ٣٨ \times ٣ + ٢٨ \times ٢ + ٢٨ \times ١}{٩ + ٦ + ٥ + ٧ + ٤ + ٣ + ٢ + ١} =$$

$$\frac{٢٨٠ + ٢٨٨ + ١٩٠ + ١٩٦ + ١٥٢ + ١١٤ + ٥٦ + ٢٨}{٣٣} =$$

$$\frac{٩٤٧}{٣٣} = ٢٨.٦٦$$

(٤) بين الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طالبًا.

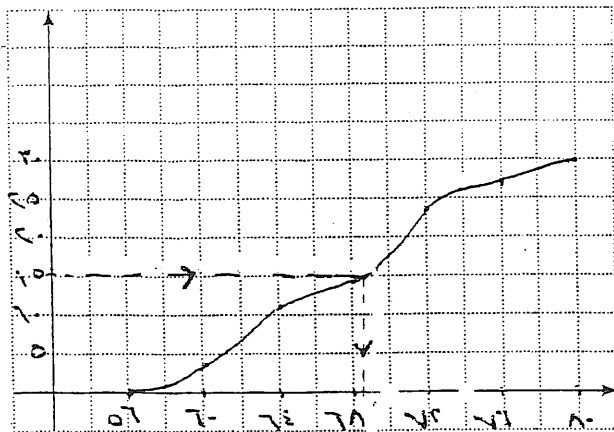
الفترة	-٥٦	-٦٠	-٦٤	-٦٨	-٧٢	-٧٦
التكرار	٣	٨	٣	٩	٤	٣

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأوزان.

$$\bar{x} = \frac{\sum (x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = \frac{٩٠٠٨}{٣٠} = ٣٠٠.٢٦$$

الفترة	سما	تكرار	تكرار
-٥٦	٥٨	٣	١٧٤
-٦٠	٦٢	٨	٤٩٦
-٦٤	٦٦	٣	١٩٨
-٦٨	٧٠	٩	٦٣٠
-٧٢	٧٤	٤	٢٩٦
-٧٦	٧٨	٣	٢٣٤
المجموع		٣٠	٢٠٠٨

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع الصاعد.



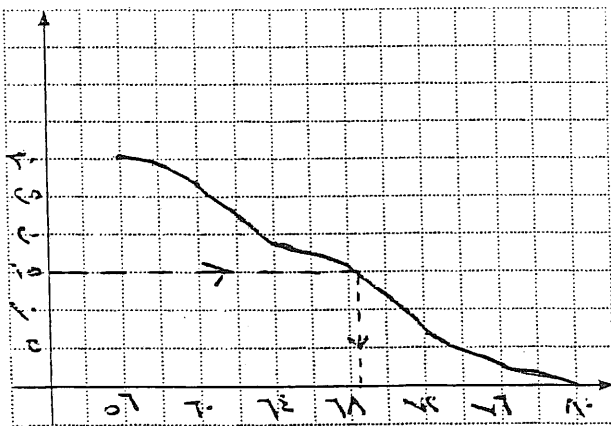
الترتيب	الترتيب	أقل من الحدود العليا للترتيب	التكرار
3	3	أقل من 60	3
11	8	أقل من 64	8
14	3	أقل من 68	3
23	9	أقل من 72	9
27	4	أقل من 76	4
30	3	أقل من 80	3

الحدود العليا للترتيب

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{الوسيط} = 68.5 \text{ تقريباً}$$

(ج) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع النازل.



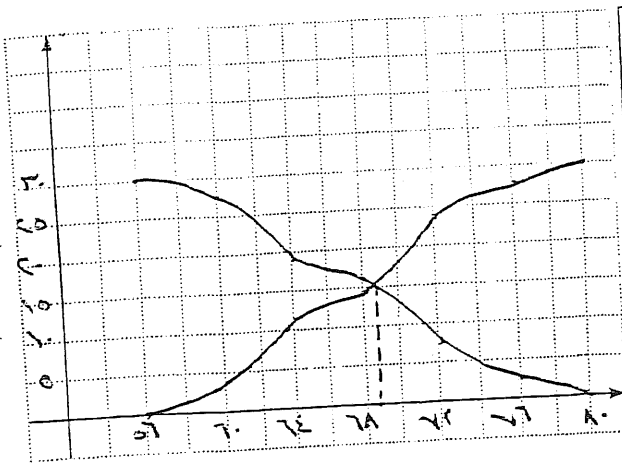
الترتيب	الترتيب	الحد الأدنى للترتيب الأكثر تكراراً	التكرار
30	3	56 فأكثر	3
27	8	60 فأكثر	8
19	3	64 فأكثر	3
16	9	68 فأكثر	9
7	4	72 فأكثر	4
3	3	76 فأكثر	3

الحدود الدنيا للترتيب

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\text{الوسيط} = 68.5 \text{ تقريباً}$$

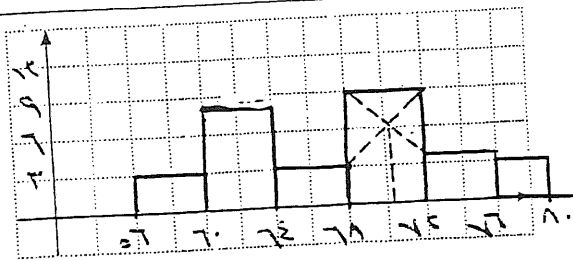
(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام متحنى التكرار التجمع الصاعد ومنحنى التكرار التجمع النازل.



الفترة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفترة	التكرار التجمع الصاعد	الحد الأدنى للفترة	التكرار التجمع النازل
-56	3	أقل من 56	3	56 فأكثر	30
-60	8	أقل من 60	11	60 فأكثر	27
-64	3	أقل من 64	14	64 فأكثر	19
-68	9	أقل من 68	23	68 فأكثر	16
-72	4	أقل من 72	27	72 فأكثر	7
-76	3	أقل من 76	30	76 فأكثر	3

الوسيط = 78,5 تقريباً

✓ (هـ) أوجد المتوال لهذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة.



(و) أوجد المتوال لهذه الأوزان باستخدام المدرج

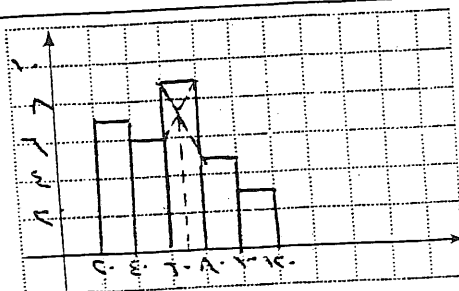
التكراري.

المتوال = 78,5 تقريباً

(٥) يبين الجدول التالي ٥ فئات تمثل توزيع المصروف اليومي لـ ٣٠ عائلة بالدينار.

الفترة	-20	-40	-60	-80	-100
التكرار	7	6	9	5	3

✓ (أ) أوجد المتوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام قانون الرافعة.



(ب) أوجد المتوال لمصروف العائلات اليومي

باستخدام المدرج التكراري.

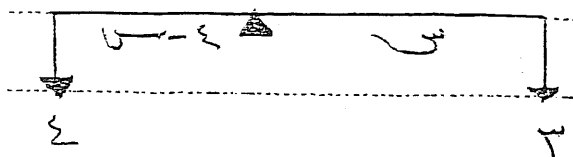
المتوال = 79

مدرسة - تم ١٤١ هـ - قسم ١٩١ - الحد الأقصى لقادرة ١٢٤

١١٤

رقم [٥] [١٤] ١١٤

المردف للغة المنوالية - ٦٨



ف = ٤

ل = ٣

ل = ٤

$$ل \times س = ل \times (ف - س)$$

$$٣ \times س = ٤ \times (٤ - س)$$

$$٣ س = ١٦ - ٤ س$$

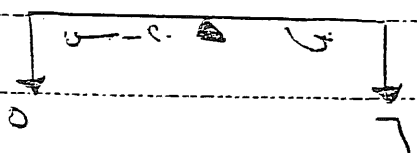
$$٣ س + ٤ س = ١٦ \quad ٧ س = ١٦$$

$$س = \frac{١٦}{٧} \approx ٢,٢٨$$

المردف = المردف للغة المنوالية + س = ٦٨ + ٢,٢٨ = ٧٠,٢٨

رقم [٥] [١٤] ١١٤

المردف للغة المنوالية = ٦٠



ل = ٦

$$ل \times س = ل \times (ف - س)$$

$$٦ \times س = ٥ \times (٥ - س)$$

$$٦ س = ٢٥ - ٥ س \quad ٦ س + ٥ س = ٢٥ \quad ١١ س = ٢٥$$

$$س = \frac{٢٥}{١١} \approx ٢,٢٧ \quad \text{المردف} = ٦٠ + ٢,٢٧ = ٦٢,٢٧$$

(١) يبين الجدول التالي معدل درجات الحرارة العظمى والصغرى في دولة الكويت، حيث يقاس معدل الدرجة العظمى عند الساعة ٣ عصرًا ويقاس معدل الدرجة الصغرى عند الساعة ٣ فجرًا.

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
معدل الدرجة العظمى	١٨	٢٠	٢٥	٣٠	٣٨	٤٣	٤٥	٤٥	٤٣	٣٧	٢٨	٢١
معدل الدرجة الصغرى	٧	٩	١٣	١٨	٢٣	٢٨	٣٠	٢٨	٢٥	٢٢	١٦	٩

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات العظمى والمتوسط الحسابي لمعدل الدرجات الصغرى.

ماذا تلاحظ؟

معدل الصفحات لقرآن كريم

رقم ١١ (١٠٠٠٠) رقم ٢٠٠٠

(ب) رتب تصاعديًا معدل الدرجات العظمى ومعدل الدرجات الصغرى، ثم أوجد الوسيط لكل مجموعة.

(ج) ما المتوال لمعدل درجات الحرارة العظمى؟

ما المتوال لمعدل درجات الحرارة الصغرى؟

(٢) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأهداف الفرق في مباريات كأس العالم لسنة ٢٠٠٦.

الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (عدد الفرق)	٧	١٣	١٨	١٢	١٠	٢	٢

أوجد المتوسط الحسابي للأهداف.

(٣) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري على فئات لقياسات أرجل ٥٠ رياضيًا في أحد النوادي.

الفئة	تكرار	تكرار	تكرار
-٣٨	٣٩	١١	٤٢٩
-٤٠	٤١	١٦	٦٥٦
-٤٢	٤٣	١٧	٧٣١
-٤٤	٤٥	٦	٢٧٠
المجموع		٥٠	٢٠٨٦

الفئة	-٣٨	-٤٠	-٤٢	-٤٤
التكرار	١١	١٦	١٧	٦

(أ) أوجد المتوسط الحسابي للقياسات.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{9086}{50} = 181.72$$

رقم 115 ب

- المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات العظمى =

$$15,70 = \frac{292}{12} = \frac{11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0}{12}$$

- المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات الصغرى =

$$19 = \frac{228}{12} = \frac{7 + 9 + 13 + 18 + 23 + 28 + 30 + 28 + 20 + 25 + 17 + 9}{12}$$

رقم 115 ج

- الترتيب التصاعدي لمعدل الدرجات العظمى:

11 / 10 / 9 / 8 / 7 / 6 / 5 / 4 / 3 / 2 / 1 / 0

$$\text{الوسيط} = \frac{3 + 7}{2} = 5$$

- الترتيب التصاعدي لمعدل الدرجات الصغرى:

7 / 9 / 9 / 13 / 17 / 18 / 20 / 22 / 23 / 28 / 28

$$\text{الوسيط} = \frac{18 + 20}{2} = 19$$

رقم 115 د

السؤال لمعدل الدرجات العظمى = 15,70

السؤال لمعدل الدرجات الصغرى = 19

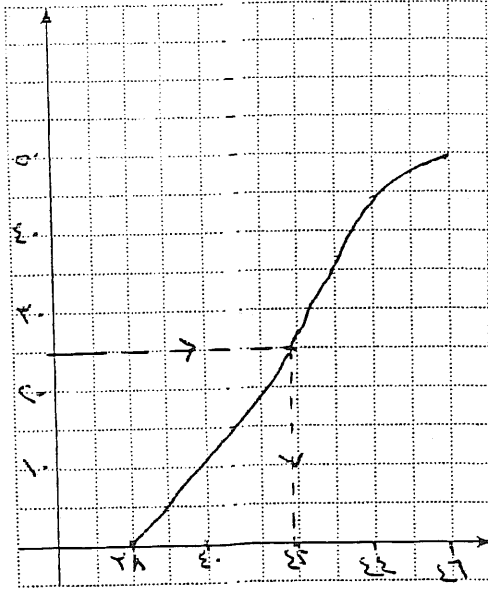
رقم 115 هـ

$$127 = \frac{287 + 280 + 10 \times 4 + 12 \times 3 + 18 \times 2 + 13 \times 1 + 7 \times 0}{74}$$

$$2 + 2 + 10 + 12 + 18 + 13 + 7$$

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع الصاعد.

التكرار المتجمع الصاعد



الحدود العليا للفئات

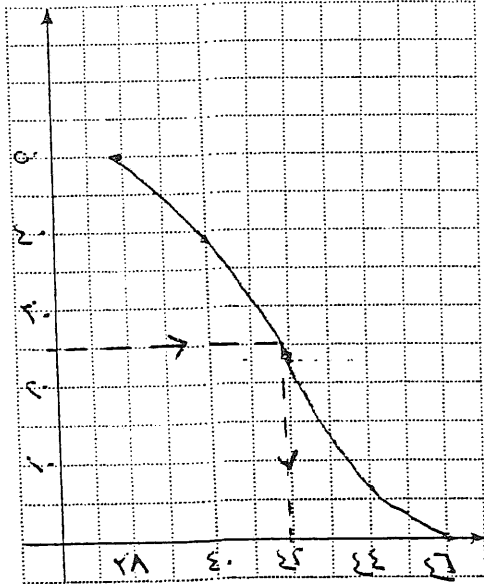
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-38	11	أقل من 40	11
-40	16	أقل من 44	27
-42	17	أقل من 46	44
-44	6	أقل من 47	50

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\text{الوسيط} = 41.9$$

(ج) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع النازل.

التكرار المتجمع النازل



الحدود الدنيا للفئات

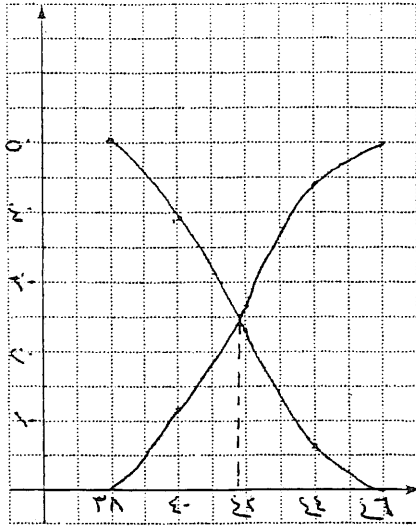
الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-38	11	38 فأكثر	50
-40	16	40 فأكثر	39
-42	17	44 فأكثر	23
-44	6	46 فأكثر	7

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\text{الوسيط} = 41.9$$

(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع الصاعد ومنحني التكرار المتجمع النازل معًا.

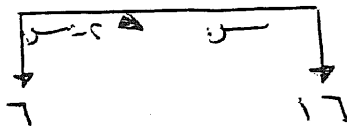
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-٣٨	١١	أقل من ٤٠	١١	٣٨ فأكثر	٥٠
-٤٠	١٦	أقل من ٤٢	٢٧	٤٠ فأكثر	٣٩
-٤٢	١٧	أقل من ٤٤	٤٤	٤٢ فأكثر	٢٣
-٤٤	٦	أقل من ٤٤	٥٠	٤٤ فأكثر	٦



الوسيط = ٤١,٨

(هـ) اوجد الردي للغة التالية = ٤٤

$$ف = ٢ \quad ل = ١٦ \quad ك = ٦$$



$$ل = س - ل = (ف - ف) = ١٦ - ٦ = ١٠$$

$$س = ١٦ - ١٠ = ٦$$

$$١٦ - ١٠ = ٦$$

$$١٦ - ١٠ = ٦$$

$$\frac{١٠}{٢٢} = \frac{٤٤}{٢٢}$$

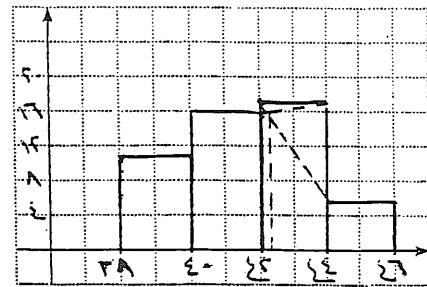
$$٤٤ = ٤٤$$

$$المؤال = ٤٤ + ٤٤ = ٨٨$$

$$٨٨ = ٨٨$$

(هـ) أوجد المتوال لهذه القياسات باستخدام قانون الرافعة .

(و) أوجد المتوال لهذه القياسات باستخدام المدرج التكراري .



المؤال = ٤٤,٣

التاريخ الميلادي:

7-10

الاحمدية الخارعية اساسية

3, 8, 0, 1, 9, 8, 7, 2, 7 (1)

الحد ٦ = ٣ - ١٠ = ٦

. 17, 12, 19, 18, 10, 23, 11, 20, 17 (C)

$$19 = 11 - 53 = 15$$

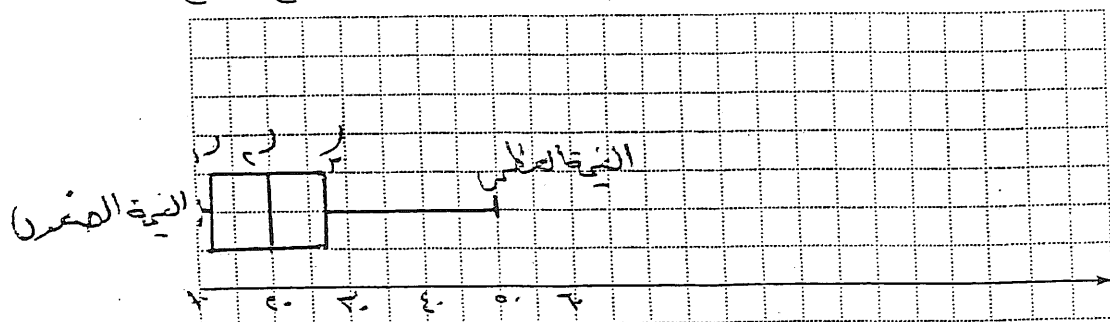
البيانات: ٥٢، ٦٠، ٥٠، ٥٤، ٥٩، ٦٥، ٦٦، ٦٤، ٩٥، ٦٢.

الترتيب التامعدي للبيانات : ٥٠ ٥١ ٥٤ ٦٠ ٦٤ ٦٤ ٦٥ ٦٦ ٦٧ ٩٥

$$= \frac{70+70}{2} = 70 \quad \text{بـ} \quad \frac{54}{1} = 54 \quad \text{جـ} \quad \frac{70}{1} = 70 \quad \text{دـ} \quad \frac{70}{1} = 70$$
 (أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للقيم التالية التي تمثل أوزان أكياس من الأرز: ١١، ١٢، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٦، ٢٧، ٥٠.

~~$$27,0 = \frac{14+17}{2} = 15,5 \quad 19,0 = \frac{13+17}{2} = 15 \quad 20 = \frac{17+19}{2} = 18$$~~

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم البيانات في (أ). ماذا تستتج؟ اشرح.



(٢) بيّن الجدول التالي عدد أكبر الزلازل التي حدثت في العالم حيث قوتها تخطت ٧ درجات على مقياس ريختر وذلك بين ١٩٨٥ و ١٩٩٤.

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
عدد الزلازل	١٤	٣	١٢	٨	٧	١٣	١٢	٣٣	١٥	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

ترتيب البيانات تصاعدياً: ٦، ٨، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٤، ١٥، ١٦، ٣٣

$$١٢ = \frac{١١ + ١٣}{٢}$$

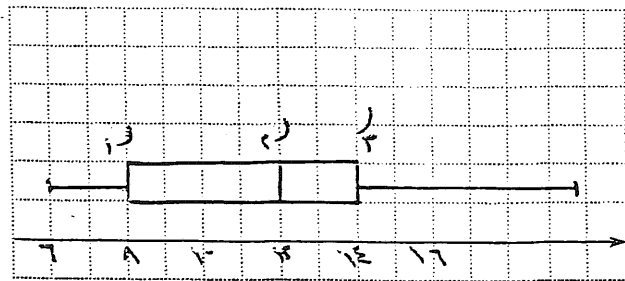
$$٨ = ١$$

$$١٤ = ٣$$

$$\text{المدى الأرباعي} = ١٤ - ٨ = ٦$$

مجمل الأعداد الخمسة (٦ ٨ ١٢ ١٤ ٣٣)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات بدون القيمة المتطرفة.



(٣) يبيّن الجدول التالي معدل دخل الفرد السنوي في بعض الدول العربية بالدولار الأميركي بحسب البنك الدولي (أعداد تقريبية).

الدولة	الإمارات العربية المتحدة	المملكة العربية السعودية	دولة الكويت	سلطنة عمان	دولة قطر	لبنان	الأردن	تونس	سورية	مملكة البحرين
معدل الدخل بآلاف الدولارات	٢٤	١٠	٢٢	٩	٢٩	٦	٢	٣	١	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

الترتيب التصاعدي للبيانات: ١، ٢، ٣، ٦، ٩، ١٠، ١٤، ٢٢، ٢٩، ٢٤

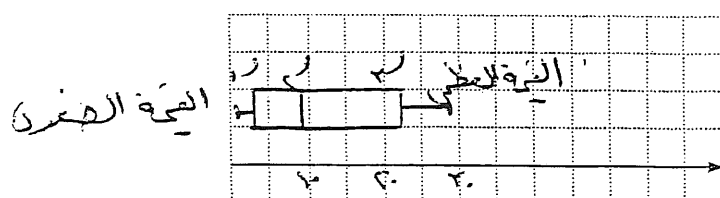
$$٢٢ = ٢$$

$$٣ = ١$$

$$٩,٥ = \frac{١٠ + ٩}{٢}$$

المدى الرباعي = ٢٢ - ٣ = ١٩ مجمل الأعداد الخمسة (١، ٢، ٩,٥، ٢٢، ٢٩)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟ اشرح.



يبين مخطط الصندوق أن المنطقة المحصورة بين الوسيط والأرباعي الأدنى هما الثمن من البيانات والأرباعي الأعلى والأرباعي الأعلى هما الثمن من البيانات. وهذا يعني أن هناك تفاوتاً كبيراً بين دخل الفرد ومخطط الصندوق لا يبين عبور قيمة متطرفة.

الانحراف المعياري Standard Deviation

المجموعة الأولى

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية (يمكن استخدام الآلة الحاسبة):

(أ) ٥٢، ٦٣، ٥٤، ٧٠، ٦٦.

$$\bar{x} = \frac{52 + 63 + 54 + 70 + 66}{5} = \frac{305}{5} = 61$$

تكرار	تكرار - \bar{x}	(تكرار - \bar{x}) ^٢
٥٢	٩ -	٨١
٦٣	٢	٤
٥٤	٧ -	٤٩
٧٠	٩	٨١
٦٦	٥	٢٥
المجموع = ٢٢٠		

$$\text{لتباينه} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{220}{5} = 44$$

$$\text{انحراف المعياري} = \sqrt{44} = 6,6$$

(ب) ١٥، ١٠، ٨، ١٥، ١٢، ١٧، ٢، ١.

$$\bar{x} = \frac{15 + 10 + 8 + 15 + 12 + 17 + 2 + 1}{8} = \frac{70}{8} = 8,75$$

تكرار	تكرار - \bar{x}	(تكرار - \bar{x}) ^٢
١	٩ -	٨١
٢	٨ -	٦٤
١٢	٣	٩
١٥	٦	٣٦
١٥	٦	٣٦
٨	١ -	١
١٠	١ -	١
١٥	٦	٣٦
المجموع = ٢٥٢		

$$\bar{x} = \frac{70}{8} = 8,75$$

$$\text{لتباينه} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{252}{8} = 31,5$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{31,5} = 5,6$$

(ج) ١١، ١٩، ١٢، ١٨، ١٧، ١٥، ١٣

$$\bar{x} = \frac{100}{7} = \frac{11+19+12+18+17+15+13}{7} = 15$$

سار	سار - سار	(سار - سار) ^٢
١٣	٢ -	٤
١٥	٠	٠
١٧	٢	٤
١٨	٣	٩
١٤	٢ -	٩
١٩	٤	١٦
١١	٤ -	١٦
		المجموع = ٥٨

$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{58}{7} = 8,3$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{8,3} = 2,9$$

(د) ٥٨٠، ٧٢٠، ٢٣٠، ٦١٠، ٤٨٠، ٣٥٠

هل تتغير النتيجة إذا قسمت هذه القيم على ١٠؟ اشرح.

$$\bar{x} = \frac{580+720+230+610+480+350}{6} = \frac{2970}{6} = 495$$

$$\bar{x} = 495$$

$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{162500}{6} = 27083,3$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{27083,3} = 164,3$$

سار	سار - سار	(سار - سار) ^٢
٣٥٠	١٤٥ -	٢١٠٢٥
٤٨٠	١٥ -	٢٢٥
٦١٠	١١٥	١٣٢٢٥
٢٣٠	٢٦٥ -	٧٠٢٢٥
٧٢٠	٢٢٥	٥٠٦٢٥
٥٨٠	٨٥	٧٢٢٥
		المجموع = ١٦٢٥٥٠

إذا قسمنا الـ ١٠، لا تتغير القيمة (الانحراف المعياري الناتج يكون هو الآخر مقسوماً على ١٠)

سار	سار - سار	(سار - سار) ^٢
٣٥	١٤,٥ -	٢١٠,٢٥
٤٨	١,٥ -	٢,٢٥
٦١	١١,٥	١٣٢,٢٥
٢٣	٢٦,٥ -	٧٠٢,٢٥

$$\bar{x} = 49,5$$

$$\sigma^2 = \frac{16250}{6} = 2708,3$$

$$\sigma = \sqrt{2708,3} = 52,0$$

سار	ساريس	ساريس (ساريس)
٣٥	١٤,٥ -	٩١,٥٥
٤٨	١٥ -	٩,٥٥
٦١	١١,٥	١٣٤,٥٥
٩٣	١٦,٥ -	٧٠٩,٥٥
٧٢	٢٤,٥	٥٠٦,٥٥
٥٨	٨,٥	٧٤,٥٥
		١٦٢٥,٥

الرجاء
بالخلف

(٢) تبين البيانات التالية درجات ٢٢ طالباً في مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠

(أ) كَوْنِ جدولاً تكرارياً لقيم هذه البيانات. ثم أوجد المتوسط الحسابي.

الدرجة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
التكرار	٣	١	١	٢	١	٢	٢	١	٢	١	١	١	٢	١	١	١

المتوسط الحسابي = $\frac{١٩ + ١٨ + ١٧ + ٢٢ + ١٥ + ١٤ + ١٣ + ٢٤ + ١١ + ٩ + ١٨ + ٨ + ١٤ + ٦ + ٥ + ٨}{٢٢}$

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه الدرجات. ماذا تستنتج؟ $\frac{٢٤٢}{٢٢} = ١١$

لتبسيطه = $\frac{٢(١١-٤) + ١(١١-٥) + ٢(١١-٦) + ٢(١١-٧) + ١(١١-٨) + ٢(١١-٩) + ٢(١١-١٠) + ١(١١-١١) + ٢(١١-١٢) + ١(١١-١٣) + ١(١١-١٤) + ٢(١١-١٥) + ١(١١-١٦) + ١(١١-١٧) + ١(١١-١٨) + ١(١١-١٩)}{٢٢}$

للتبسيط = $\frac{٩٨ + ٣٦ + ٢٥ + ٢٤ + ٩ + ٨ + ٥ + ٢ + ٢ + ١ + ١ + ١ + ١ + ١ + ١ + ١}{٢٢} = \frac{٢٤٢}{٢٢} = ١١$

التباين = $\sqrt{١١} = ٣,٣١$ تقريباً

(٣) يبين الجدول التالي الطاقة الكهربائية المستهلكة بالميجاواط/ ساعة خلال خمسة أيام متتالية في إحدى المدن.

اليوم	١	٢	٣	٤	٥
الطاقة المستهلكة	٤٨,٠	٥٣,٢	٥٢,٣	٤٦,٦	٤٩,٩

أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

$$\bar{x} = \frac{48 + 53.2 + 52.3 + 46.6 + 49.9}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{250}{5} = 50$$

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{31.1}{5} = 6.22$$

$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{6.22} = 2.5$$

عدد	عدد - س	(عدد - س) ^٢
٤٨	٢ -	٤
٥٣,٢	٣,٢	١٠,٢٤
٥٢,٣	٢,٣	٥,٢٩
٤٦,٦	٢,٤ -	١١,٥٦
٤٩,٩	١ -	١
٣١,١		

التمرين الثاني

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية، ماذا تستنتج؟

(أ) ٣,٩,٨,٤,٦,٧,٥

$$\bar{x} = \frac{42}{7} = \frac{3+9+8+4+6+7+5}{7}$$

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{28}{7}$$

$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{4}$$

$$2 = \sqrt{4}$$

عدد	عدد - س	(عدد - س) ^٢
٥	١ -	١
٧	١	١
٦	٠	٠
٤	٢ -	٤
٨	٢	٤
٩	٣	٩
٣	٣ -	٩
٢٨		

۲۹، ۳۳، ۳۴، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱ (ب)

$$\frac{27+22+23+26+29+34+20+32}{\wedge} = \overline{\text{معدل}}$$

ستار	ستار-ستار	ستار-ستار
۳۴	۶-	۳۶
۴۵	۵	۴۵
۳۷	۳-	۹
۴۴	۲	۴
۳۶	۴-	۱۶
۴۳	۳	۹
۴۴	۴	۱۶
۳۹	۱-	۱
		۱۱۶

ع. = ۱۱

$$12,0 = \frac{117}{1} = 117$$

$$\tau_1 \approx \sqrt{12,0} = 3,46$$

(٢) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لاستهلاك الطاقة الكهربائية بالميجاواط/ ساعة طيلة شهر أغسطس في

إحدى المدن:

٥٤	٥٣	٥٢	٥٠	٤٩	٤٧	٤٦	٤٥	٤٤	٤٣	٤٢	٤١	٤٠	٣٩	٣٦	٣٣	الكمية
١	٢	١	١	٢	٣	١	٢	١	٢	٢	٢	٣	٣	١	٤	التكرار

(أ) أوجد المتوسط الحسابي .

$$0 \ 2+1 \cdot 7+0 \ 6+0 \cdot +9 \ 1+1 \ 6 \ 1+2 \ 7+9 \cdot +2 \ 2+0 \ 8 \ 2 \ 5+0 \ 8 \ 2 \ 5+1 \ 8 \ 2 \ 1+2 \ 8 \ 2 \cdot +2 \ 8 \ 2 \ 7+1 \ 8 \ 5 \ 7+2 \ 8 \ 5 \ 7$$

1+5+1+1+9+5+1+9+1+5+5+5+5+5+1+5

$$\therefore 0 = \frac{1002}{31} = \overline{32}$$

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات باستخدام الآلة الحاسبة.

$$9(2,0-2,1) + (2,0-2,1) + (2,0-2,0) + (2,0-2,9) + (2,0-2,7) + (2,0-2,5) = 7$$

[illegible]

*(3) يبين الجدول التالي متوسط استهلاك الفرد خلال سنة للطاقة الكهربائية بالكيلوواط / ساعة وذلك من سنة ٢٠٠٠ إلى سنة ٢٠٠٨. أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
الكمية	١٢٣٠٥	١٢٦٧٧	١٢٨٣٢	١٢٩٩٢	١٢٩٤٠	١٢٦٧٣	١٣٠٦١	١٢٥٢٧	١٣١٤٢

عدد قيم ١٣٩ - الملاحظة

(4) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لكمية المياه بالستيلتر الموجودة في ١٠٠ عبوة. سعة العبوة الواحدة المفترضة ١٠٠ ستيلتر.

الفترة	-٨٦	-٩٠	-٩٤	-٩٨	-١٠٢	-١٠٦
التكرار	٥	١٠	٣٩	٣٢	٩	٥

أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

الفترة	مكرر	تار	ترسار
-٨٦	٨٨	٥	٤٤٠
-٩٠	٩٥	١٠	٩٥٠
-٩٤	٩٦	٣٩	٣٧٤٤
-٩٨	١٠٠	٣٢	٣٢٠٠
-١٠٢	١٠٤	٩	٩٣٦
-١٠٦	١٠٨	٥	٥٤٠
		١٠٠	٩٧٨٠

$$\bar{x} = \frac{9780}{100} = 97,8 \approx 98$$

$$s^2 = \frac{5(98-88)^2 + 10(98-90)^2 + 39(98-94)^2 + 32(98-98)^2 + 9(98-102)^2 + 5(98-106)^2}{100} = \frac{5(100) + 10(64) + 39(16) + 32(0) + 9(16) + 5(144)}{100} = \frac{500 + 640 + 624 + 0 + 144 + 720}{100} = \frac{2584}{100} = 25,84$$

$$s = \sqrt{25,84} = 5,08$$

$$s, s = \sqrt{25,84} = 5,08$$

- ١٣٨ -

رقم ۳ و ۱۵۷

$$\frac{۱۲۱۶۵ + ۱۲۵۵۷ + ۱۳۰۶۱ + ۱۲۶۷۳ + ۱۲۹۴۰ + ۱۲۹۹۲ + ۱۲۸۳۴ + ۱۲۶۷۷ + ۱۲۳۰۰}{۹} = \text{س}$$

۹

$$\text{س} = ۱۲۷۹۴,۲ \approx ۱۲۷۹۴$$

س	س - س	(س - س)
۱۲۳۰۰	- ۴۸۹	۱۲۹۱۲۱
۱۲۶۷۷	- ۱۱۷	۱۲۶۸۹
۱۲۸۳۴	۲۸	۱۳۳۳۱
۱۲۹۹۲	۱۹۸	۳۹۵۰۲
۱۲۹۴۰	۱۴۶	۴۱۳۱۶
۱۲۶۷۳	- ۱۲۱	۱۳۶۴۱
۱۳۰۶۱	۵۶۷	۷۱۲۸۹
۱۲۰۰۰	- ۲۶۷	۷۱۲۸۹
۱۳۱۴۴	۲۴۸	۱۳۱۶۰۲
		۵۹۳۰۹۷

$$۷۵۸۹۹,۷ = \frac{۵۹۳۰۹۷}{۹} = \text{ع}$$

$$\text{ع} = \sqrt{۷۵۸۹۹,۷} = ۲۵۶,۷ \text{ تقریباً}$$

طرق العد

Methods of Counting

المجموعتان الأساسيتان

في التمارين (١ - ٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل،

م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟ $٣ \times ٢ \times ١ = ٦$

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين

القرية ب والقرية ج. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية ج مروراً بالقرية ب؟

$٣ \times ٤ = ١٢$

(٣) الرئيس ونائب الرئيس: يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم

عدد الأزواج التي يمكن أن تكون من رئيس ونائب رئيس؟

$٣ \times ٤ = ١٢$

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) أرقام الهاتف: كم عدد أرقام الهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علماً بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من

اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

$٩ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ٩ \times ١٠^6$

(٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص التي يمكن أن تكونها من رقمين يتبعهما حرفان ثم ثلاثة أرقام بدون أن تتكرر أي حروف أو أرقام؟

$$99 \times 26 \times 26 \times 10 = 676 \times 26 \times 10 = 175760$$

(٦) رمي حجر نرد: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

$$36 = 6 \times 6$$

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كل مما يلي:

$$(٧) \text{ ل } = 8 \times 0 \times 7 \times 6 \times 5 = 0$$

$$(٨) \text{ ل } = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$(٩) \text{ ق } = \frac{10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} = \frac{240240}{15120} = 15.89$$

$$(١٠) \text{ ق } = \frac{10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14}{5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9} = \frac{240240}{15120} = 15.89$$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) تكوين اللجان: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة

$$\text{التي يمكن انتخابها؟} = \frac{25 \times 24 \times 23}{3 \times 2 \times 1} = 2300$$

(١٢) شراء أقراص حاسوب مدججة: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدججة فقط من بين ٤٨ قرصًا. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم

عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟

$$\frac{48 \times 47 \times 46}{3 \times 2 \times 1} = 16008$$

المجموعات التمارين التمهيدية

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) كلمات مكونة من ثلاثة حروف: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من ثلاثة حروف دون

تكرارها من بين ٤ حروف ل، ع، ب، هـ؟ $4 \times 3 \times 2 = 24$

(٢) الطرق الممكنة: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين

القرية ب والقرية ج. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية ج والرجوع إلى القرية أ مرورًا بالقرية

ب في كل اتجاه؟ $4 \times 3 + 3 \times 4 = 24$

(٣) تذاكر الطيران: عندما تطلب تذكرة طيران يمكنك أن تحجز في الدرجة الأولى أو درجة رجال الأعمال أو الدرجة السياحية. يمكنك أيضًا أن تختار مكانك إلى جانب نافذة الطائرة أو في الممر أو في الكرسي الأوسط، إلا في حالة عدم وجود كرسي أوسط كما هو الحال في الدرجة الأولى حيث يوجد كرسيان فقط. كم عدد

الطرق المختلفة التي يمكن أن تحجز بها مكانك على متن الطائرة؟ $2 \times 3 + 3 \times 3 = 7 + 9 = 16$

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

* (٤) رقم التأمين الاجتماعي: كم عدد بطاقات التأمين الاجتماعي التي يمكن تكوينها من تسعة أرقام بدون الصفر؟

$$9 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^8$$

* (٥) لوحات الترخيص: كم عدد لوحات الترخيص المكونة من خمسة رموز مكونة من ثلاثة أرقام مختلفة ليس من

بينها الصفر يتبعها حرفين مختلفين؟ $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$

* (٦) إلقاء العملة: كم عدد النواتج الممكنة عند رمي قطعة نقد متظمة عشر مرات متتالية؟ $2^{10} = 1024$

$$266.90 =$$

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كل مما يلي:

$$(٧) 10^1 + 10^2 = 10 + 100 = 110$$

$$(٨) 10^1 \div 10^2 = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$(٩) 10^1 - 10^2 = 10 - 100 = -90$$

$$(١٠) 10^3 = 1000$$

* (١١) إلقاء العملة: خلال الاقتراع وذلك بإلقاء عملة معدنية ٢٠ مرة، تم تسجيل ظهور الصورة أو الكتابة في

كل مرة. كم عدد المرات (من جميع مرات الإلقاء) التي يتم فيها الحصول على ٧ صور؟

$$20 \times 7 = 140$$

* (١٢) ضع 10^1 على صورة مضروب، وفسر.

$$\frac{1.100}{1.100} = 1$$

تَمَرُّنْ

٥-١٠

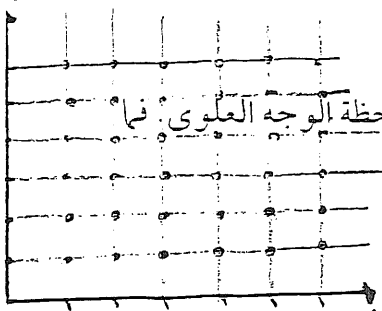
التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:

الاحتمال المشروط

Conditional Probability

المجموع على التمارين السابقة

نواحي



نواحي الحجر الأحمر

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي، فما
النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين ٩.

$$\frac{1}{9} = \frac{4}{36} =$$

(٢) مجموع العددين الظاهرين هو عدد زوجي.

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36} =$$

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36} =$$

في التمارين (٤-٩)، ج تتضمن عينة لألوان الحلوى التقليدية التي ينتجها مصنع للحلوى وهي:

ج = {البنّي، الأخضر، البرتقالي، الأحمر، البرونزي، الأصفر}.

احتمال كل حدث في ج يساوي نسبة إنتاج هذا اللون من الحلوى من إجمالي الألوان. وقد صرح المسؤول في هذا

المصنع ببعض المعلومات عن احتمال الإنتاج في الجدول التالي:

اللون	البنّي	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي	البرونزي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	٠,١	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من علبة مفتوحة حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أن تأخذ حلوى
بالألوان التالية:

(٤) البنّي أو البرونزي؟ $0.3 + 0.1 = 0.4$ (٥) الأحمر أو الأخضر أو البرتقالي؟ $0.2 + 0.1 + 0.1 = 0.4$

(٦) الأحمر؟

(٧) أي لون عدا الأحمر؟ $1 = (٢٩ - ٨)$

(٨) أي لون عدا البرتقالي أو الأصفر؟ $1 = (١٠ + ٢٩) - ٨$

(٩) أي لون عدا البني أو البرونزي؟ $1 = (٣٠ + ١٠) - ٨$

في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكون من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤. $\frac{٢}{٩} = \frac{٤}{٩} + \frac{٥}{٩}$

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي. $1 = \frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩}$

→ (١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧. $\frac{٤٩}{٨١} = \frac{٦}{٩} \times \frac{٨}{٩}$

→ (١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) تأجير السيارات: لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و ٥ سيارات

من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون

السيارتان من الحجم الكبير؟ $P(ف) = \frac{٢٥}{٤٩} = \frac{٥}{٩}$ $P(ك) = \frac{٢٠}{٤٩} = \frac{٤}{٩}$ $١٩٠ = (٤)٥$

(١٥) اكتب لتعلم: علل لماذا العبارة التالية غير صحيحة: احتمال أن يبيع بائع الحواسيب ١، ٠، ٢ أو ٣ أجهزة

حاسوب في أي يوم من الأيام هو: ١٢، ٤٥، ٠٠، ٣٨، ٠٠، ١٥، ٠٠، بحسب الترتيب.

$١٢ + ٤٥ + ٣٨ + ١٥ = ١١٠$ وهذا معروفه لانه مجموع الاحتمالات = ١

(١٦) علبة تحتوي على ٣ كرات حمراء اللون و ٥ كرات بيضاء اللون. سحب سالم كرة، من دون إعادتها إلى العلبة ٣ مرات

ثم سحب كرة ثانية من العلبة. ليكن الحدث أ: «الكرة الأولى حمراء»، الحدث ب: «الكرة الثانية بيضاء».

١. احسب: (أ) ل (ب) $\frac{٣}{٨} =$ $\frac{٨}{٨}$ المجموع

(ب) ل (ب/ب) $\frac{٣}{٨} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٨} = \frac{١٥}{٦٤}$ ل (ب)

(ج) ل (ب) $\frac{٣}{٨} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٨} = \frac{١٥}{٦٤}$ ل (ب) ل (ب) ل (ب)

٢. لنفترض أن السحب الثاني تم بعد إعادة الكرة التي سحبت أولاً.

$$(أ) \text{ احسب: ل(ب)} = \frac{0}{8}$$

$$(ب) \text{ احسب: ل(ب/ب)} = \frac{\frac{0}{8} \times \frac{3}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{\cancel{0} \cancel{3}}{\cancel{8}} = \frac{0}{1} = 0$$

(١٧) ليكن ل(ب) = ٣، ٠، ٧، ٠، ل(ب ∩ ب) = ٠، ٨، ٠، ٠ احسب:

$$(أ) \text{ ل(ب ∩ ب)} = \text{ل(ب)} + \text{ل(ب)} - \text{ل(ب ∪ ب)} = 3 + 3 - 8 = -2$$

$$(ب) \text{ ل(ب/ب)} = \frac{\text{ل(ب ∩ ب)}}{\text{ل(ب)}} = \frac{-2}{3}$$

$$(ج) \text{ ل(ب/ب)} = \frac{\text{ل(ب ∩ ب)}}{\text{ل(ب)}} = \frac{-2}{3}$$

(١٨) ليكن ب حدثان مستقلان في فضاء حتمية ف حيث ل(ب) = ٥، ٠، ل(ب) = ٥، ٠.

احسب: ل(ب/ب) = ٠

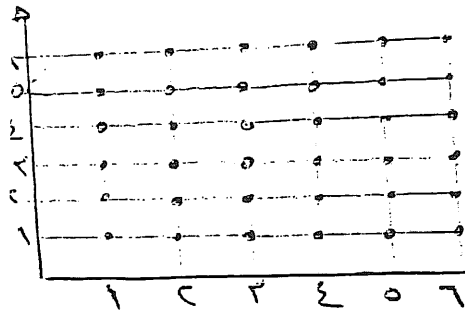
$$\text{ل(ب ∩ ب)} = \text{ل(ب)} \times \text{ل(ب)} = 0 \times 0 = 0$$

$$\text{ل(ب ∩ ب)} = \frac{\text{ل(ب ∩ ب)}}{\text{ل(ب)}} = \frac{0}{5} = 0$$

الحدثان ب و ب متباعدان

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معاً وملاحظة الوجه العلوي لهما. فما
الناتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال ونوع كل حدث في ما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين أصغر من ١٠.



$$= \frac{30}{36} = \frac{5}{6} \text{ حدث مركب}$$

(٢) العددين الظاهرين عددين فرديان. $\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$ حدث مركب

(٣) العددين الظاهرين عددين زوجيان. $\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$ حدث مركب

في التمرين (٤)، حل المسألة التالية:

(٤) رقم التأمين الاجتماعي: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم تأمين اجتماعي مكون من تسعة أرقام مختلفة ليس بينها الصفر؟

(٥) ما احتمال اختيار رقمًا عشوائيًا واحدًا من ١ إلى ٩ يحقق الشرطين التاليين:

$$\text{رقم أولي أو من مضاعفات الرقم ٦} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9}$$

في التمارين (٦-١١)، ينتج المصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان الموضحة بالجدول. يوضح الجدول التالي احتمال إنتاج الحلوى بحسب لونها:

اللون	البنّي	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من كل من علبتين مفتوحتين حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أخذ حلوى بالألوان التالية؟

(٦) كلتاهما بنية اللون. $0.3 \times 0.3 = 0.09$

(٧) كلتاهما برتقالية اللون. $0.1 \times 0.1 = 0.01$

*(٨) واحدة حمراء وواحدة خضراء. $0.2 \times 0.2 = 0.04$

(٩) الأولى بنية اللون والثانية صفراء. $0.3 \times 0.2 = 0.06$

(١٠) ولا واحدة صفراء. 0.8

(١١) الأولى ليست حمراء والثانية ليست برتقالية. $0.8 \times 0.9 = 0.72$

في التمارين (١٢-١٧)، أُلقيت ثلاث عملات معدنية من فئة العشرة فلوس تحمل تواريخ من ١٩٩٤ إلى ١٩٩٦. فما احتمال كل حدث مما يلي؟

(١٢) ظهور الصورة على عملة بتاريخ ١٩٩٤ فقط. $\frac{1}{8}$

(١٣) ظهور الصورة على عملتين بتاريخ ١٩٩٥، ١٩٩٦. $\frac{3}{8}$

(١٤) ظهور الصورة على الثلاث عملات. $\frac{1}{8}$

(١٥) ظهور الصورة على عملتين فقط. $\frac{3}{8}$

(١٦) ظهور الصورة على عملة واحدة على الأقل. $\frac{7}{8}$

(١٧) ظهور الصورة على عملتين على الأقل. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(١٨) أسباب الوفاة: قامت الحكومة بتحديد سبب واحد لكل حالة وفاة، فوجدت أن البيانات الناتجة تشير إلى أن ٤٥٪ من حالات الوفاة تسببها الأزمات القلبية ومرض في الأوعية الدموية وأن ٢٢٪ يسببها مرض السرطان.

(أ) ما احتمال أن يكون موت شخص تم اختياره بشكل عشوائي سببه مرض في الأوعية الدموية أو مرض

السرطان؟ $25\% + 22\% = 47\%$

(ب) ما احتمال أن تكون وفاة هذا الشخص نتيجة لأسباب أخرى؟

33%

(١٩) رمى حمد مرتين متتاليتين هرماً منتظماً مرقماً من ١ إلى ٤ ولاحظ رقم الوجه الذي استقر عليه الهرم وبحسب

ناتج جمع الأرقام التي يلاحظها.

(أ) ممّ يتألف الناتج؟ وما هو عدد النواتج الممكنة؟

فأ = { (١، ١)، (١، ٢)، (١، ٣)، (١، ٤)، (٢، ١)، (٢، ٢)، (٢، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ١)، (٣، ٢)، (٣، ٣)، (٣، ٤)، (٤، ١)، (٤، ٢)، (٤، ٣)، (٤، ٤) }

١٦ = (ف) ن

(ب) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع يساوي ٦ علماً أن نتيجة الرمية الأولى ٣».

$$= \frac{1}{16}$$

(ج) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع هو أكبر من ٧ علماً أن نتيجة الرمية الأولى ٢».

صفر

(٢٠) ليكن A, B حدثان مستقلان في فضاء عينة S حيث $P(A) = 0.2, P(B) = 0.7$.

احسب:

$$(أ) P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.2 \times 0.7 = 0.14$$

$$(ب) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.14}{0.2} = 0.7$$

$$(ج) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.2 + 0.7 - 0.14 = 0.76$$

$$(د) P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.14}{0.7} = 0.2$$

اختبار الوحدة العاشرة

(١) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لعدد الرجال والإناث غير المتزوجين في إحدى الدول.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث
٢٠ -	٤٥٠٠	٣٤٠٠
٣٠ -	٤٨٠	٣٠٠
٤٠ -	٣٧٠	٢٤٠
٥٠ -	٢٩٠	٢٥٠
٦٠ -	١٨٠	٢١٠
٧٠ -	١١٠	٢٢٠
٨٠ -	٣٠	١٤٠

(أ) أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات والتكرار المتجمع الصاعد.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد (رجال)	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع الصاعد (إناث)
٢٠ -	٤٥٠٠	٣٤٠٠	أقل من ٣٠	٤٥٠٠	٣ فأكثر	٤٧٦٠
٣٠ -	٤٨٠	٣٠٠	أقل من ٤٠	٤٩٨٠	٣ فأكثر	١٣٦٠
٤٠ -	٣٧٠	٢٤٠	أقل من ٥٠	٥٣٥٠	٤ فأكثر	١١٢٠
٥٠ -	٢٩٠	٢٥٠	أقل من ٦٠	٥٦٤٠	٥ فأكثر	٨٧٠
٦٠ -	١٨٠	٢١٠	أقل من ٧٠	٥٨٢٠	٦ فأكثر	٦٦٠
٧٠ -	١١٠	٢٢٠	أقل من ٨٠	٥٩٣٠	٧ فأكثر	٤٤٠
٨٠ -	٣٠	١٤٠	أقل من ٩٠	٥٩٦٠	٨ فأكثر	٣٠٠

(ب) أوجد المتوسط الحسابي لأعمار الرجال والإناث. ✓

١٣٧ تاريخ

المتوسط افساي لعدد الرجل رقم ١٣٧

الفئة	نار	نار	نار
١-٢	٥٥	٤٥٠٠	١١٢٥٠٠
٣	٣٥	٤٨٠	١٦٨٠٠
٤	٤٥	٣٧٠	١٦٦٥٠
٥	٥٥	٢٩٠	١٥٩٥٠
٦	٦٥	١٨٠	١١٧٠٠
٧	٧٥	١١٠	٨٢٥٠
٨	٨٥	٤٠	٢٥٥٠
		٥٩٦٠	١٨٤٤٠٠

$$\text{متوسط} = \frac{١٨٤٤٠٠}{٥٩٦٠} \approx ٣٠٩ \text{ سنة}$$

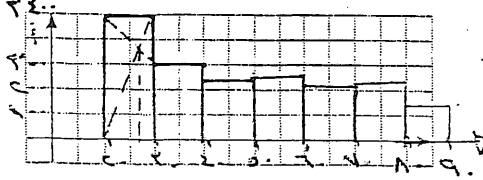
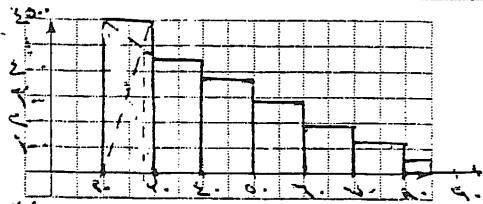
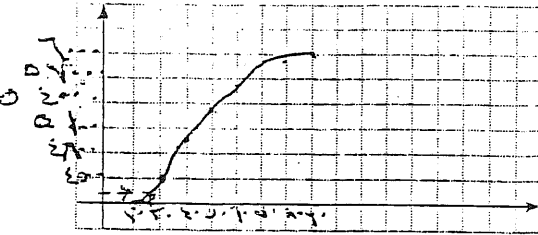
المتوسط افساي لعدد النار

الفئة	نار	نار	نار
١-٢	٢٥	٣٤٠٠	٨٥٠٠٠
٣	٣٥	٣٠٠	١٠٥٠٠
٤	٤٥	٢٤٠	١٠٨٠٠
٥	٥٥	٢٥٠	١٣٧٥٠
٦	٦٥	٢١٠	١٣٦٥٠
٧	٧٥	٢٢٠	١٦٥٠٠
٨	٨٥	١٤٠	١١٩٠٠
		٤٧٦٠	١٦٢١٠٠

$$\text{متوسط} = \frac{١٦٢١٠٠}{٤٧٦٠}$$

$$= ٣٤,١ \text{ سنة}$$

١٣٧



(ج) أوجد الوسيط لأعمار الرجال والوسيط لأعمار الإناث
مستخدماً منحنى التكرار المتجمع الصاعد لكل من
أعمار الرجال والإناث. ثم اشرح ما يمثله كل عدد.

$$\text{الوسيط للرجال} = \frac{5960}{2} = 2980$$

$$\text{ترتيب الوسيط للإناث} = \frac{4760}{2} = 2380$$

(د) أوجد المتوال لأعمار الرجال والمتوال لأعمار الإناث
باستخدام المدرج التكراري. ماذا تلاحظ؟

السؤال = 28 تقريباً رجال

المتوال = 28 (إناث)
تقارب المتوال في النسبة

(2) جاءت درجات أحد السنة الماضية في اختبار مادة العلوم حيث النهاية العظمى 20 درجة كما يلي: 10، 17، 16، 14، 8، 16، 9، 13، 12، 15

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات.

$$13 = \frac{13}{10} = \frac{17 + 16 + 8 + 16 + 9 + 13 + 12 + 10 + 17 + 15}{10}$$

(ب) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لهذه الدرجات.

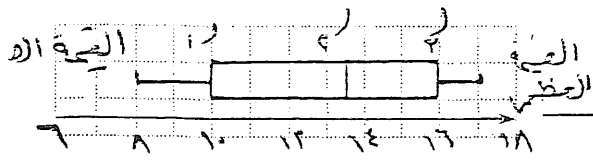
ترتيب التكرار: 17، 16، 16، 15، 14، 13، 12، 10، 9، 8

$$17 = \text{الحد الأعلى} \quad 10 = \text{الحد الأدنى} \quad 13.5 = \frac{12 + 13}{2}$$

$$7 = \text{المدى} = 17 - 10 \quad 9 = \text{المدى الأرباعي} = 16 - 8$$

مجمل الأعداد الخمسة (17، 16، 13.5، 10، 8)

(ج) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين. ماذا تلاحظ؟



المخطط فوقه الدرباني الاعلى

(د) أوجد الانحراف المعياري لهذه الدرجات مع.

(٣) بيّنت دراسة إحصائية على ١٠٠ طالب النتيجة التالية حول جنس الطالب ولون عينيه.

	أسود	عسلي	المجموع
ولد	٣٠	٢٥	٥٥
بنت	٢٧	١٨	٤٥
المجموع	٥٧	٤٣	١٠٠

لدى اختيار طالب عشوائياً (كل الخيارات متساوية الفرص).

نسمي: الحدث و: «الطالب هو ولد»

الحدث ١: «لون عيني الطالب أسود»

الحدث ع: «لون عيني الطالب عسلي»

الحدث ب: «الطالب هو بنت»

(أ) احسب (١).

$$P(A) = \frac{57}{100} = 0.57$$

(ب) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولداً ولون عينيه أسود (ل و ١)؟

$$P(A \cap L) = \frac{30}{100} = 0.3$$

(ج) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولداً ولون عينيه عسلي (ل و ع)؟

$$P(A \cap E) = \frac{25}{100} = 0.25$$

رقم [۱۵] [۱۶] ۱۳۹۰

شمار	سار-سار	(سار-سار) ۲
۱۷	۴	۱۶
۱۰	۳	۹
۱۵	۴	۴
۱۴	۱	۱
۱۳	.	.
۹	۴	۱۶
۱۶	۳	۹
۸	۵	۲۵
۱۴	۱	۱
۱۶	۳	۹
۹.		

سار = ۱۳

$$۹ = \frac{۹.}{۱.} = ۹$$

$$۳ = \sqrt{۹} = ۳$$

(د) تحقق من أن: $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$ ، ما احتمال L (و)؟

$$00 = 9 \quad 00 = 50 + 3.$$

$$00 = \frac{00}{\dots} = (9) \downarrow$$

(هـ) في هذا السؤال، نفترض أن الطالب المختار هو ولد. فما احتمال أن يكون لون عينيه أسود. نسمي هذا الاحتمال $L(1/2)$.

~~$$\frac{30}{00} = \frac{30}{00} = \frac{\frac{30}{100}}{\frac{100}{100}} = \frac{(9/10)}{(1)} = (9/10)$$~~

(و) أوجد علاقة بين $L(P/W)$ ، $L(W)$ ، $L(W \cap P)$.

$$\frac{(f \cap g) \downarrow}{(f) \downarrow} = (f \mid g) \downarrow$$

(٤) إذا كانت درجات أحد الطلاب في اختبارات مادة الرياضيات على مدار السنة حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ٧، ١٠، ١٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٥، ٨، ١٧.

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه الدرجات.

الترتيب التام: ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢١ ٢٢ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٢٦ ٢٧

~~$10,0 = 1 \quad A,0 = 1 \quad 15 = 1 \quad 10 = 10 - 15 = 15 \text{ (المطلوب)}$~~

الزمن الذي يركب $\Delta t = 10,0 - 1,0 = 9,0$

مسجل القواعد الخمسة (٧ (٨, ٥ (١٢ (١٥, ٥ (١٤)

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل قيم هذه الدرجات. ماذا تلاحظ؟

الفصل الثاني

الموسم اقرب الى الربيع
الزمن

تمارين إثرائية

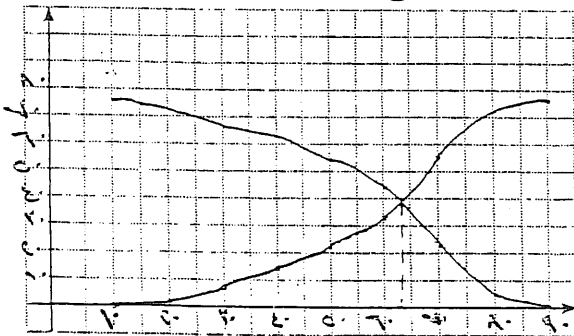
(١) يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٧٥ رأساً من قطع المهاد العربية بالكيلوجرام.

الفئة	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠
التكرار	١	٧	٥	٨	١١	٢٢	١٧	٤

(أ) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

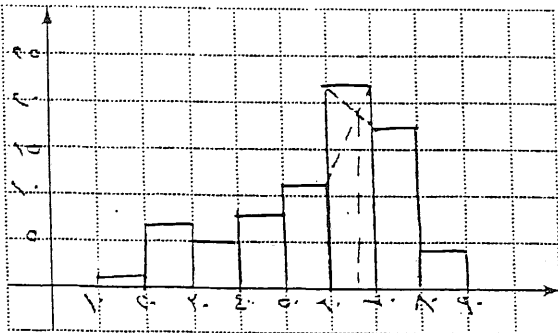
الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
-١٠	١	أقل من ٢٠	١	١٠ فأكثر	١٥
-٢٠	٧	أقل من ٣٠	٨	٥ فأكثر	١٤
-٣٠	٥	أقل من ٤٠	١٣	٣٠ فأكثر	٦٧
-٤٠	٨	أقل من ٥٠	٢١	٤٠ فأكثر	٦٢
-٥٠	١١	أقل من ٦٠	٣٢	٥٠ فأكثر	٥٤
-٦٠	٢٢	أقل من ٧٠	٥٤	٦٠ فأكثر	٤٣
-٧٠	١٧	أقل من ٨٠	٧١	٧٠ فأكثر	٢١
-٨٠	٤	أقل من ٩٠	٧٥	٨٠ فأكثر	٤

(ب) أوجد الوسيط لقيم هذه الأوزان باستخدام منحني التكرار المتجمع الصاعد و منحني التكرار المتجمع النازل معاً.



الوسيط = ٦٣.٥ تقريباً

(ج) أوجد المتوسط لقيم هذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة وباستخدام المدرج التكراري.



المتوسط = ٦٦

(د) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأوزان.

الحسابات للمنفقة المتوالية = ٦٠

١٧ = ١٧

١١ = ١١

١٠ = ١٠

١١ - ١٠ = ١ (فأ - س)

١١ - ١٠ = ١ (س - ١٠)

١١ - ١٠ = ١ (س - ١٠)

١١ - ١٠ = ١ (س - ١٠)

١٧ = ١٧

١٧ = ١٧

المنفقة	سار	تار	تار سار
١٠ -	١٥	١	١٥
٢٠ -	٢٥	٢	١٧٥
٣٠ -	٣٥	٣	١٧٥
٤٠ -	٤٥	٤	٢٦٠
٥٠ -	٥٥	٥	٦٠٥
٦٠ -	٦٥	٦	١٤٣
٧٠ -	٧٥	٧	١٢٧٥
٨٠ -	٨٥	٨	٢٤٠
المجموع		٧٥	٤٣٧٥

٤٣٧٥ = ٧٥

٣ = ٥٨ تقريباً

(٢) سجل أحد الأشخاص أسعار الحاسوب بالدينار الكويتي من عدة محلات لبيع هذه الأجهزة كما يلي: ٢٥٠، ٢٤٥، ٢٦٠، ٢٥٥، ٢٤٠، ٢٦٥، ٢٣٥، ٢٧٠، ٢٦٥.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأسعار.

$$\bar{x} = \frac{250 + 245 + 260 + 255 + 240 + 265 + 235 + 270 + 265}{9} = 250$$

(ب) أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه الأسعار.

سار	سار - سار	(سار - سار) ^٢
٢٥٠	٥ -	٢٥
٢٤٥	١٠ -	١٠٠
٢٦٠	٥	٢٥
٢٥٥	٠	-
٢٤٥	١٥ -	٢٢٥
٢٦٥	١٠	١٠٠
٢٦٥	١٠	١٠٠
٢٣٥	٢٠ -	٤٠٠
٢٧٠	١٥	٢٢٥
٢٦٥	١٠	١٠٠
١٣٠٠		

$$\bar{x} = \frac{1300}{10} = 130$$

$$\bar{x} = \sqrt{1300} = 11,4$$

(٣) حلوى محشوة بالفول السوداني: يتج مصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان،

كما يوضح الجدول التالي:

اللون	البنّي	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا أخذت ثلاث قطع من علبة واحدة، فكم عدد الألوان التي يحتمل الحصول عليها؟

(٤) تسلية: في إحدى الألعاب يتم رمي خمسة أحجار نرد متمايزة في وقت واحد وملاحظة الوجه العلوي لها. كم

عدد النواتج التي يمكن تمييزها إذا كان لكل حجر لون مختلف؟

٥

$$6 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

(٥) المعلم والامتحان النهائي: أعطى معلم طلابه ٢٠ سؤالاً للاستذكار على أن يحتوي الامتحان النهائي على

ثمانية أسئلة منها. كم عدد الامتحانات النهائية المختلفة التي يمكن وضعها؟

$$= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} = \frac{1}{1} = 1$$

(٦) مسح للخريجين: اختارت إحدى الكليات عددًا من دفعة عام ١٩٩٦ المكونة من ٢٥٤ خريجًا من بينهم

١٧٢ سيدة، حيث التحق ١٢٤ سيدة بالدراسات الجامعية و٥٨ رجلًا. فما احتمال كل من الأحداث التالية؟

$$(أ) \text{ أن يكون الخريج سيدة. } = \frac{172}{254} = \frac{86}{127}$$

$$(ب) \text{ أن يلتحق الخريج بالدراسات الجامعية. } = \frac{124}{254} = \frac{62}{127}$$

$$(ج) \text{ أن يكون الخريج سيدة وقد التحقت بالدراسات الجامعية. } = \frac{124}{254} = \frac{62}{127}$$

(٧) تحديد نوع الطفل: افترض أن احتمال أن يكون الطفل المولود حديثًا من نوع معين هو ٥٠٪، في عائلة مكونة

من أربعة أطفال. فما احتمال كل حدث معطى؟

$$(أ) \text{ كل الأطفال إناث. } = \frac{1}{16}$$

٨ (ب) كل الأطفال من نوع مختلف.

$$(ج) \text{ كل الأطفال إما ذكور أو إناث. } = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

(٨) عند إشارة المرور التي تتألف من ثلاثة ألوان لاحظنا أن:

٢٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الخضراء.

٦٥٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الصفراء (كما يطلب قانون المرور).

٩٧٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الحمراء.

قررنا مراقبة سلوك سيارة عند إشارة المرور. لنفترض أنه عند وصول السيارة إلى الإشارة، لون الإشارة

عشوائي وأن احتمال أن يكون اللون هو الأخضر ٦، ٠، احتمال أن يكون اللون هو الأصفر ١، ٠، احتمال

أن يكون اللون هو الأحمر ٣، ٠.

(أ) ما احتمال أن تكون السيارة المراقبة قد توقفت؟

٤

(ب) تجاوزت السيارة الإشارة. فما احتمال أن تكون قد تجاوزت الإشارة عندما كان لونها أحمرًا.

$$= 1 - 3 = 7$$

(٩) نشاط تدريبي صيفي يعرض نشاطًا لغويًا ورياضيًا. الجدول يعطي توزيعًا لـ ١٥٠ متدربًا بحسب اللغة والرياضة التي تم اختيارها:

	كرة سلة	كرة قدم	ركوب الخيل	المجموع
إنكليزي	٤٥	١٨	٢٧	٩٠
فرنسي	٣٣	٩	١٨	٦٠
المجموع	٧٨	٢٧	٤٥	١٥٠

تم اختيار متدرب عشوائيًا.

(أ) ما احتمال الحدث أ: «المتدرب يمارس كرة السلة أو يدرس الفرنسية»

$$P(A) = \frac{78}{150} + \frac{45}{150} - \frac{33}{150} = \frac{90}{150}$$

(ب) ما احتمال الحدث ب: «المتدرب يمارس ركوب الخيل ويدرس اللغة الفرنسية»؟

$$P(B) = \frac{18}{150}$$

(ج) ما احتمال الحدث ج: «يدرس اللغة الإنكليزية علمًا أنه يمارس كرة السلة»؟

$$P(C) = \frac{45}{150}$$

(د) ما احتمال الحدث د: «يبارس كرة القدم علمًا أنه يدرس اللغة الفرنسية»؟

$$P(D) = \frac{9}{10} = 0.9$$

(هـ) هل الحدثان ر: «يبارس ركوب الخيل»، ن: «يدرس اللغة الإنكليزية» هما حدثان مستقلان؟

$$P(R) = \frac{45}{100} = 0.45 \quad P(N) = \frac{90}{100} = 0.9$$

$$P(R \cap N) = \frac{45}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{4050}{10000} = 0.405$$

(١٠) أرقام الهاتف: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم هاتف مكون من سبعة أرقام دون تكرار أي

$$\text{منها؟} \quad \frac{10!}{10^7}$$

(١١) ما احتمال اختيار رقم واحد عشوائي من ١ إلى ٩ يحقق الشروط التالية: عدد فردي أو من مضاعفات

$$\text{العدد ٤؟} \quad \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

(١٢) في فصل الشتاء، أصابت موجة زكام ربع المواطنين. ثلث المواطنين تلقوا اللقاحًا ضد الزكام، ولسبب عدم فاعلية اللقاح ١٠٪ نفترض أن مريضًا مصابًا بالزكام من ١٠ قد تلقى لقاحًا.

ما احتمال أن يكون مواطنًا من بين الذين تلقوا اللقاح ما زال مصابًا بالزكام؟

$$P(R) = \frac{1}{4}$$

$$P(N) = \frac{1}{2}$$

$$P(R \cap N) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$P(R \cap N) = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1/8}{1/2} = \frac{1}{4} = P(R|N)$$