

المستوى الإحداثي Coordinate Plane

التمارين

في التمارين (١ - ٤)، أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط التالية. قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$(١) (٣، ٧) (٩، ٢) \quad \text{المسافة} = \sqrt{(٩-٣)^2 + (٢-٧)^2} = \sqrt{٣٦ + ٢٥} = \sqrt{٦١} \approx ٧.٨١$$

$$(٣) (٠، ٠) (٨، ٦) \quad \text{المسافة} = \sqrt{(٨-٠)^2 + (٦-٠)^2} = \sqrt{٦٤ + ٣٦} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$$

$$(٤) (٤، ٤) (٤، -٤) \quad \text{المسافة} = \sqrt{(٤-٤)^2 + (٤-(-٤))^2} = \sqrt{٠ + ٦٤} = \sqrt{٦٤} \approx ٨.٠٠$$

في التمارين (٥ - ٦)، أوجد محيط كل شكل من الأشكال التالية. قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$(٥) \text{ مثلث } \triangle ABC \quad A(٠، ٠) \quad B(٤، ٠) \quad C(٢، ٤) \quad \text{المسافة } AB = ٤ \quad AC = \sqrt{(٢-٠)^2 + (٤-٠)^2} = \sqrt{٢٠} \approx ٤.٤٧ \quad BC = \sqrt{(٢-٤)^2 + (٤-٠)^2} = \sqrt{٢٠} \approx ٤.٤٧$$

$$(٦) \text{ مثلث } \triangle DEF \quad D(٠، ٠) \quad E(٤، ٠) \quad F(٢، ٤) \quad \text{المسافة } DE = ٤ \quad DF = \sqrt{(٢-٠)^2 + (٤-٠)^2} = \sqrt{٢٠} \approx ٤.٤٧ \quad EF = \sqrt{(٢-٤)^2 + (٤-٠)^2} = \sqrt{٢٠} \approx ٤.٤٧$$

$$\text{محيط } \triangle ABC = ٤ + ٤.٤٧ + ٤.٤٧ = ١٢.٩٤$$

$$\text{محيط } \triangle DEF = ٤ + ٤.٤٧ + ٤.٤٧ = ١٢.٩٤$$

$$\text{إجمالي المحيط} = ١٢.٩٤ + ١٢.٩٤ = ٢٥.٨٨$$

$$\text{إجمالي المحيط} = ٢٥.٨٨$$

في التمارين (٧ - ١٠)، أوجد إحداثي نقطة المنتصف لكل من القطع المستقيمة التالية، بمعلومية إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة.

$$(٧) \text{ أ } (٥، ٢) \quad \text{ب } (٧، ٠) \quad \text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{٥+٧}{٢}، \frac{٢+٠}{٢} \right) = (٦، ١)$$

$$(٨) \text{ أ } (١٤، ٣) \quad \text{ب } (١٠، ١) \quad \text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{١٤+١٠}{٢}، \frac{٣+١}{٢} \right) = (١٢، ٢)$$

$$(٩) \text{ أ } (١، ٤) \quad \text{ب } (١٠، ٤) \quad \text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{١+١٠}{٢}، \frac{٤+٤}{٢} \right) = (٥.٥، ٤)$$

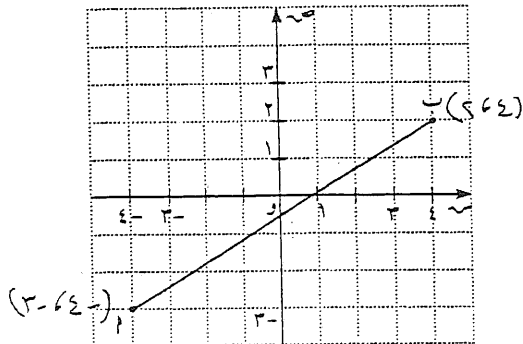
$$(١٠) \text{ أ } (٣، ٥) \quad \text{ب } (٣، ٩) \quad \text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{٣+٣}{٢}، \frac{٥+٩}{٢} \right) = (٣، ٧)$$

(١١) أ ب يمثل قطر دائرة، إحداثيا أ (٨، ١) وإحداثيا ب (٠، ٧)، أوجد إحداثي مركز الدائرة.

$$\text{مركز الدائرة} = \left(\frac{٨+٠}{٢}، \frac{١+٧}{٢} \right) = (٤، ٤)$$

(١٢) أوجد طول أ ب مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\text{طول أ ب} = \sqrt{(٤-٠)^2 + (٤-٧)^2} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} \approx ٥.٠٠$$



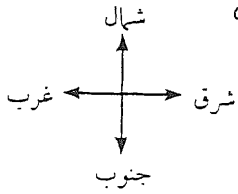
في التمرينين (١٣ - ١٤)، أوجد أطوال أضلاع كل من المثلثات التالية بمعلومية إحداثيات رؤوسها. قرب الإجابة

إلى أقرب جزء من عشرة. $٢٠ = \sqrt{(٢-٣)^2 + (٤-٥)^2}$ $١٠ = \sqrt{(٣-٤)^2 + (٥-٦)^2}$ $٥ = \sqrt{(٤-٥)^2 + (٦-٧)^2}$

(١٣) أ (٢، ٢)، ب (٣، ٦)، ج (٦، ٥) $٥ = \sqrt{(٤-٥)^2 + (٦-٧)^2}$

(١٤) م (٥، -١)، ن (٤، -٤)، ك (١، -٢) $١٠ = \sqrt{(٥+١)^2 + (٤+٢)^2}$

١٥) يقع منزل فيصل ٤ شرق ٢ شمال، ويقع نادي الرماية الذي يتسب إليه فيصل ٢ غرب ٣ جنوب.



(أ) عتّن على المستوى الإحداثي موقع منزل فيصل وموقع نادي الرماية.

(ب) أوجد إحداثيي نقطة المنتصف بين النادي ومنزل فيصل.

$$\text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{٣-٤}{٢}, \frac{٥-٢}{٢} \right) = \left(-\frac{١}{٢}, \frac{٣}{٢} \right)$$

(ج) أوجد المسافة بين منزل فيصل والنادي.

$$\text{المسافة} = \sqrt{(٣+٤)^2 + (٥+٢)^2} = \sqrt{٧^2 + ٨^2} = \sqrt{١١٣} \approx ١٠.٦٣ \text{ كيلومتر}$$

(١٦) تفكير ناقد. إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف قطعة مستقيمة، فما

هي الصفة التي سوف تتمتع بها إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة؟

إحداثيات إشارات كل منها معكوس للآخر

إحداثيات إشارات كل منها معكوس للآخر

$$\text{نقطة المنتصف} = \left(\frac{٥-٥}{٢}, \frac{٣+٣}{٢} \right) = (٠, ٣)$$

(١٧) (أ) ما المسافة بين نقطة الأصل والنقطة (٤، ٣)؟ $٥ = \sqrt{(٤-٥)^2 + (٣-٣)^2}$

(ب) أوجد ثلاث نقاط أخرى تكون على المسافة نفسها من نقطة الأصل.

$$(٤, ٣), (٢, ٥), (٦, ٣)$$

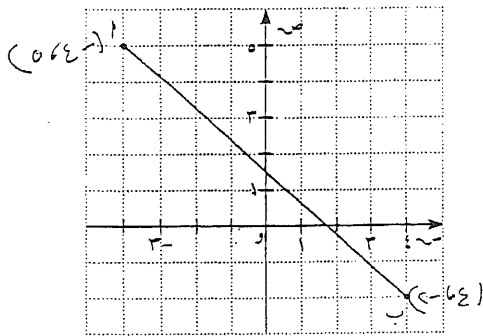
التمارين التكميلية

في التمارين (١ - ٥)، اختر من القائمة الأولى ما يناسب في القائمة الثانية لتحصل على عبارة صحيحة.

القائمة الأولى	القائمة الثانية
المسافة بين النقطتين بالوحدات الطولية	(أ) ٢
(١) (٤، ٠)، (٠، ٣) هي: (٥)	(ب) ٣
(٢) (٤، ٢)، (٠، ٢) هي: (٤)	(ج) ٤
(٣) (٦، ٥)، (٦، ٣) هي: (٥)	(د) ٥

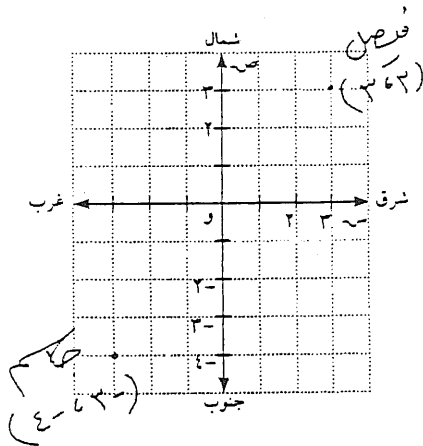
القائمة الأولى	القائمة الثانية
في نقطة المنتصف لـ \overline{AB} حيث	(أ) $(5, \frac{1}{2})$
(٤) $(2, -12)$ ، ب $(-2, -9)$ هي: (ج)	(ب) $(5, -\frac{1}{2})$
(٥) $(12, 0)$ ، ب $(2, 11)$ هي: (د)	(ج) $(7, \frac{1}{2})$
	(د) $(7, -\frac{1}{2})$

(٦) في الشكل المقابل أوجد طول \overline{AB} مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة.



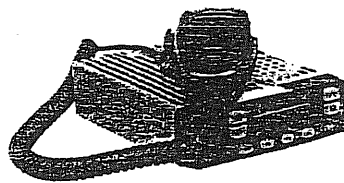
$$P = \sqrt{(4+6)^2 + (-6-4)^2} = \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

(٧) (أ) حدد بيانياً مواقع كل من فيصل وجاسم على شبكة إحداثيات باعتبار أن المحطة الفرعية هي نقطة الأصل و.

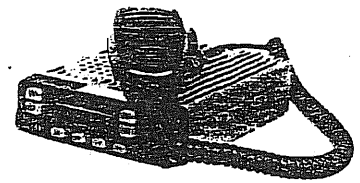


أنا على بعد ٣ كم شمالاً و ٢ كم شرقاً من المحطة الفرعية وسوف نلتقي في منتصف الطريق بين موقعتنا.

أنا على بعد ٤ كم جنوباً و ٣ كم غرباً من المحطة الفرعية.



فيصل



جاسم

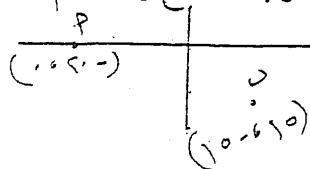
(ب) أوجد إحداثيي النقطة حيث سيلتقيان. $\left(\frac{3-2}{2}, \frac{2-3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

* (ج) حدد مكان الالتقاء بالكيلومترات شمالاً أو جنوباً، شرقاً أو غرباً بالنسبة إلى المحطة الفرعية.

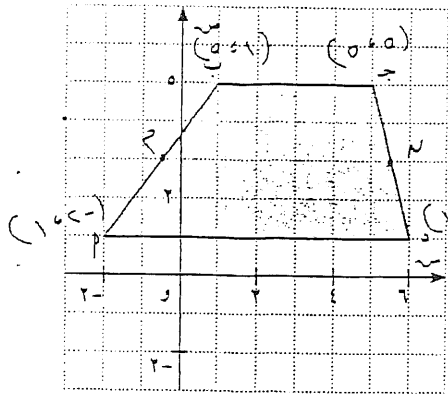
نكاسم لا يلتقاء على بعد $\frac{1}{2}$ كيلومتر جنوب المحطة الفرعية

* (٨) لتغطية أحد التجمعات الرياضية من الجو، حلفت طوافتان تابعتان لمحطتي تلفزة على الارتفاع نفسه. بحيث

موقع الطوافة أ على بعد ٢٠ كم غرب التجمع وموقع الطوافة ب على بعد ١٥ كم جنوب التجمع و ١٥ كم شرق التجمع. أوجد المسافة بين الطوافتين حيث نقطة التجمع تمثل نقطة الأصل.



$$P = \sqrt{(20+15)^2 + (-15-0)^2} = \sqrt{1225 + 225} = \sqrt{1450} = 38.1$$



(٩) هندسة: في الشكل المقابل، أ ب ج د شبه منحرف.

(أ) أوجد إحداثيات نقاط المنتصف لكل من \overline{AB} ، \overline{CD} بحيث تكون

$$\text{على الترتيب م، ن. } 3 = \left(\frac{1+5}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = \left(3, \frac{0}{2} \right)$$

$$7 = \left(\frac{5+(-1)}{2}, \frac{5+5}{2} \right) = \left(2, 5 \right)$$

(ب) أوجد طول م ن وطول ب ج وطول أ د. ثم قارن بين طول م ن

$$7 = |5.0 + 0.0| = 7 \text{ م}$$

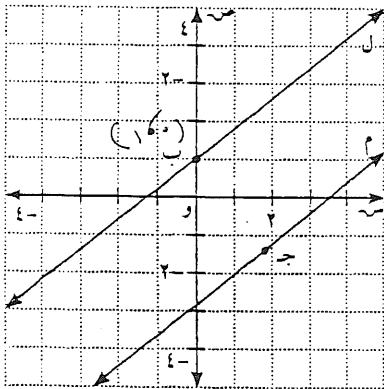
$$\text{و المتوسط الحسابي لطولي ب ج، أ د. } 5 = |1.0 + 0.0| = 5 \text{ م}$$

$$\text{المتوسط الحسابي لطولي م ن، ب ج} = \frac{7+5}{2} = 6 \text{ م}$$

(١٠) هـ د قطر لدائرة بحيث إحداثي هـ (س - ٣، ص + ٢) وإحداثي د (س + ٣، ص - ٢). أوجد إحداثي

$$\text{مركز الدائرة. مركز الدائرة = } \left(\frac{(-3+3)}{2}, \frac{(2-2)}{2} \right) = (0, 0)$$

$$= \left(\frac{3+(-3)}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = (0, 2)$$



*(١١) استخدم الخطوات التالية لإيجاد المسافة بين الخطين المتوازيين ل، م كما

هو مبين في الرسم البياني المقابل.

$$(أ) \text{ معادلة الخط المستقيم ل هي: } ص = \frac{3}{4}س + 1$$

$$\text{معادلة الخط المستقيم م هي: } ص = \frac{3}{4}س - \frac{11}{4}$$

أوجد معادلة الخط المستقيم ن المتعامد مع الخط المستقيم ل في النقطة ب.

$$ص = \frac{3}{4}س + 1 \quad \text{نقطة ب} \quad \frac{3}{4}س + 1 = \frac{3}{4}س - \frac{11}{4} \quad \therefore \frac{3}{4}س = -\frac{15}{4} \quad \therefore س = -5$$

$$ص = \frac{3}{4}(-5) + 1 = -\frac{15}{4} + 1 = -\frac{11}{4} \quad \therefore ب = (-5, -\frac{11}{4})$$

(ب) استخدم معادلتَي الخطين المستقيمين م، ن لإيجاد إحداثي نقطة التقاطع ج.

$$ص = \frac{3}{4}س - \frac{11}{4} \quad \text{و} \quad ص = \frac{3}{4}س + 1 \quad \therefore \frac{3}{4}س - \frac{11}{4} = \frac{3}{4}س + 1 \quad \therefore -\frac{11}{4} = 1 + \frac{1}{4} \quad \therefore -\frac{11}{4} - \frac{1}{4} = 1 \quad \therefore -\frac{12}{4} = 1 \quad \therefore -3 = 1 \quad \therefore س = 4$$

$$\therefore ج = (4, 4)$$

(ج) أوجد المسافة بين ب، ج.

$$3 = \sqrt{(4 - (-5))^2 + (4 - (-\frac{11}{4}))^2} = 3$$

تقسيم قطعة مستقيمة Dividing line Segment

التمرين الأول

✓ (١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم \overline{AB} من الداخل من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ $(5, -7)$ ، ب $(8, -5)$ ونسبة التقسيم ١ : ٢.

(ب) أ $(6, 9)$ ، ب $(-2, 1)$ ونسبة التقسيم ١ : ٣.

✓ (٢) أوجد إحداثيي النقطة م التي تقسم \overline{AB} من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ $(-2, 5)$ ، ب $(4, 2)$ ونسبة التقسيم ٢ : ٥.

(ب) أ $(1, 8)$ ، ب $(-5, 3)$ ونسبة التقسيم ١ : ٣.

(٣) أ ب ج مثلث فيه: أ $(-3, 3)$ ، ب $(3, 5)$ ، ج $(1, 7)$ أوجد:

(أ) إحداثيات منتصفات أضلاع المثلث. نصف $\overline{AB} = \left(\frac{3+(-3)}{2}, \frac{5+3}{2} \right) = (0, 4)$

$(0, 4) =$

✓ (ب) إحداثيا نقطة تقاطع متوسطاته. نصف $\overline{BC} = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{7+5}{2} \right) = (2, 6)$

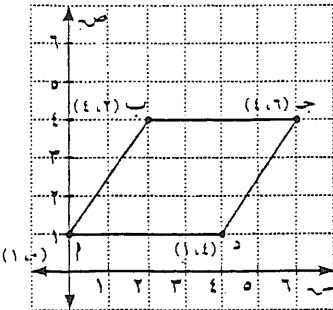
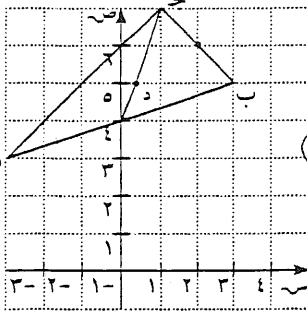
نصف $\overline{AC} = \left(\frac{-3+1}{2}, \frac{3+7}{2} \right) = (-1, 5)$

$(-1, 5) =$

(٤) أ، ب، ج، د أربع نقاط على الشكل التالي: أ $(1, 0)$ ، ب $(2, 4)$ ،

ج $(6, 4)$ ، د $(4, 1)$.

✓ (أ) أثبت أن أ ب ج د متوازي الأضلاع.



(ب) أوجد إحداثيي النقطة ن، حيث ن نقطة تقاطع القطرين في متوازي

الأضلاع أ ب ج د.

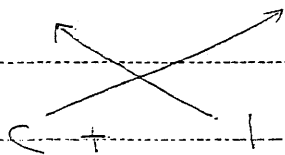
ن = نصف $\overline{AC} = \left(\frac{1+6}{2}, \frac{0+4}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, 2 \right) = (3.5, 2)$

* (ج) أوجد إحداثيات النقاط س، ص، ع، ل. حيث س، ص، ع، ل متوازي أضلاع له المركز نفسه «ن» وأطوال

أضلاعه تساوي $\frac{1}{4}$ أطوال أضلاع متوازي الأضلاع أ ب ج د، حيث س، ص، ع، ل تنتمي لقطري

متوازي الأضلاع أ ب ج د.

$$(0.61)C \quad (0.61-)P$$



$$\text{تم } 9. \text{ (P)}$$

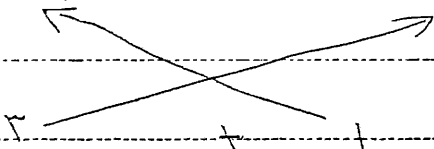
$$- = \frac{-x^5 + 1x^1}{x+1} = 0$$

$$\frac{0}{x} = \frac{0x^5 + 0 - x^1}{x+1} = 0$$

نقطة التقاطع $\left(\frac{0}{x}, -\right) = 0$

$$(16.5-)C$$

$$(9.67)P$$



$$\text{تم } 9. \text{ (P)}$$

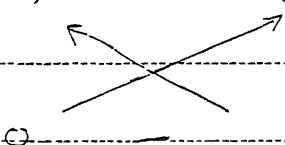
$$- = \frac{-x^5 + x - x^1}{x+1} = 0$$

$$(16.5-)C \quad (9.67)P \quad \text{نقطة التقاطع } y = \frac{-x^5 + 1x^1}{x+1} = 0$$

تم 9. (P)

$$(5.63)C$$

$$(0.65-)P$$

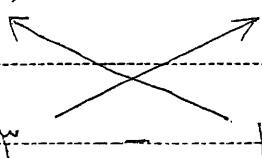


$$\text{تم } 9. \text{ (P)}$$

$$- = \frac{-x^5 - 2x^5}{0-5} = 0$$

$$(5.63-)C \quad (0.65-)P \quad \text{نقطة التقاطع } y = \frac{0x^5 - 2x^5}{0-5} = 0$$

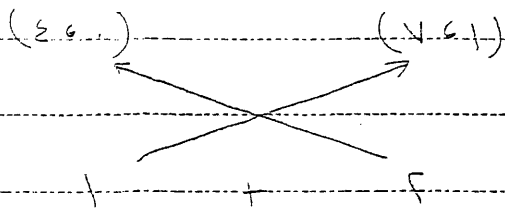
$$(3.60-)C \quad (1.61)P$$



$$\text{تم } 9. \text{ (P)}$$

$$- = \frac{1x^5 - 0 - x^1}{x-1} = 0$$

$$\left(\frac{31}{5}, 63\right) \text{ تم } 9. \text{ (P)} \quad \frac{31}{5} = \frac{1x^5 - 5x^1}{x-1} = 0$$



رسم ۳ (ب) ص ۹۰

اجزائی نقطہ تقاطع خطوط AB و CD

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 1 + x \times 2}{1 + 2} = 0$$

نقطہ تقاطع $(0.5, \frac{1}{3})$

$$0 = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2}{1 + 2} = 5$$

رسم ۴ (پ) ص ۹۰

$$\overline{PS} = \overline{CP} \text{ میں}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1-2}{-2} = \overline{CP}$$

$$\overline{PS} \parallel \overline{CP} :$$

$$1 = \frac{1-1}{-2} = \overline{SP}$$

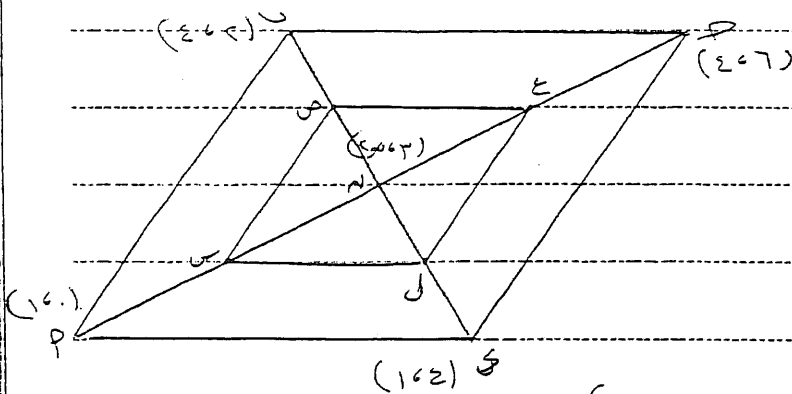
$$\overline{PS} = \overline{SP} \text{ میں}$$

$$= \frac{2-2}{2-7} = \overline{PS}$$

$$\overline{PS} \parallel \overline{SP} :$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1-2}{2-7} = \overline{SP}$$

۱۰۰۰ کی بجائے ۱۰۰۰۰



رسم ۵ (د) ص ۹۰

$$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = 0$$

$$(1.5, 3) =$$

$$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = 0$$

$$(1.5, 3) =$$

$$(1.5, 3) = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = 0$$

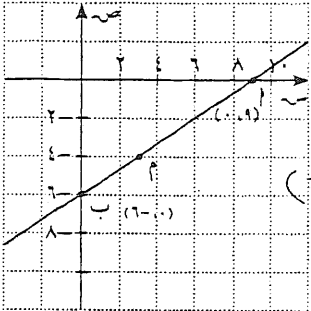
$$(1.5, 3) = \left(\frac{2+0}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = 0$$

المحوريات ثمانية تمرين

✓ (١) أوجد إحداثي النقطة ن التي تقسم \overline{AB} من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

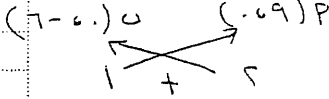
(أ) $P(4, -6)$ ، $B(2, 3)$ ونسبة التقسيم ١ : ٢

(ب) $P(10, 10)$ ، $B(10, 6)$ ونسبة التقسيم ١ : ٥



(٢) المستقيم الموضح بالشكل يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين م، ب على

الترتيب. أوجد إحداثي م التي تقسم \overline{AB} من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٢.



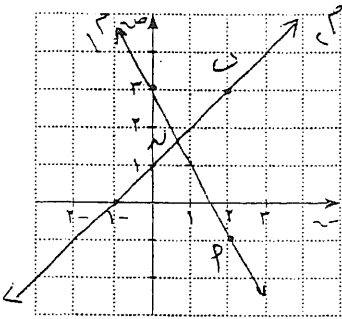
$$س = \frac{9 \times 1 + 0 \times 2}{1 + 2} = 3$$

$$ص = \frac{9 \times 1 + 6 \times 2}{1 + 2} = 2$$

$$(3, 2) = م$$

(٣) مستقيم م: $٢س + ٣ص = ٠$ ومستقيم م: $٣س - ١ص = ٠$

$$(أ) \text{ ارسم المستقيمين } م١، م٢ \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline ١ & ٢ & ٣ \\ \hline ١ & ٣ & ١ \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|c|c|} \hline ١ & ٢ & ٣ \\ \hline ١ & ٣ & ١ \\ \hline \end{array}$$



(ب) أثبت أن $P(1, 2)$ تقع على المستقيم م، $B(3, 2)$ تقع على المستقيم م.

$$٠ = ٣ - (١) + ٢ \times ٢ \quad ٠ = ٣ - ١ + ٤ = ٦$$

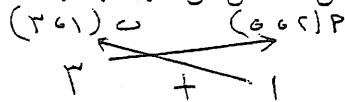
$$٠ = (١ - ٤) + ٣ \times ٢ \quad ٠ = -٣ + ٦ = ٣$$

✓ (ج) أوجد إحداثيات النقطتين م، ب التي تقسم \overline{AB} ، ن على الترتيب من الداخل من جهة ن

بنسبة ١ : ٢ حيث ن $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$ نقطة تلاقي المستقيمين م، م٢.

(٤) أ ب ج مثلث فيه م $(5, 2)$ ، ب $(3, 1)$ ، ج $(1, 4)$.

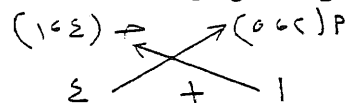
(أ) أوجد إحداثي النقطة ن التي تقسم \overline{AB} من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٣.



$$س = \frac{9 \times 3 + 1 \times 1}{3 + 1} = 6.5$$

$$ص = \frac{0 \times 3 + 3 \times 1}{3 + 1} = 0.75$$

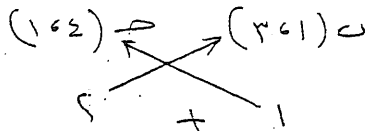
(ب) أوجد إحداثي النقطة م التي تقسم \overline{AB} من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٤.



$$س = \frac{9 \times 4 + 1 \times 1}{4 + 1} = 2.2$$

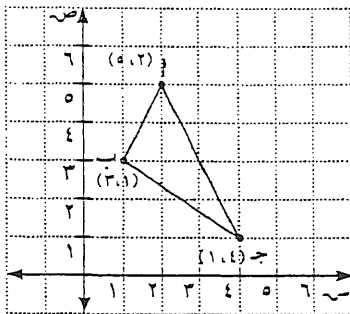
$$ص = \frac{0 \times 4 + 3 \times 1}{4 + 1} = 0.6$$

(ج) أوجد إحداثي النقطة ك التي تقسم \overline{AB} من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

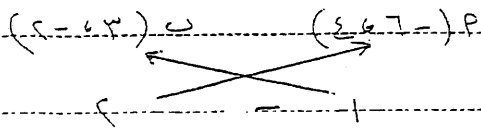


$$س = \frac{1 \times 2 + 2 \times 1}{2 + 1} = 1$$

$$ص = \frac{3 \times 2 + 1 \times 1}{2 + 1} = 2.33$$



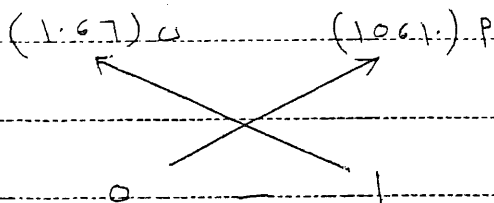
رسم ۱۱ ص ۹۱



$$10 = \frac{7 \times 5 - 2 \times 1}{2 - 1} = 10$$

$$1 = \frac{2 \times 5 - 2 \times 1}{2 - 1} = 1$$

نقطه لیس ه ن = (1, 610)

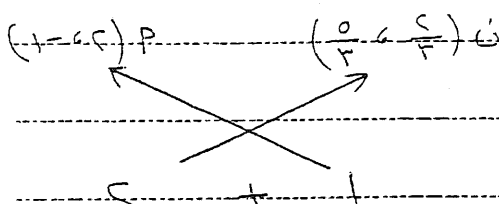


$$11 = \frac{1 \times 0 - 7 \times 1}{0 - 1} = 11$$

$$17,50 = \frac{10 \times 0 - 1 \times 1}{0 - 1} = 17,50$$

نقطه لیس ه ن = (17,50, 11)

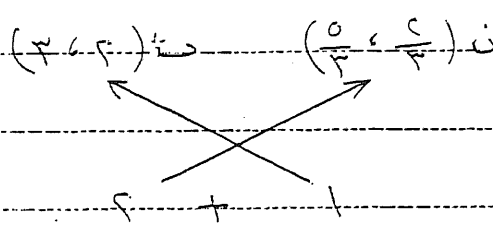
رسم ۳ ص ۹۱



$$\frac{1}{9} = \frac{\frac{5}{7} \times 5 + 2 \times 1}{2 + 1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{\frac{5}{7} \times 5 + 1 \times 1}{2 + 1} = \frac{7}{9}$$

نقطه لیس ه ن = (7/9, 1/9)



$$\frac{1}{9} = \frac{\frac{5}{7} \times 5 + 2 \times 1}{2 + 1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{19}{9} = \frac{\frac{5}{7} \times 5 + 2 \times 1}{2 + 1} = \frac{19}{9}$$

نقطه لیس ه ن = (19/9, 1/9)

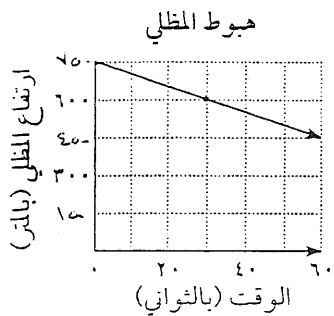
تَمَرَّن
٣-٩
(١)

التاريخ الهجري: التاريخ الميلادي:

ميل الخط المستقيم Slope of a Straight Line

المجموعة الأولى

(١) إن نسبة التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابتة. أوجد نسبة التغير، وفتر ماذا تعني كل نسبة تغير في كل حالة مما يلي:



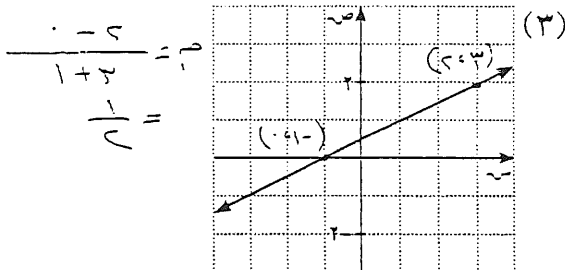
$$\text{معدل التغير} = \frac{400 - 100}{60 - 0} = \frac{300}{60} = 5$$

(أ)

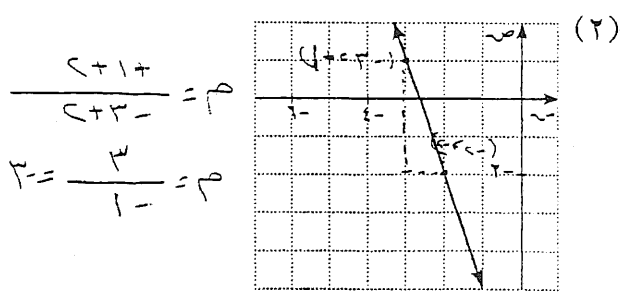
الوقت (ساعة)	درجة الحرارة (مئوية)
١	١٩-
٤	١٤-
٧	٩-
١٠	٤-
١٣	١

$$\text{معدل التغير} = \frac{19 - 1}{1 - 4} = \frac{18}{-3} = -6$$

في التمرينين (٢-٣)، أوجد ميل كل مستقيم مما يلي:



$$\text{ميل} = \frac{4 - 1}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1$$



$$\text{ميل} = \frac{0 - 3}{1 - 0} = \frac{-3}{1} = -3$$

في التمرينين (٤-٥)، أوجد ميل المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية:

(٤) (٢، ٣)، (٦، ٥) ميل = $\frac{5 - 3}{6 - 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(٥) (٣، ٢)، (٥، ٦) ميل = $\frac{6 - 2}{5 - 3} = \frac{4}{2} = 2$

(٦) أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

$$\text{ميل} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

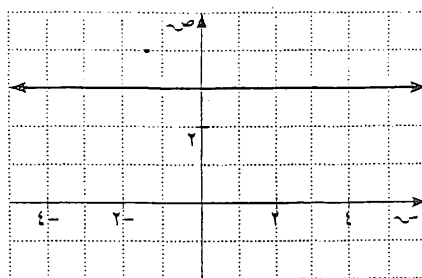
(٧) أثبت أن المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° يوازي المستقيم:

$$y = x + 7 \quad \text{ميل} = 1 \quad \text{خط} = 45^\circ$$

$$y = 3x - 1 \quad \text{ميل} = 3 \quad \text{خط} = 71.5^\circ$$

في التمارين، (٨ - ١٠)، حدّد ما إذا كان ميل المستقيم يساوي صفراً أم هو غير معرّف.

(A)



الحق = صبر

(۹) $(4, 3), (4, -3)$ طیل = صہر (۱۰) $(3, 4), (3, -4)$ لیل = غیر صرف

في التمرينين (١١ - ١٢)، أوجد نسبة التغير في كل حالة.

(١١) يبلغ طول الرضيع ٤٥ سم بعد شهر من الولادة و ٦٩ سم عندما يبلغ شهره العاشر بسبب التغير = $\frac{٤٥ - ٦٩}{١ - ١٠}$ $\frac{٢٤}{٩} = ٢.٦٦$

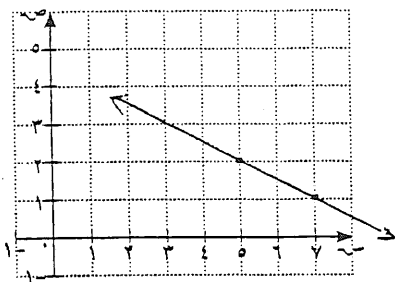
(۱۲) بلغ ثمن ٤ تذاكر للسینما ۱۰ دناییر و ۱۰ تذاکر ۱۹ دیناراً.

$$\overline{100} = \frac{10-19}{2-10} = \text{نسبة انقير} = (10.61) \text{ و } (19.61)$$

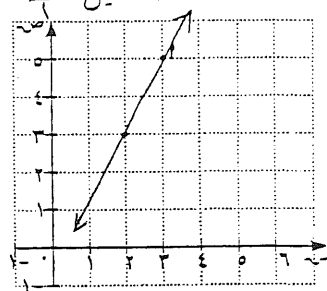
في التمرينين (١٣ - ١٤)، ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالآتي:

تنگرند و جوده ناسخ
در حدیث لایحه

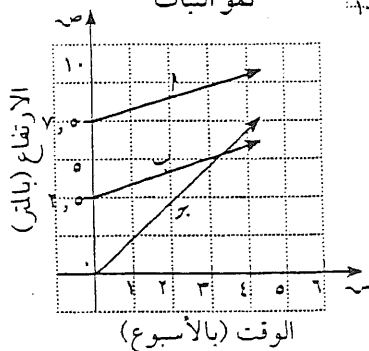
(١٤) ب (٢، ٥)، الميل $\frac{1}{2}$



$\frac{2}{3} = \text{الميل}$ (١٣) ١ (٥، ٣)،
 نقطة التحرك، $\frac{2}{3}$ ميل
 نقطة التحرك، $\frac{2}{3}$ ميل
 نقطة التحرك، $\frac{2}{3}$ ميل
 نقطة التحرك، $\frac{2}{3}$ ميل



نمو النبات



* (١٥) علوم: (أ) أي المستقيمات في الرسم المقابل له الميل الأكثر ارتفاعاً؟ ح

(ب) أي النباتات لها نسبة التغير الأكبر على مدى ستة

أسابيع؟ وأياها لها نسبة التغير الأصغر؟ كيف تتأكد من ذلك؟

نعم لنعمل الاكبر

رسم القنصل الصغير هو ٤٠ م، وهما متوازيان مربعان

(١٦) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{3}{4}$. ويمر بنقطة الأصل.

$$G \cdot \frac{2}{3} = GP$$

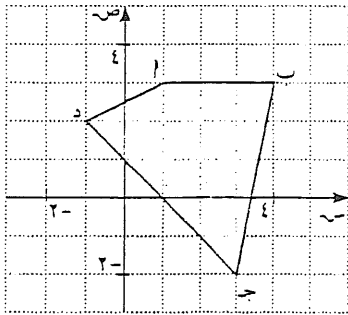
المَصْرَف (٣٦٥) (٦٦٨)

في التمارين (١٧ - ١٩)، أوجد قيمة كل من س، ص إذا كانت النقطتان على المستقيم مع المعطيات التالية:

$$(١٧) (س، ٣)، (٨، ٢)، الميل = \frac{٥-}{٢} \quad \frac{٥-}{٢} = \frac{٣-٨}{س-٢} \quad |س=٤|$$

$$(١٨) (-٤، ص)، (٢، ٤ص)، الميل = ٦ \quad \frac{٦}{١} = \frac{٤ص-ص}{٤+٢} \quad |ص=١٢|$$

$$(١٩) (٥، ٣)، (٢، ٤)، الميل غير معرّف. \quad \frac{٣-٥}{٣-٢} \text{ غير معرف} \quad |س=٣|$$



(٢٠) هندسة: أوجد ميل كل ضلع في الشكل المقابل.

$$\overline{MP} = \text{ميل } \overline{MP} = \frac{٥}{١} = ٥, \quad \overline{MR} = \text{ميل } \overline{MR} = \frac{١}{١} = ١, \quad \overline{PR} = \text{ميل } \overline{PR} = \frac{١}{١} = ١$$

في التمارين (٢١ - ٢٤) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(ب)

(أ)

(٢١) من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه.

(ب)

(أ)

(٢٢) إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائماً سالب.

(ب)

(أ)

(٢٣) لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفراً بنقطة الأصل.

(ب)

(أ)

(٢٤) نقطتين لديهما الإحداثي السيني نفسه، تنتمي إلى المستقيم العمودي (الرأسي) نفسه.

(٢٥) تحليل الخطأ: وجد سالم أن ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٩، ٣)، (٧، ١) يساوي: $\frac{٣-١}{٩-٧}$. ما هو خطأ

سالم؟ خطأ بـ المخرج قسم المقادير المقسوم عليه، لا جواب له من ميل. $\frac{٧-٩}{١-٣}$

(٢٦) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (س، -ص)، (-س، -ص).

$$\text{الميل} = \frac{-ص+ص}{س+س} = \frac{٠}{٢س} = ٠$$

في التمرينين (٢٧ - ٢٨)، حدّد إن كانت مجموعة النقاط التالية تقع على استقامة واحدة.

$$(٢٧) ١) (٣، ١)، ب) (٢، ٤)، ج) (-٤، ٢). \quad \text{ميل } \overline{OP} = \frac{٣-١}{٢-١} = ٢, \quad \text{ميل } \overline{OQ} = \frac{٢-٤}{-٤-٢} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

$$\text{ميل } \overline{OP} = ٢, \quad \text{ميل } \overline{OQ} = \frac{١}{٣} \quad \therefore \text{نقاط } P, Q, O \text{ على استقامة واحدة}$$

(٢٨) أ (٣، ٢-)، ب (١، ٠-)، ج (١، ٢).

$$\text{ميل } \overline{MP} = \frac{2-1}{2-1} = 1, \text{ ميل } \overline{NP} = \frac{2-1}{2-1} = 1 \therefore \text{ميل } \overline{MP} \neq \text{ميل } \overline{NP}$$

∴ لنقاط م، ن، ح ليست على استقامة واحدة

(٢٩) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (١، ١-)، (٥، ٤-) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (١، ٠)، (٣، ٤).

$$\text{ميل } \overline{MP} = \frac{1+5}{1+2} = 2- \text{ ميل } \overline{NP} = \frac{1-3}{1-2} = \frac{1}{2}$$

$$2- \times \frac{1}{2} = 1- \therefore \text{المستقيمان متعامدان}$$

التمرين الثاني: مسائل متنوعة

(١) (أ) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ (٣، ٤-)، ب (٥، ١-) مستخدماً (س_١، ص_١)، ب (س_٢، ص_٢).

$$m = \frac{4-1}{3-5} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

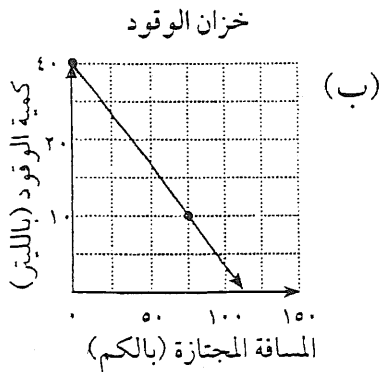
(ب) أوجد ميل المستقيم في (أ) مستخدماً (س_١، ص_١)، ب (س_٢، ص_٢).

$$m = \frac{4-1}{3-5} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

(ج) ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أن السطح ينحدر في نفس الاتجاه

(٢) إذا كانت نسبة التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابتة. أوجد نسبة التغير وفسر ماذا تعني كل نسبة تغير في كل حالة مما يلي:



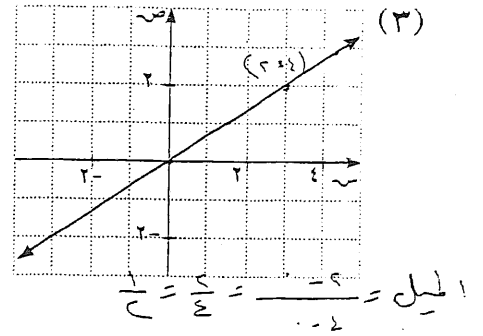
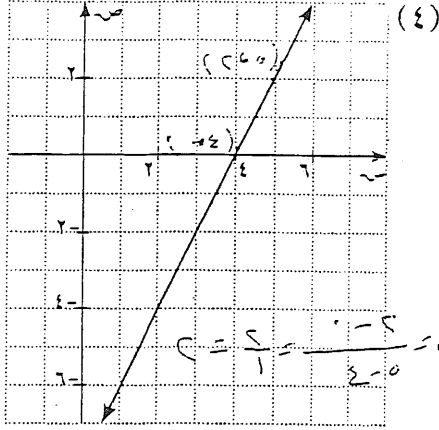
(أ)

عدد الأشخاص	سعر الوجبة (بالدينار)
٢	٤
٣	٦
٤	٨
٥	١٠
٦	١٢

$$\text{نسبة التغير} = \frac{4-1}{10-40} = \frac{3}{-36} = -\frac{1}{12}$$

$$\text{نسبة التغير} = \frac{4-6}{12-3} = \frac{-2}{9} = -\frac{2}{9}$$

في التمرينين (٣-٤)، أوجد ميل كل مستقيم مما يلي:



في التمرينين (٥-٦)، أوجد ميل المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية:

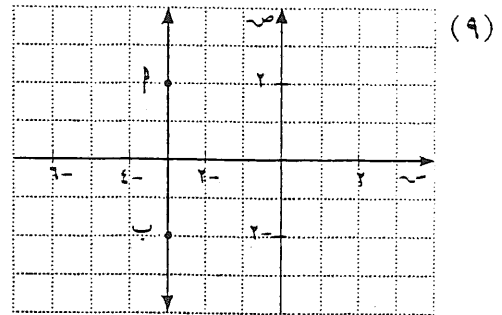
(٥) $\frac{3}{-2} = \frac{0+2}{-2-4}$ م $(0, 2), (4, -2)$ (٦) $\frac{1-2}{2+1} = \frac{1-2}{2+1}$ م $(2, 1), (1, 2)$

(٧) أوجد ميل مستقيم مواز لمحور السينات. ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = صفر

* (٨) أوجد ميل مستقيم يصنع مع محور الصادات زاوية قياسها 45° ويمر بنقطة الأصل: م $ط = 1$

المستقيم يضع مع محور السينات 45° ما زار به $ط$ على $ط$ ازل به $ط$ على $ط$ ارم $ط$ على $ط$ = 1

في التمارين (٩-١١)، حدّد ما إذا كان ميل المستقيم $أب$ يساوي صفراً أم هو غير معرف.



غير معرف

(١٠) $أ(0, \frac{1}{2}), ب(3, 0)$ غير معرف (١١) $أ(1, 0), ب(1, -4)$ الميل = صفر

في التمرينين (١٢-١٣)، أوجد نسبة التغير في كل حالة.

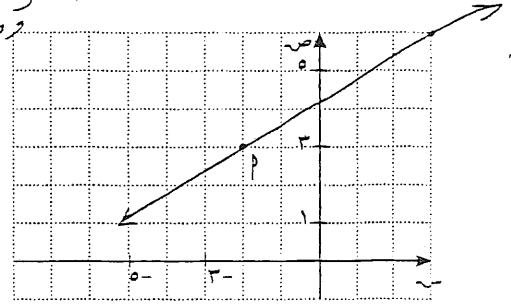
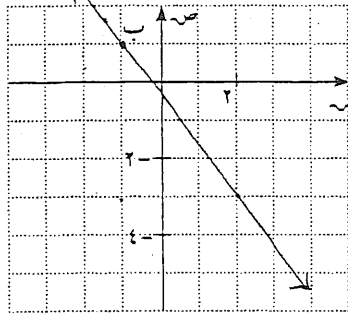
(١٢) تقود السيارة مسافة ٥٠ كيلومتراً في الساعة و ٢٠٠ كيلومتر في ٤ ساعات. $نسبة التغير = \frac{0-200}{1-4} = \frac{0}{1}$

(١٣) تقرأ ٤ صفحات في ١٠ دقائق و ٨ صفحات في ١٨ دقيقة.

$نسبة التغير = \frac{8-4}{18-10} = \frac{1}{2}$

في التمرينين (١٤ - ١٥)، ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

(١٤) المائل $(٣, ٢)$ ، الميل $\frac{٣}{٥}$ نبدأ بالنقطة $(٣, ٢)$ ثم نتحرك ٣ وحدات لليسار و ٥ وحدات للأسفل
(١٥) المائل $(١, ١)$ ، الميل $\frac{٤}{٣}$ نبدأ بالنقطة $(١, ١)$ ثم نتحرك ٤ وحدات لليسار و ٣ وحدات للأسفل



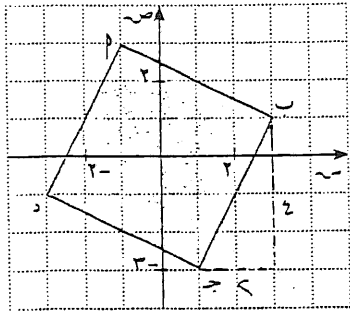
(١٦) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ، ويمر بنقطة الأصل. $ص = \frac{١}{٢} س$
(١٧ - ١٩) لا سيما خصمها اظهروا له

في التمارين (١٧ - ١٩)، أوجد قيمة س إذا مرت النقطتان بالمستقيم المعطى ميله.

(١٧) المائل $(٨, ٢)$ ، الميل $\frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$ $ص = \frac{١}{٤} س$

(١٨) المائل $(٨, ٢)$ ، الميل $\frac{١}{٢}$ $ص = \frac{١}{٢} س$

(١٩) المائل $(٧, ٢)$ ، الميل $\frac{٢}{٧}$ $ص = \frac{٢}{٧} س$



(٢٠) هندسة: في الشكل المقابل أوجد ميل كل ضلع.

ميل $\overline{AB} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

ميل $\overline{AD} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

ميل $\overline{BC} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

ميل $\overline{CD} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

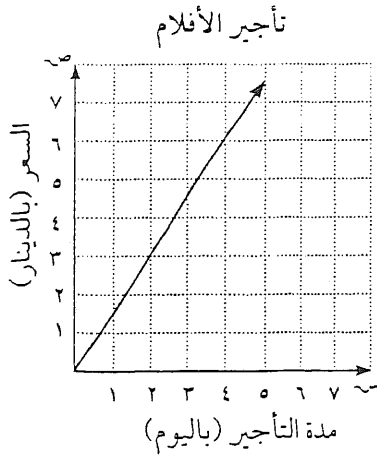
في التمارين (٢١ - ٢٣)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خطأ.



(٢١) إن نسبة التغير دائماً موجبة أو تساوي صفر.

(٢٢) كل المستقيمت الأفقية لها الميل نفسه.

(٢٣) المستقيم الذي ميله يساوي ١ دائماً يمر بنقطة الأصل.



(٢٤) يمثل الشكل المقابل رسم تأجير الأفلام نسبة إلى مدة التأجير.

(أ) قدر ميل المستقيم. ماذا يمثل هذا العدد؟

الميل = $\frac{3}{2}$ والمثل يمثل معدل التغير في رسم التأجير بالنسبة إلى مدة التأجير.

(ب) قدر المبلغ الذي سيدفعه الشخص لاستئجار فيلم مدة عشرة أيام.

$$\text{ص} = \frac{3}{2} \times 10$$

$$\text{ص} = 10 \times \frac{3}{2} = 15 \text{ دينار}$$

(٢٥) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-٣، ص)، (٣، -ص).

$$m = \frac{\text{ص} - (-\text{ص})}{-3 - 3} = \frac{\text{ص} + \text{ص}}{-6} = \frac{2\text{ص}}{-6} = -\frac{\text{ص}}{3}$$

في التمرينين (٢٦ - ٢٧)، هل النقاط المعطاة تقع على استقامة واحدة؟

(٢٦) أ (٢، ٤)، ب (-٣، ٢)، ج (٢، ٥).

$$m_{AB} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$$

$$m_{BC} = \frac{5-2}{2-(-3)} = \frac{3}{5}$$

لنقاط (٢، ٤) و (-٣، ٢) و (٢، ٥) لنرى هل هي على استقامة واحدة؟

(٢٧) أ (٢، ١)، ب (-١، ٥)، ج (٥، ٤).

$$m_{AB} = \frac{1-5}{2-(-1)} = \frac{-4}{3}$$

$$m_{BC} = \frac{4-5}{5-(-1)} = \frac{-1}{6}$$

لنقاط (٢، ١) و (-١، ٥) و (٥، ٤) لنرى هل هي على استقامة واحدة؟

$$m_{AB} = \frac{1-5}{2-(-1)} = \frac{-4}{3}$$

$$m_{BC} = \frac{4-5}{5-(-1)} = \frac{-1}{6}$$

* (٢٨) أوجد ميل المستقيم المتعامد مع المستقيم: ص = ٣س + ٧، هل هذا المستقيم متوازي

$$3\text{ص} - 1 = \text{ص}$$

$$\text{ص} = \frac{1-3\text{ص}}{3}$$

$$3 = \frac{1-3\text{ص}}{3}$$

$$9 = 1 - 3\text{ص}$$

(٢٩) أوجد ميل مستقيم متعامد مع المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$m_{\perp} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

معادلة الخط المستقيم

Equation of a Straight Line

الحسين بن أحمد بن الحسن

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم:

(أ) يمر بالنقطة (٢، ٥) وميله = ٣.

(ب) يمر بالنقطة (٤، ٢) وميله = ٢.

(ج) يمر بالنقطة (١، ١) وميله = $\frac{2}{3}$.

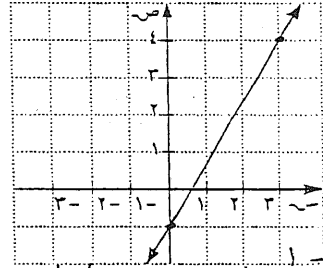
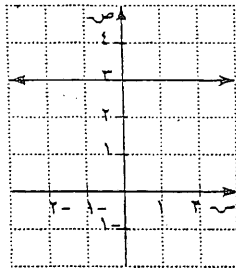
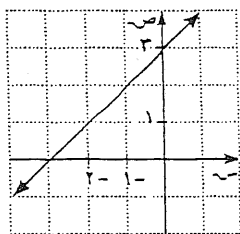
$$(٥ - ٣) = (٣ - ٥) \Rightarrow ٣ = ٥ - ٣ \Rightarrow ٣ = ٢$$

$$٣ = ٥ - ٣ \Rightarrow ٣ = ٢$$

$$٣ = ٥ - ٣ \Rightarrow ٣ = ٢$$

$$٣ = ٥ - ٣ \Rightarrow ٣ = ٢$$

(٢) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم في كل من الأشكال التالية:



المستقيم يمر بالنقطة (٠، ١).

ميله = ١

معادلة المستقيم:

$$١ = ٣ - (٣ - ٠)$$

$$٠ = ٣ - ٣$$

معادلة المستقيم:

$$٣ = ٣$$

المستقيم يمر بالنقطة (٤، ٣).

معادلة المستقيم:

$$١٠ - ٣ = ٣ - ٣$$

$$٠ = ٣ - ٣$$

(٣) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين في كل من:

(أ) (٣، ٥)، (٧، ٤).

(ب) (٤، ٣)، (١، ٧).

(٤) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٧) والعمودي على الخط المستقيم: $٣ + ٢ص - ١ = ٠$.

المستقيمات متعامدان \therefore ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٣}{٢}$

معادلة المستقيم المطلوب: $١ + ٣(٧ - ص) = ٣ + ٢(١٧ + ٣ص) = ١٧ + ٣ص$

(٥) أوجد معادلة المستقيم المتعامد مع المستقيم: $٣ + ٢ص - ١ = ٠$ ويمر بالنقطة (٢، ٣).

(٦) أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم: $٣ + ٢ص - ١ = ٠$ ويمر بنقطة الأصل.

ميل المستقيم المطلوب = ٤

معادلة المستقيم:

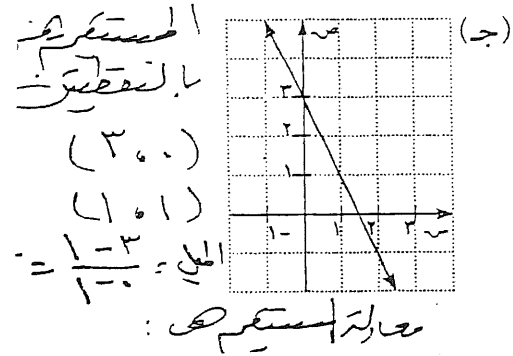
$$٠ = ٤ - ٣$$

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على المستقيم: $2x + y + 1 = 0$ ويمر بالنقطة $(-1, 1)$.
 من خط مستقيم المطلوب $\frac{1}{c} = -\frac{1}{2}$ معادلة المستقيم: $y - 1 = -2(x + 1)$

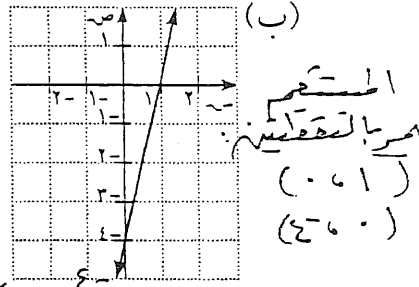
$$y - 1 = -2(x + 1) \Rightarrow y = -2x - 1$$

المجموعة الثانية: مسائل متنوعة

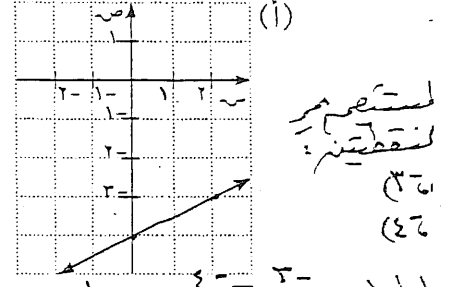
(١) أوجد معادلة الخط المستقيم المرسوم في ما يلي:



$$y - 3 = -2(x - 0) \Rightarrow y - 3 = -2x \Rightarrow y = -2x + 3$$



$$y - 4 = -4(x - 0) \Rightarrow y - 4 = -4x \Rightarrow y = -4x + 4$$

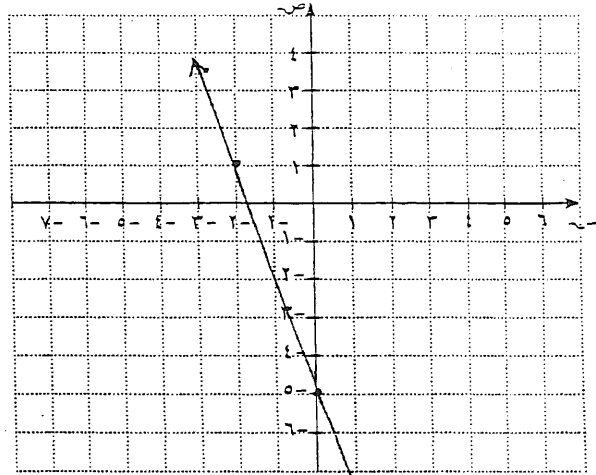


$$y - 3 = -\frac{3}{2}(x - 0) \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{2}x \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$$

في التمارين (٢-٥)، أوجد معادلة كل مستقيم، ثم ارسمه: $y - 3 = -2(x - 1)$

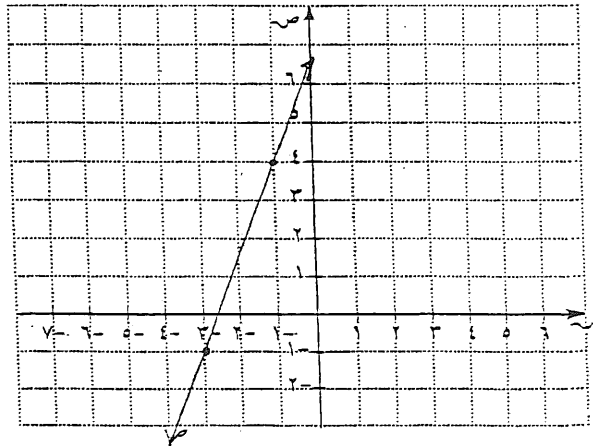
(٢) مستقيم يمر بالنقطة $(-2, 5)$ وموازي للمستقيم: $y = 3x + 1$

الميل $= 3$
 معادلة المستقيم:
 $y - 5 = 3(x + 2) \Rightarrow y - 5 = 3x + 6 \Rightarrow y = 3x + 11$

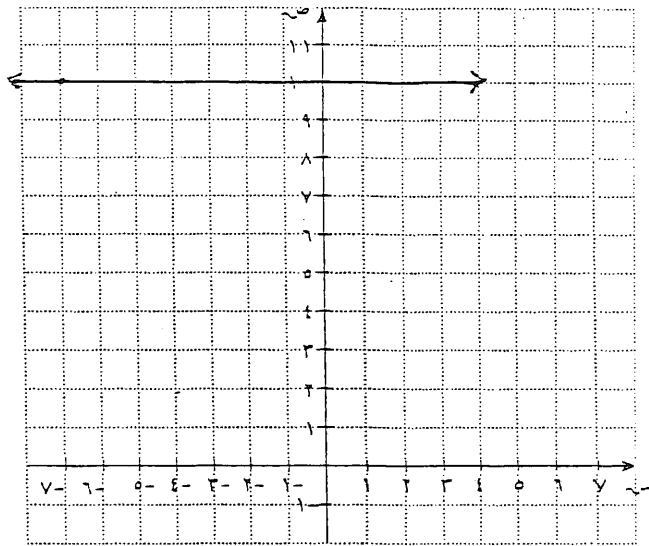


(٣) مستقيم يمر بالنقطة $(-1, 3)$ وعمودي على المستقيم: $y = \frac{2}{3}x + 1$

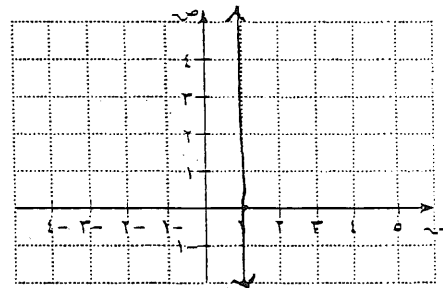
الميل للمستقيم المطلوب $= -\frac{3}{2}$
 معادلة المستقيم:
 $y - 3 = -\frac{3}{2}(x + 1) \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2} + 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$



(٤) مستقيم أفقي يمر بالنقطة $(-٧, ١٠)$.



(٥) مستقيم رأسي يمر بالنقطة $(١, \frac{٢-}{٧})$.



(٦) أوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين: $(٢, ٥)$, $(٣, ٠)$. الحل: $\frac{٥-٣}{٥-٠} = ١$

$$٣ + ٥س = ٥ - ٣س \quad \text{أو} \quad ٨س = ٢ \quad \text{أو} \quad س = \frac{١}{٤}$$

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم في كل مما يلي:

(أ) يمر بنقطة الأصل وميله ٧. $٧س = ٧$

(ب) يمر بنقطة الأصل وبالنقطة $(٤, ٣)$. الحل: $\frac{٣-٠}{٤-٠} = \frac{٣}{٤}$

$$\text{معادلة المستقيم هي} \quad ٤س = ٣ \quad \text{أو} \quad س = \frac{٣}{٤}$$

(ج) يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءاً طوله ٣ وحدات، يمر بالنقطتين $(٠, ٥)$ و $(٥, ٠)$

ومن الجزء الموجب لمحور الصادات جزءاً طوله ٥ وحدات. الحل: $\frac{٥-٠}{٥-٠} = ١$

$$\text{معادلة المستقيم هي} \quad ٥س = ٥ - ٣س \quad \text{أو} \quad ٨س = ٥ \quad \text{أو} \quad س = \frac{٥}{٨}$$

$$٥س + ٣س = ٥ \quad \text{أو} \quad ٨س = ٥ \quad \text{أو} \quad س = \frac{٥}{٨}$$

(٨) أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(٧, ٥)$ والموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(٤, ٣)$ و $(١, ٢)$.

$$\text{الحل:} \quad \frac{٣-٢}{٤-١} = \frac{١}{٣} \quad \text{أو} \quad س = \frac{١}{٣}$$

$$\text{معادلة المستقيم هي:} \quad ٣س = ٧ - ٤س \quad \text{أو} \quad ٧س = ٧ \quad \text{أو} \quad س = ١$$

$$٧س - ٤س = ٧ \quad \text{أو} \quad ٣س = ٧ \quad \text{أو} \quad س = \frac{٧}{٣}$$

البعد بين نقطة ومستقيم

Distance Between a point and a Straight line

المجموعة الخامسة

في التمارين (١-٤)، معادلة المستقيم ل: ٢س - ٣ص + ٠ =

بين ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم أم لا.

(١) م (١، -٢) $٠ = ٢(-٢) - ٣(١) = -٤ - ٣ = -٧$ لا تنفع على خط المستقيم
 (٣) ج (٠، ٤) $٠ = ٢(٠) - ٣(٤) = ٠ - ١٢ = -١٢$ لا تنفع
 (٤) د (١، -٢) $٠ = ٢(١) - ٣(-٢) = ٢ + ٦ = ٨$ لا تنفع

(٥) أوجد البعد بين النقطة ج (١، ٢) والمستقيم: ٣س - ١ص - ٠ =

$$= \frac{|١ - ١ - ٠ \times ٣|}{\sqrt{٣^2 + (-1)^2}} = \frac{٠}{\sqrt{١٠}} = ٠$$

وحدة طول

(٦) أوجد البعد بين نقطة الأصل والمستقيم: ٣س + ٤ص =

$$= \frac{|٠ + ٠ - ٣ \times ٠ - ٤ \times ٠|}{\sqrt{٣^2 + ٤^2}} = \frac{٠}{٥} = ٠$$

وحدة طول

(٧) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و (١، -٢) إذا كان المستقيم: ٣س - ٤ص + ٧ = ٠ مماس لها.

$$= \frac{|٧ + ١ - ٣ \times ١ - ٤ \times (-٢)|}{\sqrt{٣^2 + (-4)^2}} = \frac{|٧ + ١ - ٣ + ٨|}{٥} = \frac{١٣}{٥}$$

وحدة طول

(٨) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، -٣) على المستقيم: ٢س + ٤ص - ٤ = ٠

$$= \frac{|٢ \times ٢ - ٣ \times ٤ - ٤|}{\sqrt{٢^2 + ٤^2}} = \frac{|٤ - ١٢ - ٤|}{\sqrt{٢٠}} = \frac{|-١٢|}{\sqrt{٢٠}} = \frac{١٢}{\sqrt{٢٠}}$$

وحدة طول

(٩) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (-٤، ٧) على المستقيم: ٥ص - ١س + ١ = ٠

$$= \frac{|٥ \times ٧ - ١ \times (-٤) + ١|}{\sqrt{٥^2 + (-1)^2}} = \frac{|٣٥ + ٤ + ١|}{\sqrt{٢٦}} = \frac{٤٠}{\sqrt{٢٦}}$$

وحدة طول

(١٠) أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم المار بالنقطتين (٧، ٣)، (-٥، ١)

$$= \frac{١}{\sqrt{٣^2 + ١^2}} = \frac{١}{\sqrt{١٠}}$$

معادلة المستقيم: $\frac{١}{٣} = \frac{٣ - ١}{٧ - ٣}$

$$١ = ١١ - ٣ - ١$$

$$= \frac{١١}{\sqrt{٣٧}} = \frac{|١١ - ٠ - ٠ \times ٦|}{\sqrt{٣^2 + ٦^2}}$$

وحدة طول

المحور الثالث من محاور الهندسة

في التمارين (١-٣)، معادلة المستقيم ل: ٣ص - س + ١ = ٠

بين ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم أم لا.

(١) (٣، ٣) لا تقع على المستقيم.

(٢) (٠، ٢) لا تقع على المستقيم.

(٣) (١، ٤) تقع على المستقيم.

(٤) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٤، ٥) على المستقيم: ٣ص + ٤س = ٠

$$= \frac{|0 \times 4 + 4 \times 3|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{5} \text{ وحدة طول.}$$

(٥) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٨، ٠) على المستقيم: ٥س + ١٢ص = ٠

$$= \frac{|0 \times 12 - 8 \times 5|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{40}{13} \text{ وحدة طول.}$$

(٦) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، ٧) على المستقيم المار بالنقطتين: (٣، ١)، (٥، ٣).

معادلة المستقيم: $1 = \frac{y - 1}{3 - 1} = \frac{x - 3}{5 - 3}$ معادلة المستقيم: $3 - 5 = 1 - 3$
 = طول العمود = $\frac{|1 \times 3 - 2 \times 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$ وحدة طول. $3 - 5 = 1 - 3$

(٧) أوجد بعد النقطة (٤، ٤) عن المستقيم المار بنقطة الأصل وميله $\frac{3}{4}$. معادلة المستقيم:

العبارة: $\frac{|4 \times 3 - 4 \times 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5}$ وحدة طول. $4 - 3 = 3 - 5$

(٨) أوجد أقصر مسافة من النقطة (٤، ٤) إلى المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٠)، (٠، ٢).

معادلة المستقيم: $1 = \frac{y - 0}{2 - 0} = \frac{x - 0}{0 - 2}$

معادلة المستقيم: $1 - 0 = 0 - 2$ $1 - 0 = 0 - 2$

أقصر مسافة = المسافة بين النقطة (٤، ٤) والمستقيم = $\frac{|1 \times 4 - 2 \times 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$

= $\frac{4}{\sqrt{5}}$ وحدة طول

معادلة الدائرة

Equation of a Circle

المجموعة الأولى

(١) حدّد ما إذا كانت المعادلات التالية، معادلة دائرة أم لا.

(أ) $3x^2 + y^2 = 4$ لا تمثل معادلة دائرة.

(ب) $0 = 4 + (1 + x) + (1 - y)$ لا تمثل معادلة دائرة.

(ج) $0 = 8 - x^2 - y^2$ تمثل معادلة دائرة.

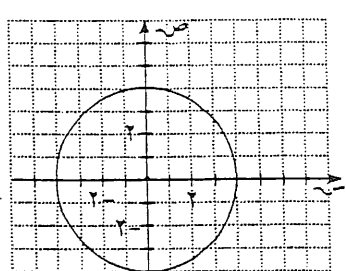
(د) $0 = 7 + x^2 - y^2$ لا تمثل معادلة دائرة.

(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر الآتية إذا علم:

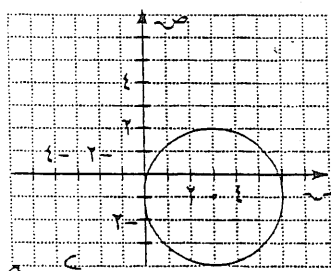
(أ) المركز $(0, 0)$ وطول نصف القطر $= 3$. $x^2 + y^2 = 9$

(ب) المركز $(4, 5)$ وطول نصف القطر $= 2$. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 4$

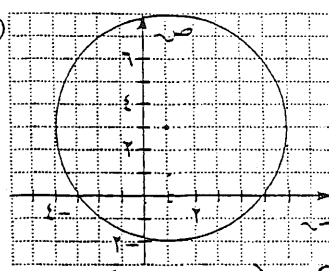
(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:



$x^2 + y^2 = 16$

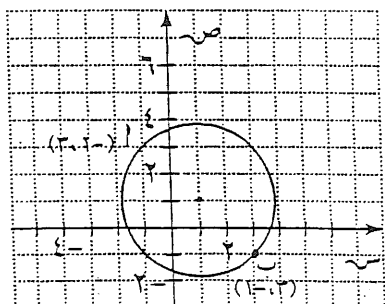


$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$

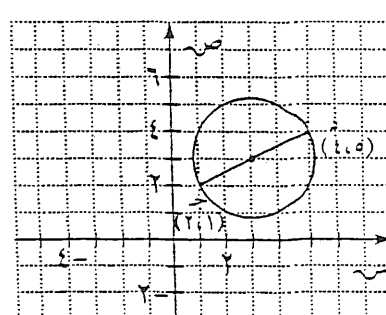


$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 25$

(٤) أوجد طول نصف قطر كل من الدوائر الآتية، وكذلك إحداثي مركز كل دائرة:



المركز $(1, 0)$



المركز $(3, 3)$

نصف القطر $= \sqrt{(1-1)^2 + (0-0)^2} = 0$ وهذا خطأ

نصف القطر $= \sqrt{(1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$ وهذا خطأ

لحذف المقعر = $\frac{1}{(1-2+3-4+5-6+7-8+9-10+11-12+13-14+15-16+17-18+19-20)}$ وحدة طول

في التمرينين (٦ - ٨) ، أوجد مركز وطول نصف قطر كلٍّ من الدوائر ذات المعادلات التالية:

(٨) ٥ س + ٥ ص - ٢٠ ص - ٣٠ = ٠
المتر = (٢٤٠) ٦ صنف بقطر = ١٠٧ وحدة طول
 ح + ص - ح - ح - ح - ح = ٠

$$د_۲: (س - ۲) + ص = ۱$$

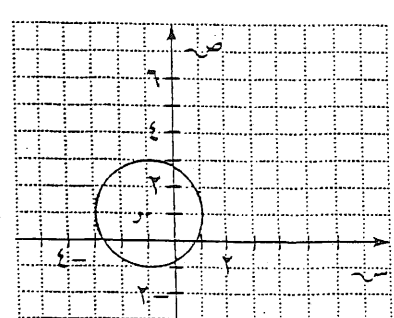
میدل جیسٹیفکیشن العمودوں کے لیے لمبائی = $\frac{c}{2} = 1$: میل لمبائی = 1
محاورہ لمبائی = 1 (محور = 2) : میل لمبائی = 1

المركز (٣٥٥) ، غير = ٣ وحدة حلول

∴ معادلة البركة هي $q = (r - s) + (c - se)$

الحسين بن علي بن ابي طالب

(i)



نقد = حوله

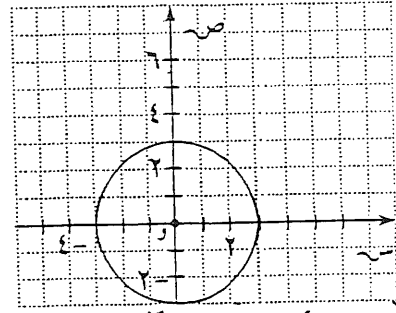
(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر التالية إذا علم:

(أ) المركز (٣، ٠) وطول نصف القطر = ٧ $s^2 + (y-3)^2 = 49$

(ب) المركز (٠، ٤-) وطول نصف القطر = ٣ $s^2 + (y+4)^2 = 9$

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

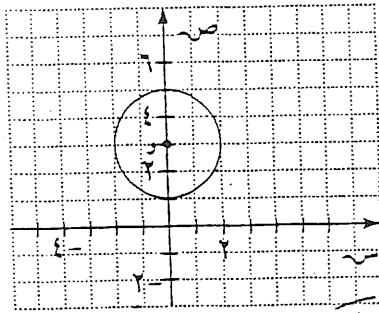
(أ)



المركز (٠، ٠) ، شعاع = ٣

$s^2 + y^2 = 9$

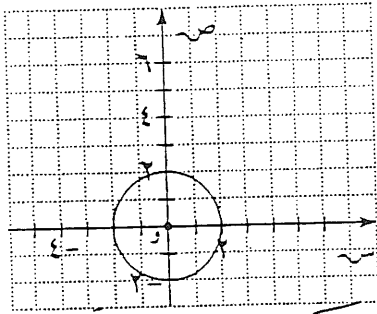
(ب)



المركز (٢، ٠) ، شعاع = ٢

$(s-2)^2 + y^2 = 4$

(ج)



المركز (٠، ٠) ، شعاع = ٢

$s^2 + y^2 = 4$

(٤) اكتب معادلة كل دائرة حيث:

شعاع = ٣ ، المركز (٤، ٠)

(أ) المركز (٤، ٠) وتتمز بالنقطة (٤، ٣) $(s-4)^2 + y^2 = 9$

(ب) المركز (١، ٥) وتتمز بالنقطة (١، ٦) شعاع = $\sqrt{(6-5)^2 + (1-1)^2} = 1$ ، المركز (١، ٥)

$(s-1)^2 + (y-5)^2 = 1$

في التمرينين (٥-٦)، أوجد مركز وطول نصف قطر كل من الدوائر التالية:

المركز (٢، ١)

(٥) $s^2 + y^2 - 4s - 6y + 13 = 0$

شعاع = $\sqrt{5}$ ، نقطة (٥، ٢)

(٦) $s^2 + y^2 + 2s - 4y - 20 = 0$ ، المركز (١، -١) ، شعاع = $\sqrt{5}$ ، نقطة (٣، ٣) ، شعاع = $\sqrt{5}$

(٧) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(s-1)^2 + (y-2)^2 = 10$ عند النقطة (١، ٢).

المركز (١، ٢) شعاع = $\sqrt{10}$ ، مماس يمر بالمركز (١، ٢) ، مماس عمودي على الشعاع $\frac{y-2}{x-1} = -\frac{1}{2}$ ، مماس $y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$ ، مماس $2y-4 = -x+1$ ، مماس $x+2y-5=0$

(٨) طول قطر الدائرة التي معادلتها $(s-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ هو: ٤

(د) ١٦

(ج) ٤

(ب) ٢

(أ) ١

في التمارين (٩-١١)، حدد وضع الدائرة هـ، بالنسبة إلى الدائرة هـ.

(٩) هـ: $١ = (٢ - ص) + (١ - س)$

هـ: $١ = (٢ - ص) + (٤ - س)$ متباعدتان

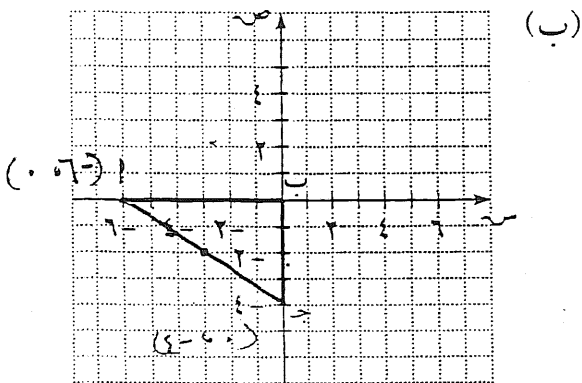
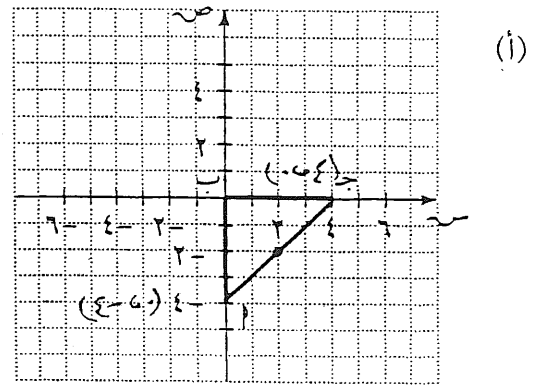
(١٠) هـ: $٠ = ٤ + ص + ٦ - س + ٢$

هـ: $٠ = ١٦ + ص - ٨ - س + ٢$ متقاطعتان

(١١) هـ: $٠ = ٨ - ص + ٨ - س + ٢$

هـ: $٠ = ١ + ص - ٥ - س + ٢$ تماسان داخلياً

(١٢) أوجد مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ.



المثلث قائم الزاوية .
 \therefore \overline{AC} قطر للدائرة .
 \therefore نجد $AC = \sqrt{٤^2 + ٤^2} = \sqrt{٣٢}$ وحدة طول .
 منتصف $\overline{AC} =$ مركز الدائرة $= (٢, ٢)$
 \therefore معادلة الدائرة هي :

$٨ = (س - ٢) + (ص - ٢)$

المثلث قائم الزاوية
 \therefore \overline{AC} قطر للدائرة .
 \therefore نجد $AC = \sqrt{٦^2 + ٤^2} = \sqrt{٥٢}$ وحدة طول .
 منتصف $\overline{AC} =$ مركز الدائرة $= (٣, ٢)$
 \therefore معادلة الدائرة هي :

$١٣ = (س + ٣) + (ص + ٢)$

اختبار الوحدة التاسعة

(١) أوجد قيمة ص إذا كانت النقطة (١، ص) تبعد وحدة واحدة عن النقطة (١، ٠). ص = ١

(٢) أوجد النقاط (١، ص) التي تبعد $\sqrt{17}$ وحدة عن النقطة (١، ٠). (٥، ٤) و (٤، ٥)

(٣) إذا كان المستقيمان: ٤س - ١ص = ٦، حيث ٦ ثابت، ٦س + ٣ص + ٢ = ٠ متعامدين. فما هي قيمة ؟ ٨ = ٩

$$\frac{4}{9} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \quad \frac{6}{9} = \frac{6}{9} = \frac{6}{9}$$

$$\therefore \frac{4}{9} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \quad \frac{6}{9} = \frac{6}{9} = \frac{6}{9}$$

(٤) يمر مستقيم بالنقطتين: (٩، ٣)، (٤، ٤) ومستقيم آخر بالنقطتين: (١، ٩)، (٤، ٤). هل المستقيمان

متوازيان أم متعامدان؟

$$1 = \frac{4}{9} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{9}$$

$$5 = \frac{4}{9} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{9}$$

المستقيمان متعامدان

$$\frac{4}{9} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \quad \frac{5}{9} = \frac{5}{9} = \frac{5}{9}$$

(٥) إذا كان المستقيم ٢س - ٣ص = ١٠ مماس لدائرة مركزها (٤، ٢). أوجد معادلة هذه الدائرة.

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 20 = 0$$

(٦) أ ب ج مثلث فيه أ (٣، ٢)، ب (٨، ٧)، ج (٥، ٢). د يقسم ب ج من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

(أ) أوجد إحداثي د. (٧، ٤)

(ب) أوجد معادلة أد. $\vec{AD} = \frac{2}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$

(٧) لتكن معادلة أ ب هي: ٥س - ص + ٢ = ٠، اختر نقطة تقع على أ ب ولتكن ج (٢، ٠). أوجد معادلة

المستقيم العمودي على أ ب ويمر بالنقطة ج. $\vec{BC} = \frac{1}{5} \vec{AB}$

$$5x - y + 2 = 0$$

(٨) أ ب ج مثلث فيه أ (٣، ٤)، ب (٥، ٨)، ج (٥، ٨). ب ج يوازي محور السينات، أ ج يوازي محور الصادات.

(أ) أوجد إحداثي النقطة ج. (٥، ٤)

(ب) في السؤال (أ)، أثبت أن Δ أ ب ج قائم الزاوية في ج.

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$AC^2 = 16 + 4 = 20, BC^2 = 16 + 4 = 20, AB^2 = 40$$

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

المثلث قائم الزاوية في ج

(٩) ا ب ج مثلث، إحداثيات رؤوسه على الترتيب هي $(11, 8)$ ، $(5, 12)$ ، $(5, 3)$ ، ق منتصف ا ب، ك منتصف ا ج.

(أ) أوجد إحداثيات ق، ك.

$$ج ه = (10, 8) \quad , \quad ل ه = (5, 5)$$

(ب) أثبت أن ق ك // ب ج.

$$\text{ميل ق ك} = \frac{\text{حفر}}{\text{ع, ه}} = \frac{\text{حفر}}{4, 0}$$

$$\text{ق ك} // \text{ب ج}$$

$$\text{ميل ب ج} = \frac{0 - 0}{3 - 12} = \frac{0}{-9} = 0$$

(ج) أثبت أن ق ك = $\frac{1}{2}$ ب ج.

$$\text{ق ك} = \sqrt{(5-11)^2 + (3-8)^2} = \sqrt{36 + 25} = \sqrt{61}$$

$$\text{ق ك} = \frac{1}{2} \text{ ب ج}$$

$$\text{ب ج} = \sqrt{(5-11)^2 + (12-8)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

(د) أثبت أن ا ب ليس عمودياً على ب ج.

$$\text{ميل ا ب} = \frac{11 - 5}{8 - 12} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} \quad , \quad \text{ميل ب ج} = \frac{0 - 0}{3 - 12} = 0$$

$$\text{ميل ا ب} \times \text{ميل ب ج} \neq -1$$

لذا ا ب ليس عمودياً على ب ج.

تمارين إثرائية منتصف و ب = (١,٥,١,٥)

ميل و ب = ١ -

(١) لتأخذ النقاط و (٠,٠), ١ (١,٢), ب (٢,٣) أوجد: ميل العمودي على و ب = ١

(أ) معادلة النصف العمودي ل و ب، ل و ب. معادلة النصف العمودي على و ب هي (ص = ١,٥) س + ١
منتصف و ب = (١,٥, ١)
ص - س - ٣ = ٠

ميل و ب = $\frac{1}{3}$ ميل العمودي = ٣
معادلة النصف العمودي ل و ب هي ص - ٣ - ٣ = ٠

(ب) معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط أ، و، ب.
نصفه - تقاطع المصفين هي مركز الدائرة: $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ، نعلم $3,10 = 4(-\frac{1}{2}) + 4(-\frac{1}{2})$

معادلة الدائرة هي: $(س - \frac{1}{2})^2 + (ص - \frac{1}{2})^2 = 3,10$

(ج) معادلة المماس على الدائرة في النقطة ب. ميل العمودي = $\frac{1}{3} = \frac{3-3,10}{\frac{1}{2}-2}$ ميل المماس = ٧ -

معادلة المماس هي ص - ٣ = (٣ + س) ٧ -

$$٠ = ١٨ + س ٧ + ص$$

(٢) د دائرة معادلتها: س^٢ + ص^٢ - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠، م مستقيم معادلته: س + ٤ص = ٠. ميله = $\frac{4}{3}$

المتر (١,٥,٣) ، نعلم ٥

(أ) ارسم الدائرة والمستقيم على نظام إحداثيات مشترك.

(ب) ارسم المماسين م_١، م_٢ للدائرة د والمتوازيان مع

المستقيم م.

(ج) أوجد معادلة المستقيم م_٢ الذي يمر بمركز الدائرة د

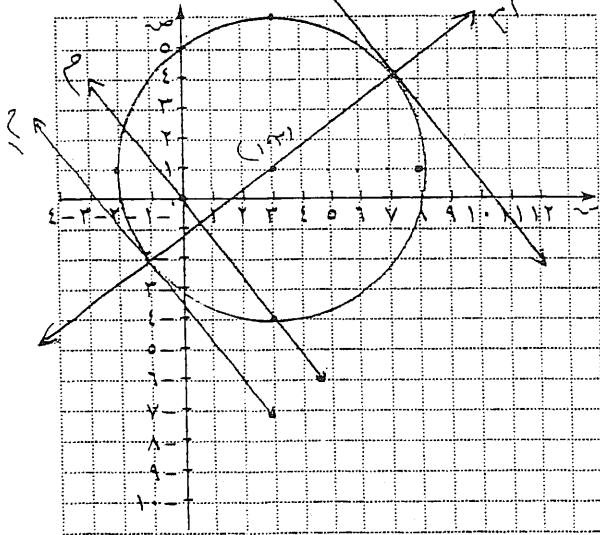
ومتعامد مع المستقيم م.

$$ص - ١ = \frac{3}{2}(س - ٢)$$

$$ص = \frac{3}{2}س - \frac{3}{2}$$

(د) أوجد إحداثيات نقاط التقاطع أ، ب للدائرة د

والمستقيم م. (٤,٤) ، (١,٥)



(هـ) أوجد معادلتى المماسين م_١، م_٢

مطلبه م

$$(ص - ١) = \frac{4}{3}(س - ٧)$$

$$ص = \frac{4}{3}س - \frac{28}{3}$$

$$ص - (١) = \frac{4}{3}(س - (٧ - ١))$$

$$ص + ١ = \frac{4}{3}(س + ٦)$$

$$ص = \frac{4}{3}س - \frac{10}{3}$$

(٣) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونمس المستقيم: $٣س - ٤ص + ١٦ = ٠$

نعم = $\frac{١٦}{٥} = \frac{|١٦ + ٠ \times ٤ - ٠ \times ٣|}{\sqrt{٤^2 + ٣^2}}$ معادلة الدائرة: $س^2 + ص^2 = \left(\frac{١٦}{٥}\right)^2$

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(٣, -١)$ ونمس المستقيم: $٣س - ٦ص + ١٠ = ٠$

نعم = $\frac{٩}{٥\sqrt{٣}} = \frac{|١٠ + ٣ \times ٦ - ١ \times ٣|}{\sqrt{٣^2 + (-٦)^2}}$ معادلة الدائرة هي: $(س - ٣)^2 + (ص + ١)^2 = \left(\frac{٩}{٥\sqrt{٣}}\right)^2$

(٥) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها $(٢, ٠)$ ونمس المستقيم الذي معادلته $ص = -\frac{٣}{٤}س + \frac{١١}{٤}$

نعم = $\frac{٥}{٢} = \frac{|\frac{١١}{٤} - ٢ \times \frac{٣}{٤} + ٠|}{\sqrt{(\frac{٣}{٤})^2 + ١}}$ معادلة الدائرة هي: $(س - ٢)^2 + ص^2 = \left(\frac{٥}{٢}\right)^2$

(٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين: $س = ٢$ ، $ص = -١$ وطول نصف قطرها وحدتان.

المركز $(٢, -١)$ ، نعم = ٢

معادلة الدائرة هي: $(س - ٢)^2 + (ص + ١)^2 = ٤$

(٧) أثبت أن المستقيمين $اس + ب ص + ج = ٠$ ، $ا د س + ب د ص + ج = ٠$ متوازيان، حيث $(د \neq ٠)$.

من المستقيم الأول: $\frac{ب}{ب} = \frac{-معادل س}{معادل ص} = \frac{پ -}{ب}$

من المستقيم الثاني: $\frac{ب}{ب} = \frac{-د پ -}{ب د} = \frac{پ -}{ب}$