الصف العاشر   الفصل الدراسي الثاني   حل كراسة التمارين

الرياضيات   ٢٠١٢/ ٢٠١٣م

تمرين ١-٦

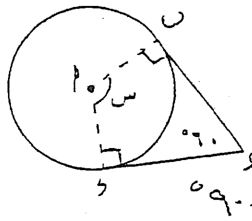
التاريخ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

مماس الدائرة
Tangent of The Circle

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١ – ٢)، القطع المستقيمة تمس الدوائر، أ مركز كل دائرة. أوجد قيمة س.

(١)



∵ حـ ب مماس ، أ ب نصف قطر

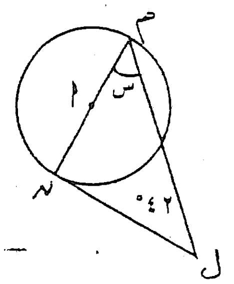
∴ ق(∠أ ب حـ) = ٩٠°

وبالمثل ق(∠أ د حـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ب أ د) = ٣٦٠ – (٩٠° + ٩٠° + ٦٠°) = ١٢٠°

∴ س = ١٢٠°

(٢)



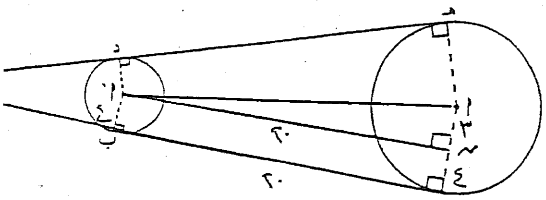
∵ ل م مماس ، أ م نصف قطر

∴ ق(∠ل م أ) = ٩٠°

∴ س = ٩٠ – ٤٢°

= ٤٨°

(٣) يلتف حزام حول الدائرتين كما في الشكل.



أثبت أن ب جـ = د هـ.

~~العمل: نمد هـ د ، جـ ب حتى يتقاطعا في م~~

~~البرهان: م هـ ، م جـ قطعتان مماستان للدائرة التي مركزها أ ∴ م جـ = م هـ ← ①~~

~~، م د ، م ب " " " مركزها أ/ ∴ م ب = م د ← ②~~

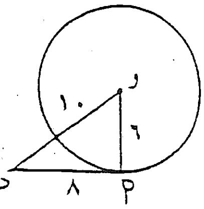
~~بطرح ② من ① ∴ ب جـ = د هـ~~

(٤) في التمرين (٣)، أوجد أأ` إذا كان أجـ = ٧ سم، أ`ب = ٤ سم، ب جـ = ٢٠ سم.

~~نرسم أ`ن ⊥ أ جـ~~ في △ أ ن أ` أأ` = $\sqrt{٢٠^٢ + ٣^٢}$ = ٢٠,٢٢ = ٢٠,٢

في التمرينين (٥ –٦)، حدد ما إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التي مركزها و.

(٥)



(أ و)^٢ + (أ ب)^٢

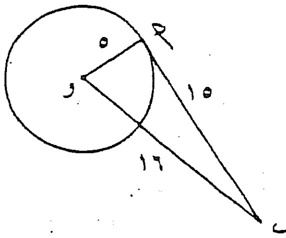
= $٦^٢$ + $٨^٢$ = ١٠٠

(و ب)^٢ = $١٠^٢$ = ١٠٠

∴ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ المستقيم مماس للدائرة

(٦)



(أ و)^٢ + (أ ب)^٢

= $٥^٢$ + $١٥^٢$ = ٢٥٠

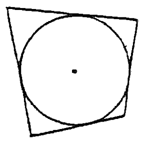
(و ب)^٢ = $١٦^٢$ = ٢٥٦

∴ ق(∠أ) ≠ ٩٠°

∴ المستقيم ليس مماس للدائرة

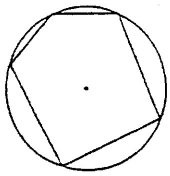
في التمرينين (٧ — ٨)، حدد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع (داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة).

(٧)



داخلة

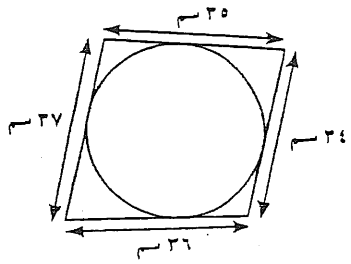
(٨)



خارجة

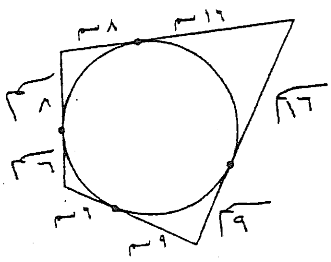
في التمرينين (٩ — ١٠)، يحيط كل مضلع بدائرة. أوجد محيط المضلع.

(٩)



محيط المضلع = ٣٦ + ٣٧ + ٣٥ + ٣٤ = ١٤٢ سم

(١٠)



محيط المضلع

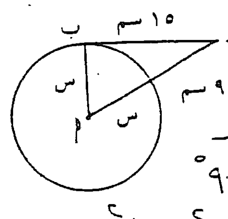
= ٦ + ٦ + ٩ + ٩

+ ٨ + ٨ + ١٦ + ١٦

= ٧٨ سم

في التمرينين (١١ — ١٢)، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة. أوجد قيمة س (مقربًا إجابتك لأقرب جزء من عشرة).

(١١)



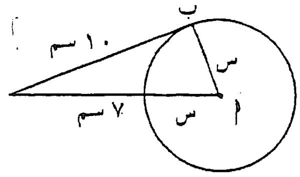
∵ $\overline{\text{بجـ}}$ مماس ، $\overline{\text{مب}}$ نصف قطر

∴ ق(م̂ب جـ) = ٩٠°

∴ (س + ٩)² = س² + ١٥²

∴ س = ٨ سم

(١٢)



∵ $\overline{\text{جب}}$ مماس ، $\overline{\text{مب}}$ نصف قطر

∴ ق(م̂ب جـ) = ٩٠°

∴ (س + ٧)² = س² + ١٠²

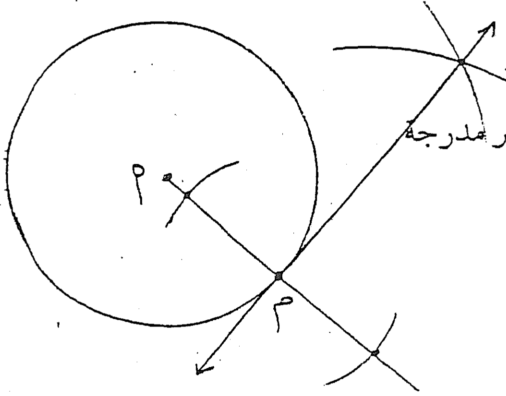
∴ س = ٣,٦ سم

(١٣) يحيط شكل سداسي منتظم بدائرة طول قطرها ١٠ سم فإن محيط المضلع هو حوالى: ______

(أ) ٣٠ سم $\boxed{\text{(ب) ٣٤,٦ سم}}$ (جـ) ٤٣,٣ سم (د) ٥١,٧ سم

(١٤) الإنشاءات: ارسم دائرة مركزها أ، ضع نقطة م على الدائرة.

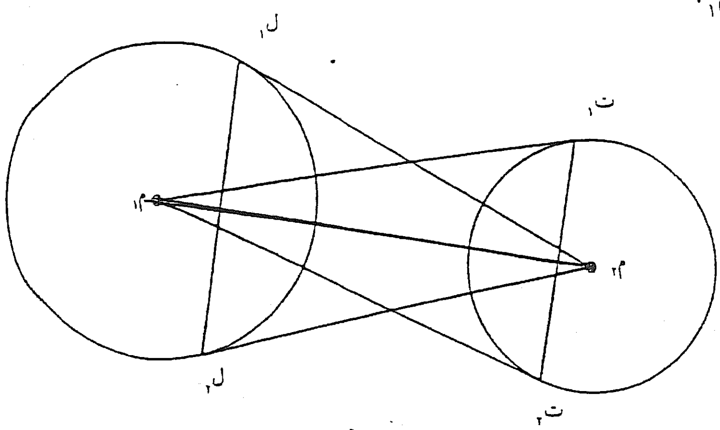
أنشئ مماسًا على الدائرة في م مستخدمًا الفرجار ومسطرة غير مدرجة



(١٥) التحدي: يبين الشكل دائرتين مركزيهما م١، م٢. $\overline{م_١ت_١}$، $\overline{م_١ت_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م٢.

$\overline{م_٢ل_١}$، $\overline{م_٢ل_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م١.

أثبت أن $\overline{ت_١ت_٢}$ // $\overline{ل_١ل_٢}$.



~~∵ م١ت١ ، م١ت٢ مماسان للدائرة م٢~~

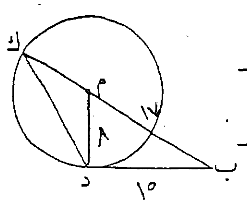
~~∴ م١م٢ ⊥ ت١ت٢ ← (١)~~

~~وبالمثل م٢م١ ⊥ ل١ل٢ ← (٢)~~

~~من (١)، (٢) ∴ ت١ت٢ // ل١ل٢~~

(١٦) التحدي: ب د تمس الدائرة التي مركزها م. ب د مماس ، م د نصف قطر

ب د = ١٥ سم، ب م = ١٧ سم. ∴ ق(∠ب د م) = ٩٠°

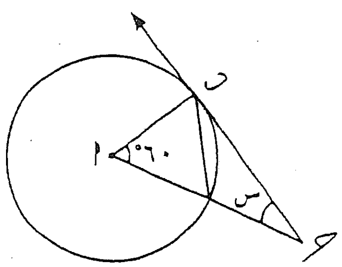


(أ) أوجد طول نصف قطر الدائرة. ∴ نق = $\sqrt{١٧^٢ - ١٥^٢}$ = ٨

(ب) أوجد مساحة المثلث ب ك د. = $\frac{١}{٢}$ ب د × ك ب جا ب

= $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٢٥ × $\frac{٨}{١٧}$ = ٨٨٫٢٤

المجموعة ت تمارين تحريرية

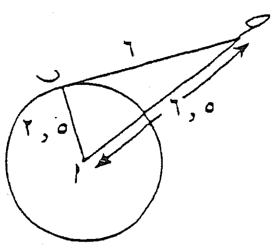


(١) المستقيم في الشكل المقابل مماس للدائرة، أوجد قيمة س.

ب ح مماس ، أ ب نصف قطر

∴ ق(∠أ ب ح) = ٩٠°

∴ س = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠°



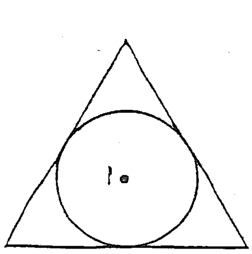
(٢) حدّد ما إذا كان المستقيم مماس للدائرة.

(أ ب)٢ + (ب ح)٢ = (٢٫٥)٢ + ٦٢ = ٤٢٫٢٥

، (أ ح)٢ = (٦٫٥)٢ = ٤٢٫٢٥ ∴ المستقيم مماس للدائرة

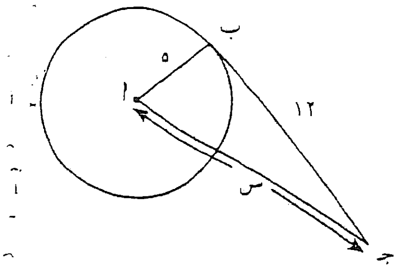
∴ ق(∠أ ب ح) = ٩٠°

(٣) حدّد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمثلث (داخلة) أو محيطة بمثلث (خارجة).



داخلة

(٤) المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة، أوجد قيمة س.



∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ مماس، $\overline{\text{أب}}$ نصف قطر

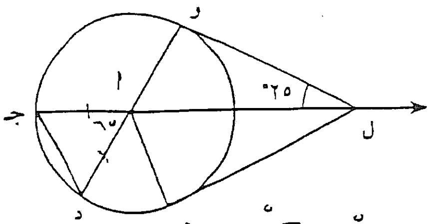
∴ ق(∠أبجـ) = ٩٠°

∴ س² = ٥² + ١٢² = ١٦٩

س = ١٣

(٥) في الشكل المقابل، أوجد ق(∠أدجـ)، ق(∠هـ أد)

إذا كانت $\overline{\text{ل و}}$، $\overline{\text{ل هـ}}$ تمسان الدائرة حيث $\overline{\text{و د}}$ قطر للدائرة.



$\overline{\text{ل و}}$ مماس ، $\overline{\text{أو}}$ نصف قطر

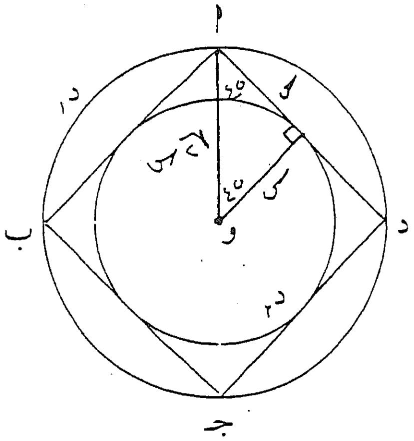
∴ ق(∠أول) = ٩٠° ∴ ق(∠وأل) = ٩٠° − ٢٥° = ٦٥°

∴ ق(∠جـأد) = ٦٥° بالتقابل بالرأس ، ∴ ق(∠أدجـ) = $\frac{١٨٠ - ٦٥}{٢}$ = ٥٧,٥°

، ق(∠هـأد) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°

(٦) في الشكل المقابل دائرة $د_1$ تحيط خارجًا بالمربع أب جـ د ودائرة $د_2$ محاطة خارجًا بالمربع أب جـ د.

أثبت أن مساحة الدائرة $د_1$ تساوي مثلي مساحة الدائرة $د_2$.



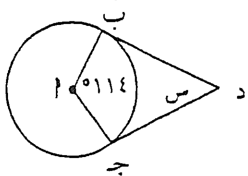
نصف قطر الدائرة $د_1$ = $نق_1$ = $\sqrt{2}$ س

، ،، ،، الدائرة $د_2$ = $نق_2$ = س

∴ $\frac{\text{مساحة الدائرة } د_1}{\text{مساحة الدائرة } د_2} = \frac{\pi\, نق_1^2}{\pi\, نق_2^2} = \frac{(\sqrt{2}\text{ س})^2}{\text{س}^2} = ٢$

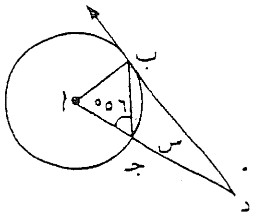
∴ مساحة الدائرة $د_1$ = ٢ × مساحة الدائرة $د_2$

(٧) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{دب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{دجـ}}$ مماسان للدائرة. فإن س =



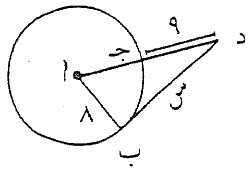
(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° $\boxed{\text{(جـ) ٦٦°}}$ (د) ١١٤°

(٨) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{د ب}}$ مماس للدائرة. فإن س =



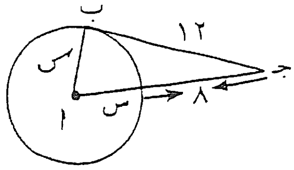
$\boxed{\text{(أ) ٢٢°}}$ (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°

(٩) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{د ب}}$ مماس للدائرة. فإن س =



(أ) ٨ (ب) ٩ $\boxed{\text{(جـ) ١٥}}$ (د) ١٧

(١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ مماس للدائرة. فإن س =



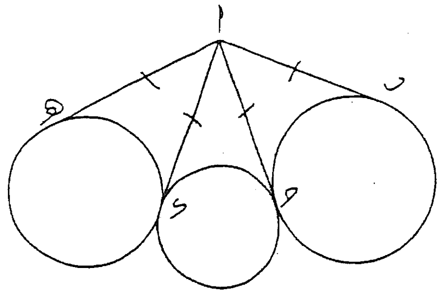
(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ $\boxed{\text{(د) ٥}}$

(١١) يبيّن الشكل ٤ قطع مماسية من نقطة مشتركة أ إلى ٣ دوائر.

ما الذي يمكنك استنتاجه حول أطوال القطع الأربع؟ فسّر.

∵ أب = أجـ ، أجـ = أد ، أد = أهـ

∴ أب = أجـ = أد = أهـ



(١٢) $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماسان للدائرة. ب أ مماس ، أجـ نصف قطر

∴ ق(∠ب أ جـ) = ٩٠° وبالمثل ق(∠ب د جـ) = ٩٠°

(أ) أوجد قيمة س.

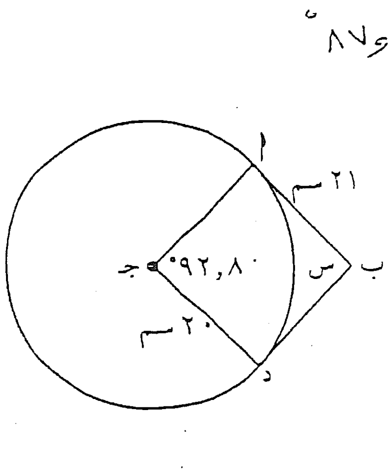
س = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٩٢,٨٠°) = ٨٧,٢°

(ب) أوجد محيط الرباعي ب أ جـ د. أجـ = دجـ = ٢٠ سم

، أب = ب د = ٢١ سم

محيط الرباعي

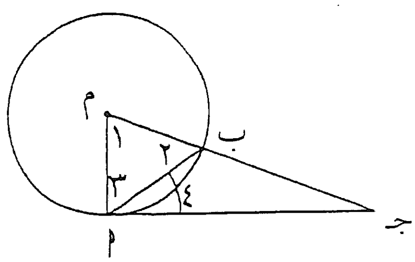
= ٢١ + ٢١ + ٢٠ + ٢٠ = ٨٢ سم



(جـ) أوجد ب جـ.

في △ ب أ جـ

ب جـ = $\sqrt{(٢١)^2 + (٢٠)^2}$ = ٢٩ سم



في التمرينين (١٣ - ١٤). أجـ ↔ مماس للدائرة في أ. ق(أ̂) = ٧٠°.

أجـ مماس ، م أ نصف قطر

(١٣) أوجد ق(٤̂).

∴ ق(جـ أ م) = ٩٠°

ق(أ̂) = ٧٠°

∴ ق(٣̂) = (١٨٠ - ٧٠) / ٢ = ٥٥°

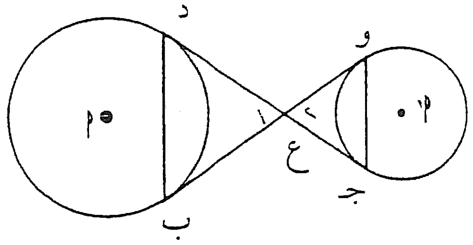
∴ ق(٤̂) = ٩٠ - ٥٥ = ٣٥°

(١٤) إذا كان ق(أ̂) = س، فأوجد ق(٤̂) بمعلومية س.

ق(أ̂) = س

ق(٣̂) = (١٨٠° - س) / ٢ = ٩٠ - س / ٢

ق(٤̂) = ~~٩٠~~ - ~~٩٠~~ + س / ٢ = س / ٢



(١٥) في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين ع ب د، ع وجـ.

ع و ، ع جـ مماسان للدائرة م٢

∴ ع و = ع جـ ∴ ع و / ع جـ = ١

، ع د ، ع ب مماسان للدائرة م١

∴ ع د = ع ب ∴ ع د / ع ب = ١

∆ ع ب د ، ع و جـ

فيهما

١ ق(١̂) = ق(٢̂) بالتقابل بالرأس

٢ ع و / ع جـ = ع د / ع ب

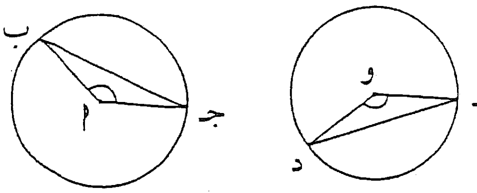
∴ ∆ ع ب د ~ ∆ ع و جـ

التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

الأوتار والأقواس
Chords and Arcs

المجموعة أ تمارين أساسية

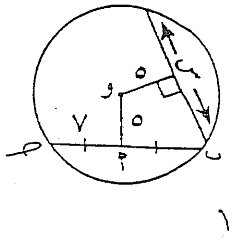
(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين و ، أ في الشكل المقابل؟



ق(و̂) = ق(م̂) ∴ هـ د = جـ ب ، ق(هـ د⌒) = ق(جـ ب⌒)

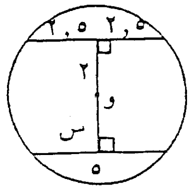
(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)



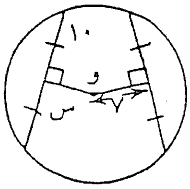
∵ م ب = م جـ ، و م ⊥ ب جـ
∴ البعد = البعد
∴ س = ١٤

(ب)



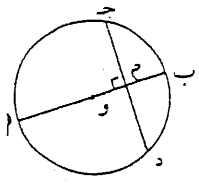
∵ الوتر = الوتر
∴ البعد = البعد
∴ س = ٢

(جـ)



∵ الوتر = الوتر
∴ البعد = البعد
∴ س = ٧

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل أكمل ما يلي:

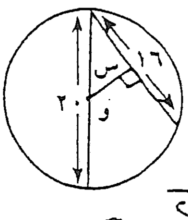


معطى: أب قطر الدائرة، أب ⊥ جـ د. ماذا تستنتج؟

د م = م جـ ، د ب⌒ = ب جـ⌒

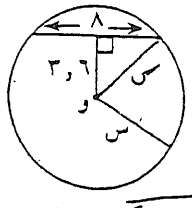
(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

(أ)



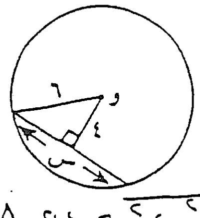
س = $\sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ٦

(ب)



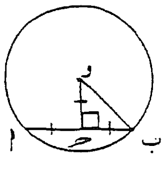
س = $\sqrt{٤^٢ + (٣,٦)^٢}$ = ٣٨و٥

(جـ)



س = ٢ × $\sqrt{٦^٢ - ٤^٢}$ = ٨و٩٤

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر أب⌒.

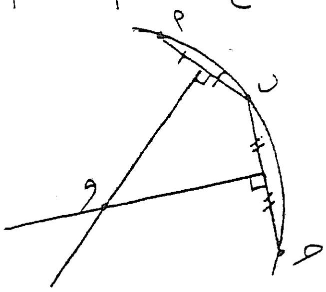


و جـ ⊥ ب م ∴ ق(ب و̂ جـ) = ٤٥°

∵ ب جـ = جـ م ∴ ق(ب و̂ م) = ٩٠°

∵ ب جـ = و جـ ∴ ق(م ب⌒) = ٩٠°

* (٦) **علم الآثار**: وجد عالم آثار قطعًا صغيرة من طبق دائري الشكل. اشرح كيف يستطيع هذا العالم استخدام قطعة واحدة لإيجاد مركز وطول نصف قطر هذا الطبق الدائري.



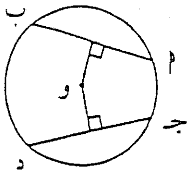
نأخذ ٣ نقاط م، ن، ح على قوس القطعة

ثم نرسم محوراً لكل من مَن، نح يتقاطعان في و

وهي مركز هذا الطبق الدائري

طول وم هو طول نصف قطر الدائرة

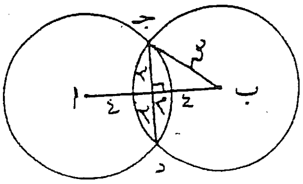
(٧) **تحليل الخطأ**: نظر سلطان إلى الشكل المقابل واستنتج أن $\overline{اب} \cong \overline{جـ د}$. ما الخطأ في استنتاجه؟



الخطأ أن البعد ≠ البعد

(٨) ا، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك للدائرتين.

(أ) إذا كان اب = ٨ سم، جـ د = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟



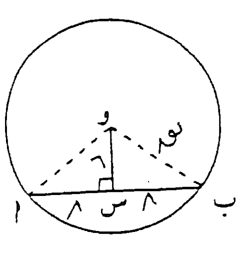
$\overline{مَن} \perp \overline{حد}$ ، ح م = م د = ٣

، ن م = م ا = ٤ ∴ نق = $\sqrt{٤^٢ + ٣^٢}$ = ٥ سم

(ب) إذا كان اب = ٢٤ سم، نصف القطر = ١٣ سم. فما طول $\overline{جـ د}$؟

جـ د = ٢ × $\sqrt{١٣^٢ - ١٢^٢}$ = ٢ × ٥ = ١٠ سم

(٩) في الشكل المقابل، اب = ١٦ سم، وس = ٦ سم. أوجد:



(أ) طول نصف قطر الدائرة؟ $\overline{وس} \perp \overline{اب}$ ∴ ب س = س ا = ٨ سم

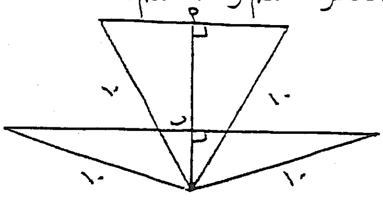
∴ نق = $\sqrt{٨^٢ + ٦^٢}$ = ١٠ سم

(ب) قياس القوس الصغير $\overset{\frown}{اب}$.

ق(ب و س) = ظا$^{-١}$ $\frac{٨}{٦}$ = ٥٣,١٣° ∴ ق(ب و ا) = ١٠٦,٢٦°

∴ ق($\overset{\frown}{اب}$) = ١٠٦,٢٦°

(١٠) تفكير ناقد: طول قطر دائرة يساوي ٢٠ سم، وطولا وترين موازيين لهذا القطر ٦ سم و ١٦ سم.



أوجد أقصر مسافة بين الوترين لأقرب جزء من عشرة من السنتمتر.

(أ) إذا كان الوتران في جهة واحدة من المركز.

م ن = $\sqrt{١٠^٢ - ٣^٢} - \sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ٣,٥٣ سم

(ب) إذا كان الوتران في جهتين مختلفين من المركز.

م ن = $\sqrt{١٠^٢ - ٣^٢} + \sqrt{١٠^٢ - ٨^٢}$ = ١٥,٥٣ سم

(١١) إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٥ سم وطول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة والوتر هو تقريبًا :

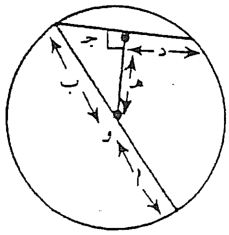
(أ) ٩ سم (ب) ٩,٦ سم (جـ) ١٨ سم (د) ١٩,٢ سم

البعد = $\sqrt{(١٢٫٥)^2 - ٨^2}$ = ٩٫٦ سم

(١٢) البعد بين مركز الدائرة ووتر طوله ٩ سم يساوي ١١ سم تقريبًا.

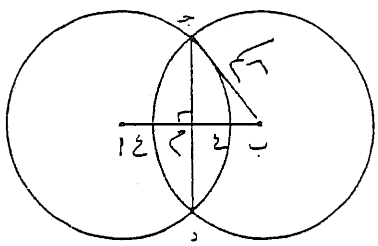
أوجد طول نصف قطر الدائرة لأقرب عدد كلي.

نق = $\sqrt{١١^2 + (٤٫٥)^2}$ ≃ ١٢ سم



(١٣) أي مما يلي لا تستطيع استنتاجه من الرسم المقابل؟

(أ) جـ = د (ب) أ = ب (جـ) جـ^2 + هـ^2 = ب^2 (د) هـ = د



(١٤) دائرتان مركزاهما على الترتيب أ، ب تتقاطعان بالنقطتين جـ، د.

وطول نصف قطر كل دائرة ٦ سم.

أوجد طول $\overline{جـ د}$ إذا كان طول $\overline{أب}$ يساوي ٨ سم.

$\overline{أب}$ ⊥ $\overline{جـ م}$ وينصفه

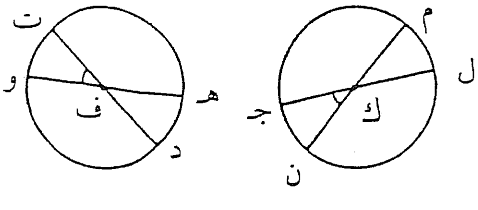
جـ م = $\sqrt{٦^2 - ٤^2}$ = ٤٫٤٧

∴ جـ د = ٢ × ٤٫٤٧ = ٨٫٩٤ سم

المجموعة ب تمارين تعزيزية

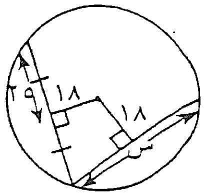
(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين كما في الشكل المقابل؟

ق(جـ ن) = ق(ل م) = ق(هـ د) = ق(ت و)



(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)

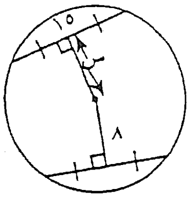


البعد = البعد

∴ الوتر = الوتر

∴ س = ٥٠

(ب)

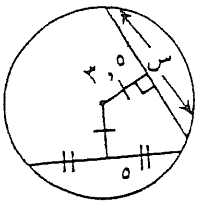


∵ الوتر = الوتر

∴ البعد = البعد

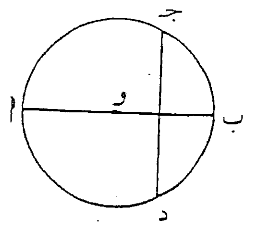
∴ س = ٨

(جـ)



س = ١٠

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل، املأ الفراغ بما هو مناسب.

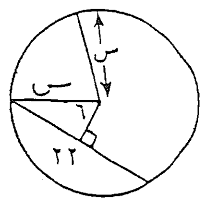


معطى: $\overline{أب}$ منصف عمودي لـ جـ د.

∴ يمر $\overline{أب}$ بـ مركز الدائرة

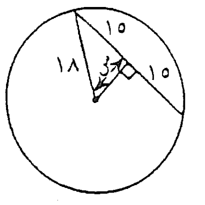
(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

(أ)



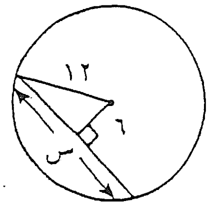
$س = \sqrt{١١^٢ + ٦^٢} = ١٢٫٥٢$

(ب)



$س = \sqrt{١٨^٢ - ١٥^٢} = ٩٫٩٤$

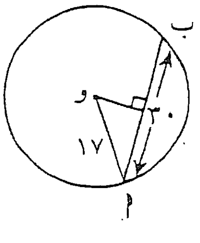
(جـ)



$س = ٢ \times \sqrt{١٢^٢ - ٦^٢}$

$= ٢٠٫٧٨$

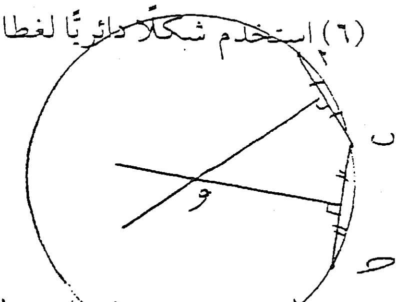
(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.



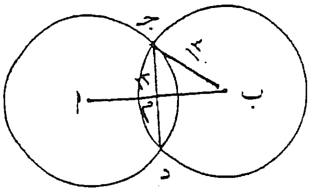
∵ $ق(أ و ب) = ٢ \times جا^{-١} \frac{١٥}{١٧} = ١٢٣٫٨٥°$

∴ $ق(\overset{\frown}{أب}) = ١٢٣٫٨٥°$

(٦) استخدم شكلاً دائريًا لغطاء عبوة مشروب غازي لرسم دائرة، حدّد مركز هذه الدائرة.



نأخذ ٣ نقاط أ ، ب ، جـ على محيط الغطاء (الدائرة)
ثم نرسم محوراً لكل من أب ، ب جـ تتقاطعا في و
وهي مركز الدائرة



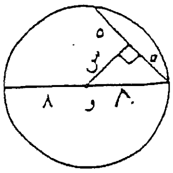
(٧) أ، ب مركزي دائرتان متطابقتان. جـ د وتر مشترك لكلتا الدائرتين.

إذا كان طول نصف القطر يساوي ١٣سم، جـ د = ٢٤سم. فما طول أب؟

أب ⊥ جـ د

ب م = √(١٣² - ١٢²) = ٥ سم

∴ أ ب = ٢×٥ = ١٠ سم



(٨) في الشكل المقابل، أوجدقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

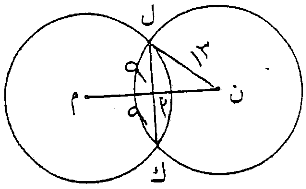
س = √(٨² - ٥²) = ٦,٢

(٩) طول نصف قطر دائرة يساوي ٨, ١٠ سم، وطول الوتر ١٢سم. ما البعد بين مركز الدائرة والوتر؟

البعد = √((١٠,٨)² - ٦²) = ٨,٩٨ سم

(١٠) في الشكل أدناه م، ن مركزي دائرتان متطابقتان. طول نصف قطر كل دائرة يساوي ١٣سم، ل ك وتر مشترك للدائرتين، حيث ل ك = ١٨ سم. أوجد طول م ن

علمًا بأن القطعة ل ك ∩ م ن = {و}.



م ن ⊥ ل ك

م و = √(١٣² - ٩²) = ٩,٣٨ سم

م ن = ٢ × ٩,٣٨ = ١٨,٧٦ سم

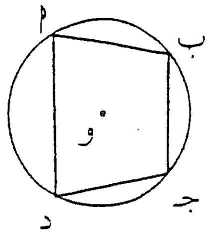
تمرين
٦-٣

التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

Central Angles and Inscribed Angles

المجموعة أ تمارين أساسية

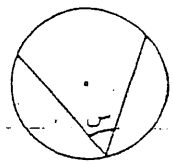


(١) في الشكل المقابل، سمِّ الزوايا المحيطية.

~~(م ب جـ) ، (ب جـ د) ، (جـ د م) ، (د م ب)~~

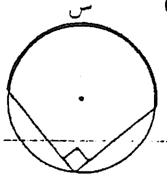
(٢) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية:

(أ)



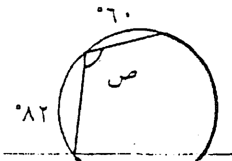
س = $\frac{1}{2}$ × ١١٦ = ٥٨°

(ب)



س = ٢ × ٩٠ = ١٨٠°

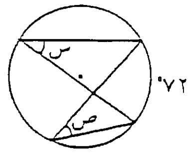
(جـ)



س = ٣٦٠ − (٦٠ + ٨٢) = ٢١٨°

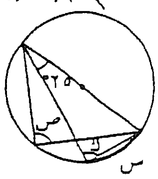
~~ص = $\frac{1}{2}$ × ٢١٨ = ١٠٩°~~

(د)



س = ص = $\frac{1}{2}$ × ٧٢ = ٣٦°

(هـ)

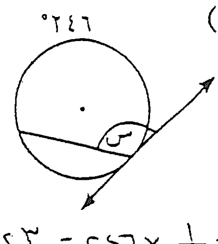


ل = ص = ٩٠°

س = ٢ × ٢٥ = ٥٠°

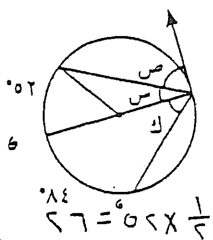
(٣) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية بمعلومية أن المستقيم في كل رسم يمثل مماسًا للدائرة.

(أ)



س = $\frac{1}{2}$ × ٢٤٦ = ١٢٣°

(ب)

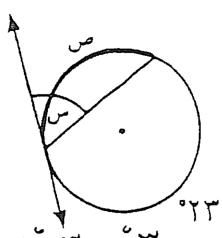


ل = $\frac{1}{2}$ × ٨٤ ،
= ٤٢

س = $\frac{1}{2}$ × ٥٢ = ٢٦°

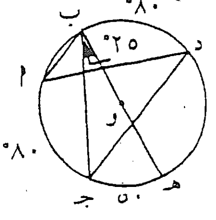
ص = ٩٠ − ٢٦ = ٦٤°

(جـ)



ص = ٣٦٠ − ٢٣٠ = ١٣٠°

~~س = $\frac{1}{2}$ × ١٣٠ = ٦٥°~~

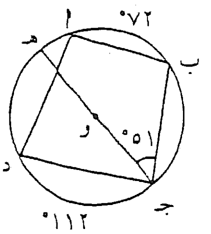


(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الرسم المقابل:

(أ) ق(أ) = ٤٠°   (ب) ق(جـ هـ) = ٥٠°   (جـ) ق(جـ) = ٤٠°

(د) ق(د) = ٤٠°   (هـ) ق(أ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ × ١٣٠
= ٦٥°

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس: القوس الأصغر ب جـ، ق(ب̂)، ق(ب جـ د).



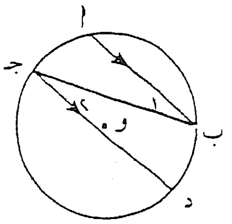
ق(ب أ هـ) = ٢ × ٥١ = ١٠٢° ، ق(ب̂) = ½ (٩٨+١١٢)

∴ ق(ب جـ) = ١٨٠ - ١٠٢ = ٧٨° ، = ١٠٥°

ق(أ د) = ٣٦٠ - (٧٢ + ٧٨ + ١١٢) = ٩٨° ، ق(ب جـ د) = ½ (٧٢ + ٩٨)

= ٨٥

(٦) ارسم الوتر ب جـ. اشرح لماذا أجـ ≡ ب د.



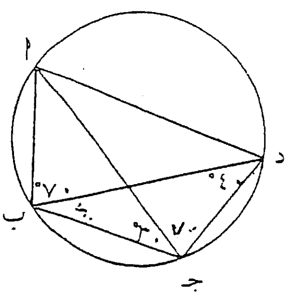
أب // جـ د ∴ ق(١) = ق(٢) بالتبادل

∴ ق(أجـ) = ق(ب د)

∴ أجـ ≅ ب د

(٧) ما نوع شبه المنحرف المحاط بدائرة؟ اشرح.

~~شبه منحرف متطابق الساقين لأنه يوازي القاعدتين يعني تطابق الساقين~~

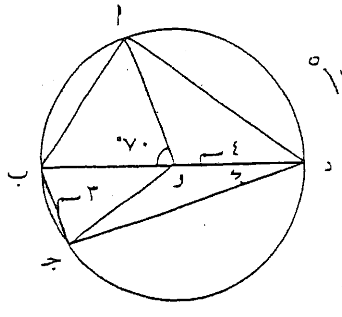


(٨) أوجد ق(جـ ب̂ د).

ق(د جـ أ) = ق(د ب̂ أ) = ٧٠°

∴ ق(جـ ب̂ د) = ١٨٠ - (٤٠ + ١٠٠) = ٤٠°

(٩) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة. أوجد:

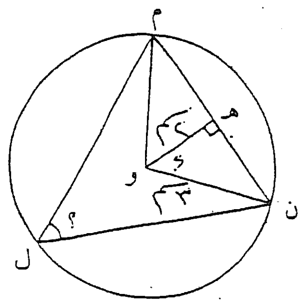


(أ) ق(أ د̂ ب) = ½ × ٧٠ = ٣٥°

(ب) قياس كلّ من أب، أد. ق(أب) = ٧٠° ، ق(أد) = ١١٠°

* (جـ) ق(ب د̂ جـ) = جا⁻¹ ٣/٨ ≃ ٢٢°

* (١٠) مستخدمًا معطيات الشكل، حيث و هي مركز الدائرة،



وهـ = ٢ سم، ن و = ٣ سم. أوجد:

(أ) ق(هـ و̂ ن). = جتا⁻¹ ٢/٣ ≃ ٤٨°

(ب) ق(ل̂) = ½ ق(ن و̂ م) ≃ ٤٨°

(١١) في الشكل المقابل، أد منصف الزاوية أ.

(أ) أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين.

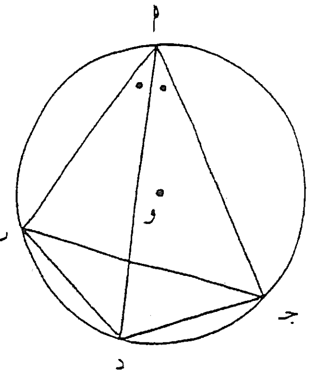
∵ أد ينصف أ̂

∴ ق(جـ أ د) = ق(ب أ د)

∴ ق(جـ د) = ق(د ب)

∴ جـ د = د ب

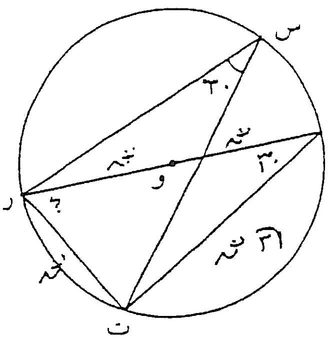
∴ Δ ب جـ د متطابق الضلعين



(ب) ماذا يمكننا أن نقول عن Δ ب جـ د إذا كان Δ أب جـ قائم الزاوية في أ؟

Δ ب جـ د قائم الزاوية في د

(١٢) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة:



(أ) ما نوع المثلث ر ل ت؟ قائم الزاوية في ت

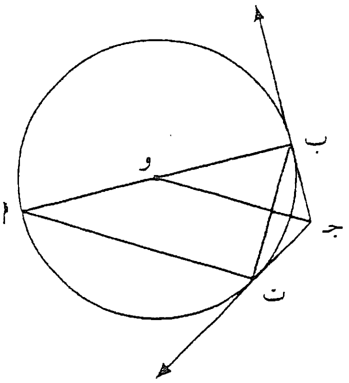
(ب) أوجد ق(ل ر̂ ت). ق(ل̂) = ٣٠° ∴ ق(ل ر̂ ت) = ٦٠°

(جـ) أوجد محيط Δ ر ل ت بدلالة نق.

محيط Δ ر ل ت = ٢نق + نق + ٣√ نق = (٣ + ٣√) نق

(١٣) أب قطر في دائرة مركزها و. جـ ب، جـ ت مماسان للدائرة يتقاطعان في جـ.

أثبت أن أت // وجـ. (إرشاد: صل وت أو ب ت)



∵ جـب، جـت مماسان للدائرة و ∴ جـو ⊥ ب ت ← (١)

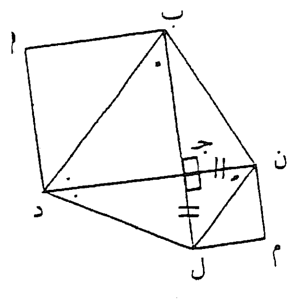
∵ أب قطر ∴ ق(ب ت أ) = ٩٠° ∴ أت ⊥ ب ت ← (٢)

من (١)، (٢) ∴ أت // جـو

(١٤) التفكير المنطقي: أب جـ د، م ن جـ ل مربعان حيث جـ ∈ ن د.

هل ب د ل ن هو رباعي دائري؟

فسّر إجابتك.



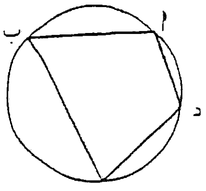
ق(أ ب د) = ق(أ ن د) = ٤٥°

وهما مرسومتان على الضلع أ د

∴ الشكل ب د ل ن رباعي دائري

المجموعة ب تمارين تعزيزية

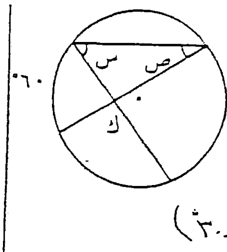
(١) في الشكل المقابل، سمِّ زوجًا من الزوايا المتكاملة.



أ̂ ، ج̂ متكاملتان ، ب̂ ، د̂ متكاملتان

(٢) أوجد قياسات الزوايا والأقواس المجهولة في كلّ من الأشكال الهندسية التالية:

(أ)



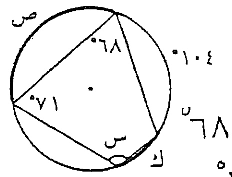
س = ١٠٨ ÷ ٢ = ٥٤°

ص = ٦٠ ÷ ٢ = ٣٠°

ك = ١٨٠ − (٥٤ + ٣٠°)

= ٩٦°

(ب)



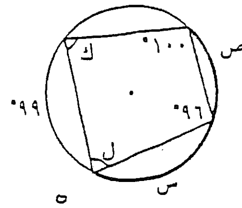
س = ١٨٠ − ٦٨°

= ١١٢°

ص = ٣٦٠ − (١٠٤ + ٢×٦٨°) = ١٢٠°

ك = ٢×٧١ − ١٠٤° = ٣٨°

(جـ)



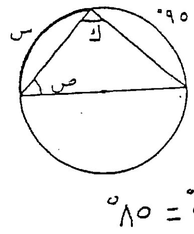
ل = ٨٠°

، ك = ٨٤°

س = ٢٠٠ − ٩٩ = ١٠١°

ص = ٢×٨٤ − ١٠١° = ٦٧°

(د)

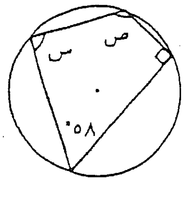


ك = ٩٠°

ص = ٥و٤٧°

س = ١٨٠ − ٩٥° = ٨٥°

(هـ)

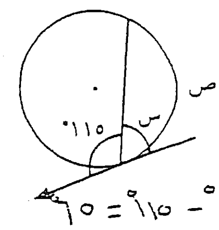


س = ٩٠°

، ص = ١٨٠ − ٥٨° = ١٢٢°

(٣) أوجد قيمة المجهول في كلّ من الأشكال التالية بمعلومية أن الشعاع في كل شكل يمثل مماسًا للدائرة.

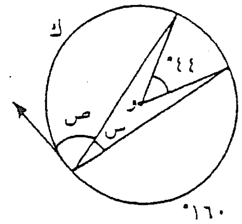
(أ)



س = ١٨٠ − ١١٥° = ٦٥°

ص = ٢×٦٥° = ١٣٠°

(ب)

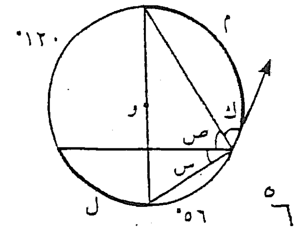


س = ½ × ٤٤° = ٢٢°

ص = ٩٠ − ٢٢° = ٧٨°

ك = ٢×٧٨° = ١٥٦°

(جـ)



ص = ٦٠°

س = ٣٠°

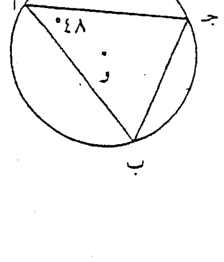
ل = ٢×٣٠° = ٦٠°

م = ٣٦٠ − (١٢٠ + ٥٦° + ٦٠°)

= ١٢٤°

، ك = ½ × ١٢٤ = ٦٢°

(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الشكل المقابل.



(أ) ق(ب⌒ج) = ٩٦°

(ب) ق(ب̂) = ½ × ١١٠° = ٥٥°

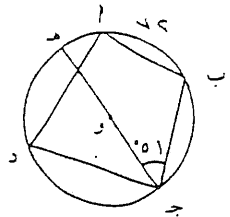
(جـ) ق(ج̂)

= ١٨٠ − (٤٨° + ٥٥°)

= ٧٧°

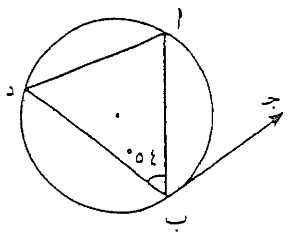
(د) ق(أ⌒ب) = ٢ × ٧٧°

= ١٥٤°



(٥) في الشكل المقابل، ق (⌒أب) = ٧٢°، ق (ب جـ هـ) = ٥١° أوجد قياس القوس هـ أ.

ق(⌒هـأ) = ٢ × ٥١° − ٧٢° = ٣٠°



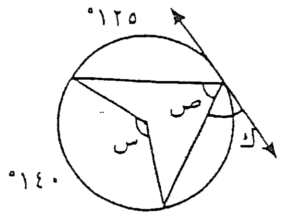
(٦) هل كل متوازي أضلاع يكون رباعي دائري؟ فسّر إجابتك..

لا ، لأنه في متوازي الأضلاع كل زاويتان متقابلتان متساويتان ولكي يكون متوازي الأضلاع رباعي دائري لابد أن تكون كل زواياه متساوية = ٩٠°

(٧) في الرسم المقابل، ق (ب د) = ١٤٠° أوجد ق(أب̂جـ).

ق(ب̂أد) = ٧٠° ∴ ق(أد̂ب) = ١٨٠ − (٥٤ + ٧٠) = ٥٦°

∴ ق(أب̂جـ) = ٥٦°

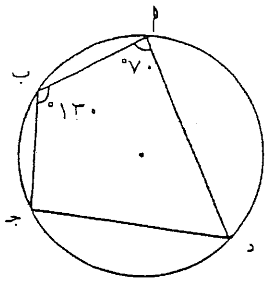


(٨) أوجد قيمة كل من الزاويا المجهولة في الشكل المقابل.

س = ١٤٠°

، ص = ٧٠°

، ك = $\frac{1}{2}$ × ٩٥° = ٤٧,٥°

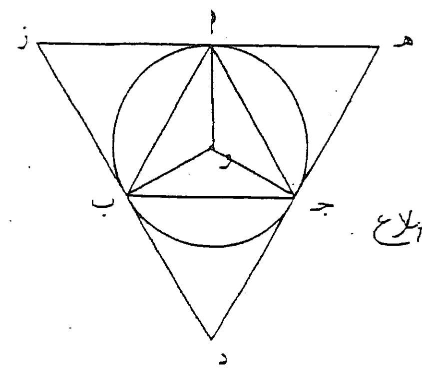


(٩) أب جـ د رباعي دائري (محوط بدائرة). ق(أ̂) = ٧٠°، ق(ب̂) = ١٣٠°.

أوجد ق(جـ̂)، ق(د̂).

ق(جـ̂) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

، ق(د̂) = ١٨٠° − ١٣٠° = ٥٠°



(٣) ∆ أب جـ متطابق الأضلاع تحيط به دائرة. أثبت أن المماسات على الدائرة في النقاط أ، ب، جـ تشكل مثلثًا متطابق الأضلاع.

ق(أ̂) = ق(ب̂) = ق(جـ̂) = ٦٠° زوايا المثلث أ ب جـ

∴ ق(أو̂جـ) = ق(أو̂ب) = ق(جـو̂ب) = ١٢٠° من خواص ∆ متطابق الأضلاع

∴ ق(هـ̂) = ق(ز̂) = ق(د̂) = ٦٠°

∴ ∆ هـ ز د متطابق الأضلاع

تمرّن
٦-٤

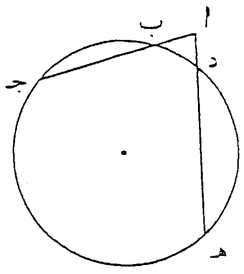
التاريخُ الهجريُّ: .... التاريخُ الميلاديُّ: ....

الدائرة: الأوتار المتقاطعة، المماس

Circle: Intersecting Chords and Tangent

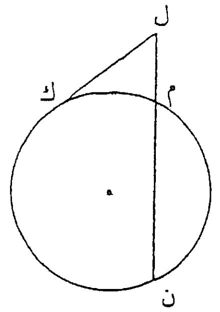
المجموعة (أ) تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل:
أجـ = ٢٠، ب جـ = ١٥
أهـ = ٢٥.
أوجد: دهـ.



أب × أجـ = أد × أهـ
٥ × ٢٠ = أد × ٢٥
أد = $\frac{٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ٤ ∴ دهـ = ٢١

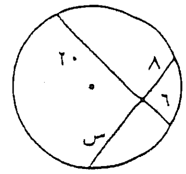
(٢) في الشكل المقابل $\overline{لك}$ مماس الدائرة
ل ك = ٨؛ ل م = ٤.
أوجد: م ن.



(ل ك)² = ل م × ل ن
٨² = ٤ × ل ن
∴ ل ن = ١٦ ∴ م ن = ١٢

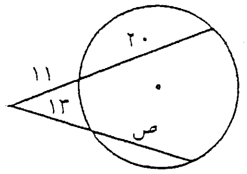
في التمارين (٣–٥)، أوجد قيمة كل متغير.

(٣)



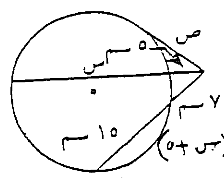
س × ٨ = ٦ × ٢٠
س = $\frac{٦ \times ٢٠}{٨}$ = ١٥

(٤)



١٣(١٣ + ص) = ١١ × ٣٣
١٣ + ص = ٢٧٫٩ ص = ١٤٫٩

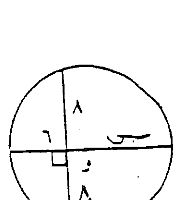
(٥)



٧ × ٢٢ = ٥ × (س + ٥)
س = ٢٥٫٨
ص² = ٧ × ٢٢ ص = ١٢٫٤

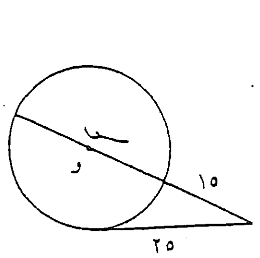
في التمرينين (٦–٧)، أوجد طول قطر كل دائرة.

(٦)



٨ × ٨ = ٦ × س
س = ١٠٫٦ ∴ طول القطر = ١٦٫٦

(٧)

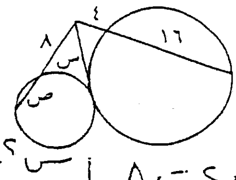


(٢٥)² = ١٥ (١٥ + س)
١٥ + س = ٤١٫٦ ∴ س = ٢٦٫٦
∴ طول القطر = ٢٦٫٦

٢٥

في التمرينين (٨ – ٩)، استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س، ص.

(٨)



س² = ٤ × ٢٠ = ٨٠

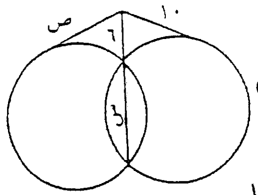
س = ٩٤ و٨

س² = ٨ × (٨ + ص)

٨٠ = ٨ × (٨ + ص)

ص = ٢

(٩)



(١٠)² = ٦ × (٦ + س)

١٠٠/٦ = ٦ + س

س = ٦٦ و١٠

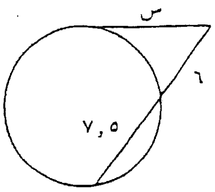
ص² = ٦ (٦ + س) = (١٠)²

$\boxed{\text{ص} = ١٠}$

(١٠) تحليل الخطأ: لإيجاد قيمة س كتب أحد الطلاب المعادلة التالية:

٧,٥ × ٦ = س². فما الخطأ الذي وقع به؟

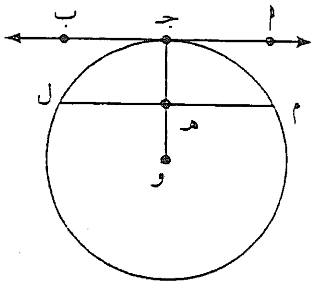
المفروض يكتب ٥و١٣ × ٦ = س²



(١١) $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة عند جـ

هـ منتصف الوتر $\overline{\text{م ل}}$.

أثبت أن: $\overline{\text{م ل}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أب}}$.



∵ هـ منتصف $\overline{\text{م ل}}$

∴ وهـ ⊥ $\overline{\text{م ل}}$ ∴ ق (وهـ ل) = ٩٠°

∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس ، وجـ نصف قطر

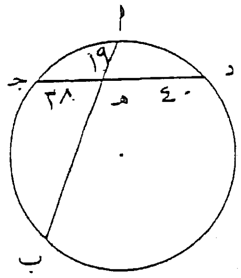
∴ وجـ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ∴ ق (وجـ ب) = ٩٠°

وهما في وضع تناظر ∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // م ل

(١٢) في الشكل أدناه:

أهـ = ١٩، هـ د = ٤٠، هـ جـ = ٣٨

أوجد هـ ب.

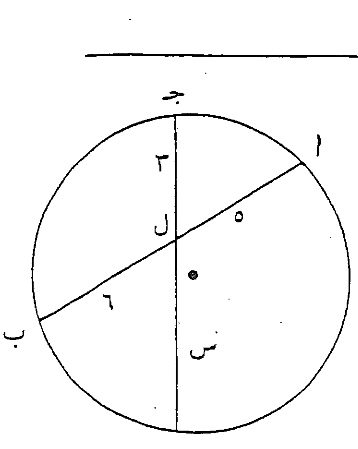


١٩ × هـ ب = ٤٠ × ٣٨

هـ ب = (٤٠ × ٣٨) / ١٩ = ٨٠

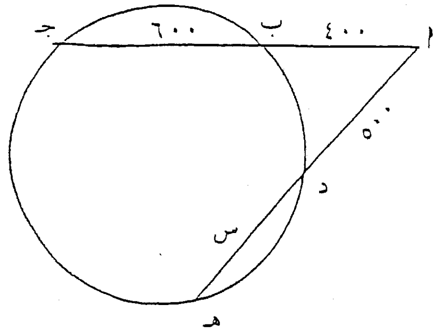
(١٣) أوجد قيمة س. س × ٣ = ٥ × ٦

س = ١٠



٢٦

(١٤) أوجد قيمة س.



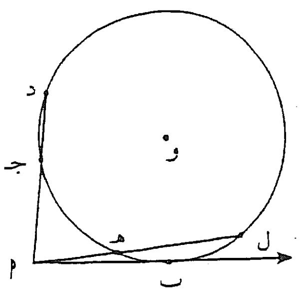
٥٠٠ × (٥٠٠ + س) = ٤٠٠ × ١٠٠٠

٥٠٠ + س = ٨٠٠

س = ٣٠٠

(١٥) في الشكل المقابل: $\overleftarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة

أجـ = ١٠ ، أهـ = ٨ ، هـ ل = ١٢ .

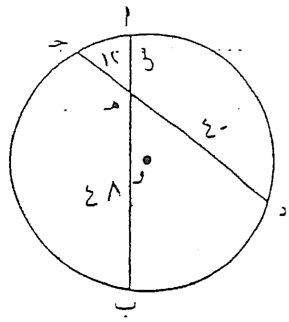


(أ) أوجد جـ د. ١٠ × أد = ٨ × ٢٠   أد = ١٦

∴ جـ د = ٦

(ب) أوجد أب. (أب)^2 = ٨ × ٢٠ = ١٦٠

أب = ١٢,٦٤



(١٦) في الشكل المقابل أوجد قيمة س إذا كان: جـ هـ = ١٢ ، هـ د = ٤٠ ، هـ ب = ٤٨ .

س × ٤٨ = ١٢ × ٤٠

س = ١٠

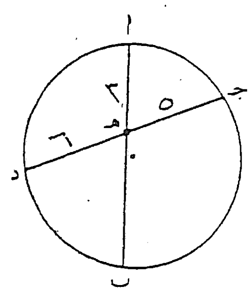
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في الشكل أدناه:

هـ جـ = ٥ ، هـ أ = ٣ ،

هـ د = ٦ .

أوجد هـ ب.



٣ × هـ ب = ٥ × ٦

هـ ب = ١٠

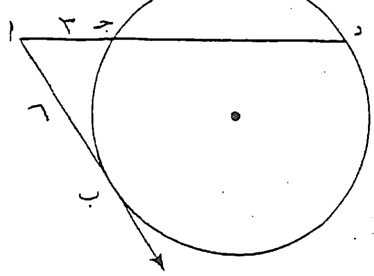
(٢) في الشكل أدناه:

$\overleftarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة

أب = ٦

أجـ = ٣

أوجد أد، جـ د.



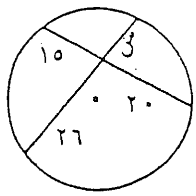
٦^2 = ٣ × أد

أد = ١٢

جـ د = ٩

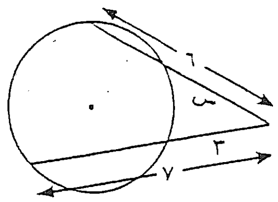
في التمارين (٣—٥)، أوجد قيمة كل من س، ص.

(٣)



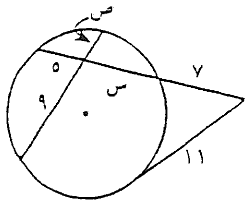
$$س \times ٢٦ = ٢٠ \times ١٥$$
$$س = ١١٫٥٣$$

(٤)

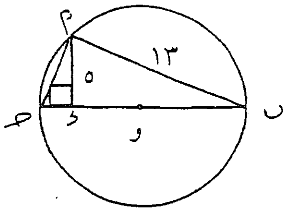


$$س \times ٦ = ٣ \times ٧$$
$$س = ٣٫٥$$

(٥)

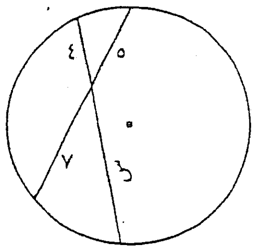


$$١١^{٢} = ٧ \times (١٢ + س)$$
$$١٢ + س = \frac{١٢١}{٧}$$
$$س = ٥٫٢٨$$
$$ص \times ٩ = س \times ٥$$
$$ص = \frac{٥ \times ٥٫٢٨}{٩}$$
$$ص = ٢٫٩٣$$



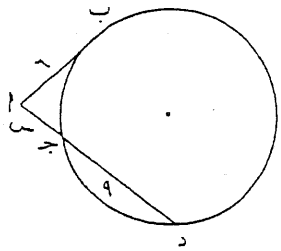
* (٦) أوجد طول قطر الدائرة، استخدم الشكل المقابل للإجابة.

$$ب د = \sqrt{١٣^{٢} - ٥^{٢}} = ١٢ \quad ، \quad (أب)^{٢} = ب د \times ب جـ$$
$$(١٣)^{٢} = ١٢ \times ب جـ$$
$$ب جـ = ١٤٫٠٨ = \text{طول القطر}$$



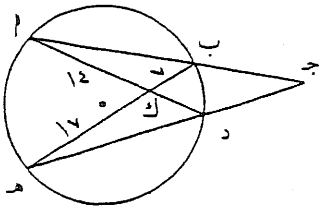
(٧) أوجد قيمة س.

$$س \times ٤ = ٥ \times ٧$$
$$س = \frac{٥ \times ٧}{٤} = ٨٫٧٥$$



(٨) أوجد قيمة س.

$$٦^{٢} = س \times (س + ٩)$$
$$\therefore س^{٢} + ٩س - ٣٦ = ٠$$
$$(س + ١٢)(س - ٣) = ٠$$
$$\therefore س = ٣$$

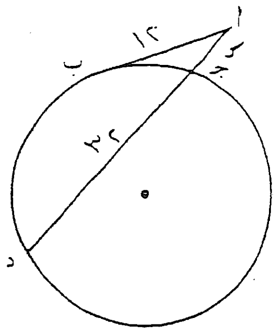


(٩) في الشكل المقابل، إذا كان أك = ١٤، هـ ك = ١٧، ب ك = ٧.

فأوجد د ك.

$$١٤ \times د ك = ٧ \times ١٧$$
$$د ك = \frac{٧ \times ١٧}{١٤} = ٨٫٥$$

(١٠) في الشكل المقابل،



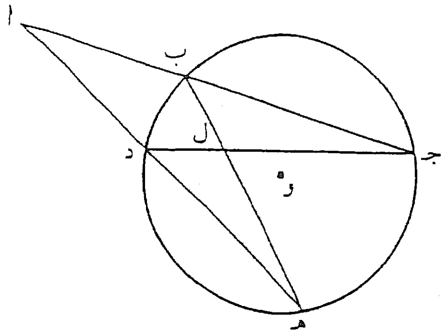
$\overline{\text{أب}}$ مماس للدائرة. أب = ١٢ ، جـ د = ٣٢. أوجد أجـ

(١٢)² = س (س + ٣٢)   ∴ س = ٤

س² + ٣٢ س − ١٤٤ = ٠   ∴ أجـ = ٤

(س + ٣٦)(س − ٤) = ٠

(١١) في الشكل المقابل، $\overline{\text{ب هـ}}$، $\overline{\text{دجـ}}$ يتقاطعان في ل.



جـ ب ، هـ د يتقاطعان في أ.

أثبت أن:

(أ) ل جـ = ل هـ، علمًا إن: ل د = ل ب.

ل جـ × ~~ل د~~ = ل هـ × ~~ل ب~~   لأن ل د = ل ب

∴ ل جـ = ل هـ

(ب) ب جـ = دهـ علمًا إن: أب = أد

أجـ × ~~أب~~ = ~~أد~~ × أهـ   لأن أب = أد

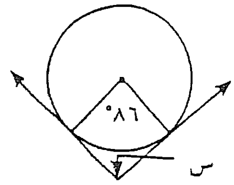
~~أب~~ + ب جـ = ~~أد~~ + د هـ   لأن أب = أد

∴ ب جـ = د هـ

اختبار الوحدة السادسة

في التمرينين (١ – ٢)، لنفرض أن الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة، أوجد قيمة س.

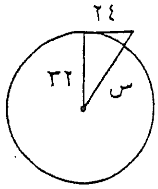
(١)



س = ٣٦٠ − (٩٠° + ٩٠° + ٨٦)

س = ٩٤°

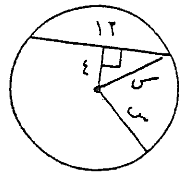
(٢)



س = $\sqrt{٢٤^{٢} + ٣٢^{٢}}$ = ٤٠

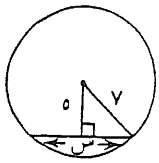
في التمرينين (٣ – ٤)، أوجد قيمة س.

(٣)



س = $\sqrt{١٠^{٢} + ٤^{٢}}$ = ١٠٫٧

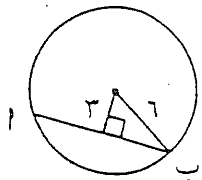
(٤)



س = ٢ × $\sqrt{٧^{٢} − ٥^{٢}}$ = ٩٫٨

في التمرينين (٥ – ٦)، أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{أب}$.

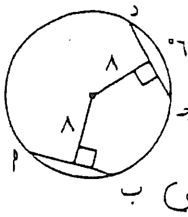
(٥)



ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٢ × جتا$^{-1}$ $\frac{٣}{٦}$ = ٢ × ٦٠

= ١٢٠°

(٦)

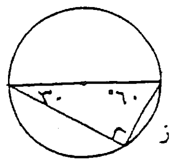


∵ البعد = البعد

∴ الوتر = الوتر

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{جد}$)

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٦٥°



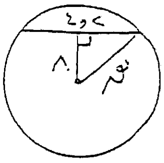
(٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ز. ز = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

(٨) الكتابة: المعيّن المحاط بدائرة خارجة هو مربع. ____

(أ) صح

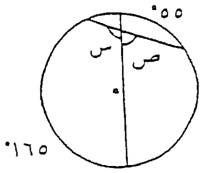
(ب) خطأ

(٩) وتر في دائرة طوله ٢,٤ سم ويبعد ٨ سم عن مركز الدائرة. فما طول نصف قطر الدائرة؟



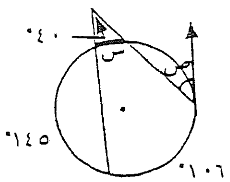
نق = $\sqrt{٨^2 + (١,٢)^2}$ = ٨,٠٩ سم

في التمارين (١٠ – ١٥)، الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة. أوجد قيمتي س، ص في كل مما يلي:



(١٠) س = $\frac{1}{2}$ (١٦٥° + ٥٥°) = ١١٠°

ص = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

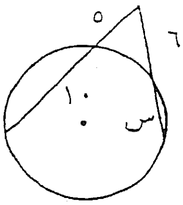


(١١) ١٠٦ − س = ٢ × ٤٠

س = ١٠٦ − ٨٠ = ٢٦°

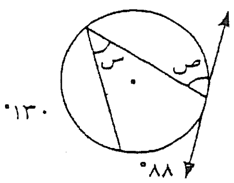
ص = $\frac{1}{2}$ [٣٦٠ − (١٠٦ + ١٤٥ + ٢٦)]

= ٤١,٥°



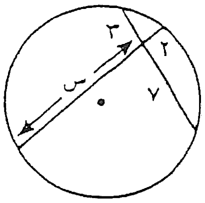
(١٢) ٦ × (٦ + س) = ٥ × ١٥ ∴ س = ٦,٥

٦ + س = ١٢,٥



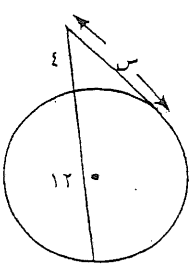
(١٣) س = $\frac{٨٨}{٢}$ = ٤٤°

ص = $\frac{1}{2}$ [٣٦٠° − ٨٨° − ١٣٠°] = ٧١°



(١٤) س × ٢ = ٧ × ٣

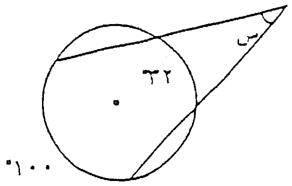
س = $\frac{٧ × ٣}{٢}$ = ١٠,٥



(١٥) س² = ٤ × ١٦

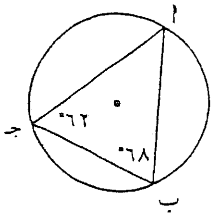
س = ٨

(١٦) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



س = $\frac{1}{2}$ [١٠٠° - ٣٢°] = ٣٤°

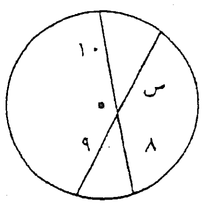
(١٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ب⌢جـ .



ق(أ) = ١٨٠° - (٦٨° + ٦٢°) = ٥٠°

ق(ب⌢جـ) = ٢ × ٥٠° = ١٠٠°

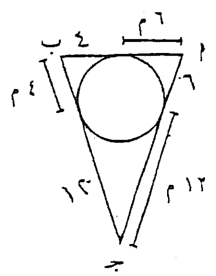
(١٨) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



س × ٩ = ٨ × ١٠

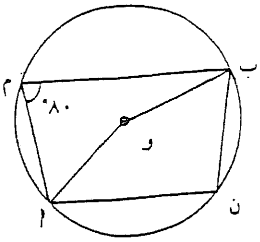
س = $\frac{٨ \times ١٠}{٩}$ = ٨̄ و ٨

(١٩) أوجد محيط المثلث أ ب جـ.



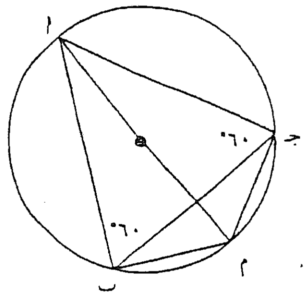
محيط △ أ ب جـ = ٦ + ٦ + ١٢ + ١٢ + ٤ + ٤ = ٤٤ م

(٢٠) أوجد ق(نˆ).



ق(نˆ) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

(٢١) في الشكل المقابل، Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع. أوجد :



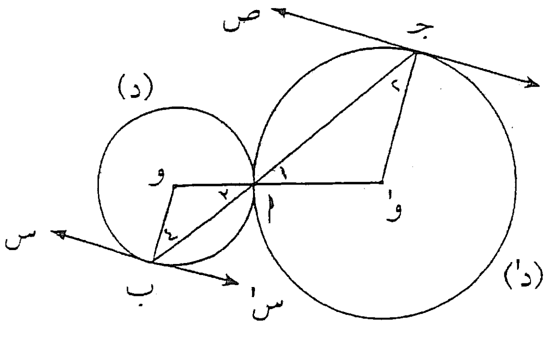
ق(أ مˆ ب). = ق(أ جˆ ب) = ٦٠°

ق(ب مˆ جـ). = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠°

ق(م جˆ ب). = ق(م نˆ ص) = $\frac{١٨٠ - ١٢٠}{٢}$ = ٣٠°

ق(أ مˆ جـ). = ق(أ نˆ م) = ٦٠°

تمارين إثرائية



(١) (د) ، (د') دائرتان لهما أ نقطة تماس خارجية.

$\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ قاطع يمر بالنقطة أ ويقطع الدائرة (د) بالنقطة ب ويقطع الدائرة (د') بالنقطة جـ.

أثبت أن المماس من النقطة ب للدائرة (د) موازٍ للمماس من النقطة جـ للدائرة (د').

ق(١) = ق(٢) ، ق(٣) = ق(٤) ، ق(١) = ق(٢) بالتقابل بالرأس

∴ △ أ و' جـ ~ △ أ و ب

∴ ق(و') = ق(و)

∴ ق(ص جـ أ) المماسية = ½ ق(و')

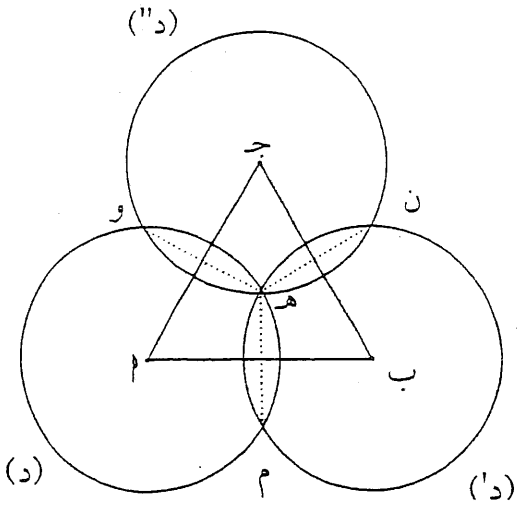
، ق(س' ب أ) المماسية = ½ ق(و)

∴ ق(ص جـ أ) = ق(س' ب أ)

وهما في وضع تبادل

∴ ص ص' // س س'

(٢) (د) ، (د') ، (د") ثلاث دوائر متطابقة ومراكزها على الترتيب أ ، ب ، جـ. تتقاطع الدوائر الثلاث في النقطة المشتركة هـ .



ماذا تمثل النقطة هـ بالنسبة إلى المثلث أ ب جـ؟ اشرح.

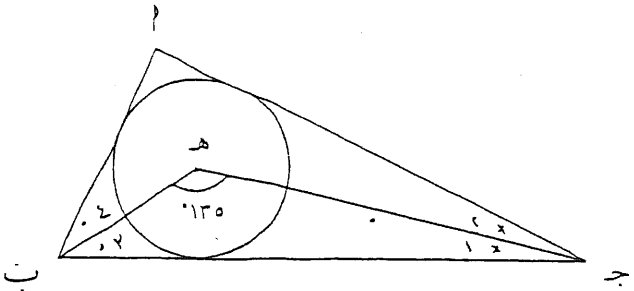
هـ ن ⊥ ب جـ وينصفه

هـ و ⊥ أ جـ وينصفه

هـ م ⊥ أ ب وينصفه

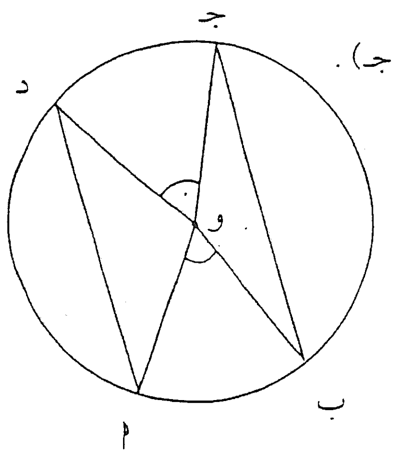
∴ تقع هـ نقطة تقاطع محاور الأضلاع للمثلث أ ب جـ

∴ هـ مركز الدائرة الخارجية للمثلث أ ب جـ



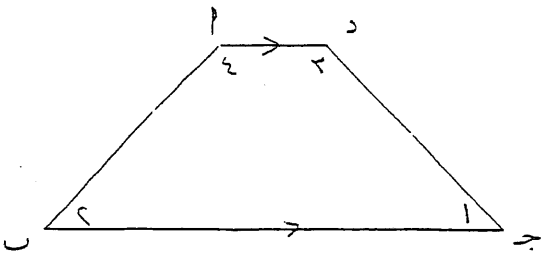
(٤) أ ب جـ مثلث. هـ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث أ ب جـ
(نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية في المثلث
أ ب جـ).
ق(ب هـ جـ) = ١٣٥°.
أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في أ.

ق(١) + ق(٣) = ١٨٠° − ١٣٥ = ٤٥°
∴ ٢ × [ق(١) + ق(٣)] = ٩٠°
∴ ق(أ جـ ب) + ق(أ ب جـ) = ٩٠°
∴ ق(أ) = ٩٠°
∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ



(٥) أ، ب، جـ، د نقاط على الدائرة مركزها و، حيث ق(أ و ب) = ق(د و جـ).
أثبت أن: د أ // جـ ب.

∵ ق(أ و ب) = ق(د و جـ)
∴ ق(أ ب) = ق(جـ د)
∴ د أ // جـ ب



(٦) في الشكل المقابل أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين.
أثبت أنه رباعي دائري:

ق(١) + ق(٣) = ١٨٠° بالتداخل والتوازي
، ق(١) = ق(٢) من خواص شبه المنحرف متطابق الضلعين
∴ ق(٢) + ق(٣) = ١٨٠°
وبالمثل ق(١) + ق(٤) = ١٨٠° ∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري